

8. Übung zur Struktur der Materie WS 2018/19

Ausgabe: 30.11.2018
Abgabe: bis 07.12.2018 12:00 Uhr

Prof. Dr. D. Suter
Dr. J. Weingarten

Aufgabe 1: Radioonkologie

10 Punkte

Radioonkologie ist das medizinische Fachgebiet, das sich mit der Behandlung von Tumoren mit ionisierender Strahlung beschäftigt.

Als ionisierende Strahlung werden vorwiegend Gammastrahlung und Röntgenstrahlung verwendet, früher meist die Gammas aus dem Zerfall von ^{60}Co , die Energien von 1,17 MeV und 1,33 MeV haben.

Die Absorption, zum Beispiel von Röntgen- oder Gammastrahlen, wird beschrieben durch die Formel

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x}. \quad (1)$$

Der Massen-Absorptionskoeffizient $\frac{\mu}{\rho}$ ist auf die Dichte des Materials normiert und hängt von der Energie γ der Strahlung sowie vom Material ab. Für weiches Gewebe beträgt der Massen-Absorptionskoeffizient $\frac{\mu}{\rho} = 6,265 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$ für Gammastrahlung von 1,25 MeV, die Dichte von Körpergewebe beträgt $\rho \approx 1 \text{ g/cm}^3$.

- Ein zu bestrahlender Tumor liegt 10 cm tief im Gewebe. Welcher Anteil der einfallenden Strahlungsintensität kommt am Tumor noch an?
- Welcher Anteil der Intensität wird in den ersten 10 mm des Gewebes absorbiert? Inwiefern ist das ein Nachteil der Behandlung mit Gammastrahlen?

Seit den 50er Jahre ist die sogenannte Hadrontherapie eine alternative Methode. Hier werden geladene Teilchen benutzt, um tiefliegende Tumore zu bestrahlen.

- Was ist der prinzipielle Vorteil der Hadrontherapie, aus Sicht des Patienten, gegenüber der Behandlung mit Gammastrahlen? Beschreiben Sie die Physik der Energiedeposition im Gewebe.
- Wovon hängt die mittlere Energiedeposition geladener Teilchen im Körpergewebe ab? Wie kann man die Tiefe der Energiedeposition im Körper einstellen?

Aufgabe 2: α -Zerfall und Tunneleffekt

4 Punkte

Der α -Zerfall ist ein Musterbeispiel für den Tunneleffekt. Die Tunnelwahrscheinlichkeit sei gegeben durch

$$T = \exp\left(-2 \int_a^b \frac{\sqrt{2m(V(r) - E)}}{\hbar} dr\right). \quad (2)$$

Verwenden Sie das folgende vereinfachte Potential:

$$V(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & r \geq R \\ B & 0 \leq r < R \end{cases}, \quad (3)$$

mit Z_1 der Ladung des Kerns nach dem Zerfall und Z_2 der Ladung des α -Teilchens. Dabei sei $B < \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}$ eine konstante Energie.

- Fertigen Sie eine Skizze des Potentials $V(r)$ an. Zeichnen Sie in die Skizze die Energie des α -Teilchens E ein. Überlegen Sie sich anhand der Skizze wie die Integrationsgrenzen aussehen sollten.

b) Leiten Sie die Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{f_k} \cdot \exp\left(\frac{-2}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} Z_1 Z_2 e^2 \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{RE}{Z_1 Z_2 e^2}}\right)\right) \quad (4)$$

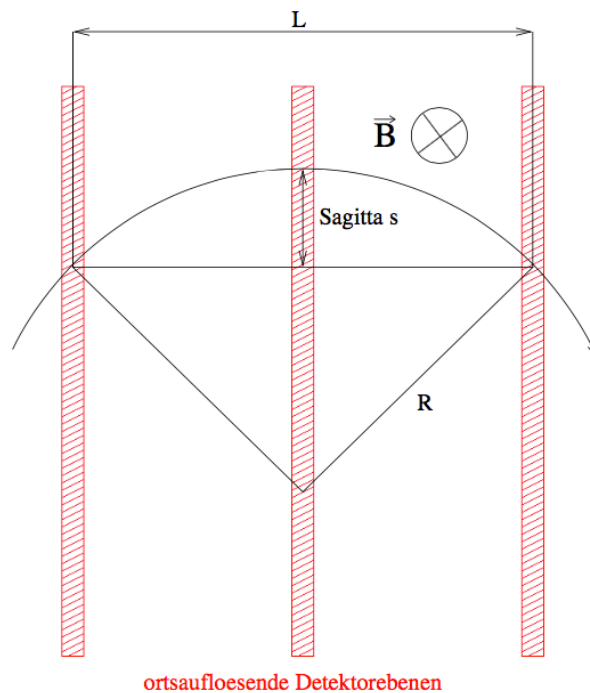
eines instabilen Kerns auf Grund von α -Zerfall her. Hierbei ist $f_k = \frac{v}{2R}$ die Klopfrequenz, m ist die Masse des α -Teilchens und E ist seine Energie. Nähern und entwickeln Sie gegebenenfalls angemessen.

Tipp: Substitutionieren Sie $r = b \cdot \sin^2(\Theta)$ zu gegebenen Zeitpunkt. Die Beziehung $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$ könnte nützlich sein.

Aufgabe 3: Impulsmessung

6 Punkte

Die Messung des Impulses elektrisch geladener Teilchen ist mit einem Spektrometer aus ortsauflösenden Detektoren in einem homogenen Magnetfeld möglich. Die Abbildung zeigt die Situation schematisch für drei Detektorebenen.



- Leiten Sie die Abhängigkeit des Krümmungsradius R vom Teilchenimpuls $|\vec{p}|$, Teilchenladung q und Feldstärke B her.
- Der Krümmungsradius R wird im Experiment nicht direkt gemessen. Er ergibt sich über die Messung der Sekante L im Detektor und der Sagitta s . Bestimmen Sie den Betrag des Teilchenimpulses $|\vec{p}|$ als Funktion von q , B , L und s : $|\vec{p}|(q, B, L, s)$. Berechnen Sie außerdem $s(R, L)$.
- Wie groß sind R und s für Elektronen, Protonen, Neutronen und α -Teilchen bei Impulsen von jeweils $1 \text{ GeV}/c$, $40 \text{ GeV}/c$ und $1 \text{ TeV}/c$ in einem als homogen angenommenen Magnetfeld von $B = 2 \text{ T}$ bei $L = 1 \text{ m}$? Geben Sie die Werte in einer übersichtlichen Tabelle an.