

# 4. Übung zur Struktur der Materie WS 2018/19

**Ausgabe:** 02.11.2018  
**Abgabe:** bis 09.11.2018 12:00 Uhr

Prof. Dr. D. Suter  
Dr. J. Weingarten

---

## Aufgabe 1: Rutherfordstreuung

14 Punkte

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt für Streureaktionen gegeben ist durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

- Welche Einheit hat der Wirkungsquerschnitt und was beschreibt er?
- Was versteht man unter dem differentiellen Wirkungsquerschnitt? Handelt es sich dabei um die „Ableitung des Wirkungsquerschnitts nach dem Raumwinkel“?
- Der Impuls des einlaufenden Teilchens sei  $\vec{p}_i$  und der Impuls des elastisch gestreuten auslaufenden Teilchens  $\vec{p}_f$ . Wie lautet der Zusammenhang zwischen  $\Delta|\vec{p}| = |\vec{p}_f - \vec{p}_i|$  und dem Streuwinkel? Skizzieren Sie dazu die Hyperbelflughbahn des Teilchens, und zeichnen Sie die relevanten Größen ein, insbesondere den Stoßparameter, die Symmetrieachse der Hyperbelflughbahn und den Winkel des Teilchens zur Symmetrieachse  $\phi$ .
- Die Nettoimpulsänderung  $\Delta|\vec{p}|$  zeigt in Richtung der Symmetrieachse der Hyperbel. Drücken Sie  $\Delta|\vec{p}| = \int F dt$  als Funktion der Coulombkraft  $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r^2}$  und des Winkels  $\phi$  aus. Verwenden Sie hier, dass für  $F$  nur der Beitrag entlang der Symmetrieachse relevant ist.
- Nutzen Sie nun Drehimpulserhaltung: Finden Sie zuerst einen Ausdruck für den Drehimpuls zum Zeitpunkt  $t = -\infty$ . Drücken Sie dann den Drehimpuls des Teilchens aus als Funktion des Abstands  $r$  zum Streuzentrum und der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{d\phi}{dt}$ . Setzen Sie beide Ausdrücke gleich und finden Sie einen Ausdruck für  $r^2$ .
- Berechnen Sie das resultierende Integral  $\dots d\phi$  mit den Integrationsgrenzen  $\phi_i(\theta_i)$  zur Zeit  $t = -\infty$  und  $\phi_f(\theta_f)$  zur Zeit  $t = \infty$ . Zeigen Sie dann, dass gilt:

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{2E} \frac{1}{\tan(\theta/2)}$$

- Zeigen Sie damit die Rutherfordsche Streuformel:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{zZe^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

## Aufgabe 2: Hyperfeinstruktur

6 Punkte

Der erste optisch anregbare Zustand des H-Atoms sind die beiden Feinstrukturturniveaus  $2^2P_{1/2}$  und  $2^2P_{3/2}$ .

- a) Ermitteln Sie die Hyperfeinstrukturkomponenten für einen Kernspin von  $I = 1$ ,  $I = 3/2$  und  $I = 2$ . Skizzieren Sie außerdem die Aufspaltung.
- b) Die Energiedifferenz der magnetischen Wechselwirkung wird geschrieben als:

$$\Delta E_{HFS} = -\frac{A}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)].$$

Ermitteln Sie die Energiedifferenz der  $F = 0$  und  $F = 1$  Hyperfeinstrukturkomponenten des Wasserstoff-Grundzustands  $1^2S_{1/2}$ . Hier gilt  $A = 5,877 \mu\text{eV}$ .

- c) Welche Wellenlänge hat dieser magnetische Dipolübergang?

