13. Übung zur Struktur der Materie WS 2018/19

Ausgabe: 18.01.2019 Prof. Dr. D. Suter
Abgabe: bis 25.01.2019 12:00 Uhr Dr. J. Weingarten

Aufgabe 1: Das Drude-Modell und der Seebeck-Effekt 8 Punkte

a) Erklären Sie stichpunktartig die Grundzüge des Drude-Modells:

  i) Welche Annahmen werden getroffen?

  ii) Für welche Materialklasse ist das Modell erfolgreich und warum?

  iii) Welchen Grenzen unterliegt das Modell und warum?

b) Als Seebeck-Effekt bezeichnet man das sich Einstellen eines elektrischen Feldes, wenn in einem Festkörper ein Temperaturgradient vorliegt. In führender Ordnung genügt das Feld dem Zusammenhang

$$E = QT, \tag{1}$$

wobei der Koeffizient Q als Seebeck-Koeffizient oder Thermospannung bezeichnet wird.
Zeigen Sie, dass sich Q im Drude-Modell zu

$$Q = -\frac{1}{3e} c_\mathrm{V} \tag{2}$$

ergibt. Nehmen Sie dazu an, dass sowohl die Elektronenzahl als auch der Temperaturgradient stationär ist und sich somit ein Gleichgewicht bezüglich der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen, verursacht durch den Temperaturgradienten und durch das el. Feld, einstellt.
Hinweis: Es ist zweckdienlich, sich zuerst die mittlere temperaturbedingte Elektronengeschwindigkeit in einer Dimension anzuschauen und dann eine Verallgemeinerung auf drei Dimensionen durchzuführen.

c) Wird hier die im Drude-Modell aus der kinetischen Gastheorie abgeleitete spezifische Wärmekapazität

$$c_\mathrm{V} = \frac{3}{2} nk \tag{3}$$

eingesetzt, ergibt sich ein Wert, der um zwei Größenordnungen von der Realität abweicht. Eine für Metalle verlässlicherere Vorhersage liefert das Sommerfeld-Modell. Hier gilt

$$c_\mathrm{V} = \frac{\pi^2 kT}{2\epsilon_F} nk. \tag{4}$$

Welche fehlerhafte Annahme des Drude-Modells wird im Sommerfeld-Modell korrigiert?

Aufgabe 2: Zustandsdichten 6 Punkte

Wir möchten die Zustandsdichte für masselose und massenbehaftete Teilchen betrachten. Dabei nähern wir die Dispersionsrelation für masselose Teilchen $w(\vec{k}) \approx |\vec{k}|$ und für massebehaftete Teilchen $w(\vec{k}) \approx |\vec{k}|^2$ an.

Hinweis: Nutzen Sie die unten aufgeführten Relationen. Dabei entspricht $\rho(\epsilon)$ der Zustandsdichte, N einem Normierungsfaktor, $\delta(f(x))$ einer Näherung der Delta-Funktion für eine beliebige Funktion $f(x)$ und x_i einer Nullstelle der Funktion $f(x)$.

$$\rho(\epsilon) \approx \int \mathrm{d^d k} \delta(\epsilon - w_\mathrm{k}) \tag{5}$$

$$\delta(f(x)) = \sum_\mathrm{i} \frac{\delta(x - x_\mathrm{i})}{|f'(x_\mathrm{i})|} \tag{6}$$

a) Wie sieht die Zustandsdichte der masselosen Teilchen für ein, zwei und drei Dimensionen aus?

b) Wiederholen sie Teilaufgabe a) für massebehaftete Teilchen.

Aufgabe 3: Fermi-Energie in metallischem Natrium 6 Punkte

Metallisches Natrium kristallisiert in der raumzentrierten Phase (bcc). Die Gitterkonstante beträgt $4{,}25 \cdot 10^{-8}$ cm. Bestimmen Sie unter Berücksichtigung eines Leitungselektrons pro Atom zunächst die Konzentration der Leitungselektronen. Verwenden Sie das freie Elektronengasmodel zur Beschreibung der Leitungselektronen und leiten Sie einen Ausdruck für die Fermi-Energie bei $T = 0$ her. Zeigen Sie, dass sie nur von der Konzentration der Leitungselektronen abhängt.