

1. Übung zur Struktur der Materie WS 2018/19

Ausgabe: 12.10.2018
Abgabe: bis 19.10.2018 12:00 Uhr
Briefkästen: Bekanntgabe in den Übungen

Prof. Dr. D. Suter
Dr. J. Weingarten

Aufgabe 1: Die Drehgruppe

6 Punkte

Kristallgitter können sowohl durch Translationen, als auch durch Punktsymmetrie-Operationen, wie Drehungen und Spiegelungen in sich selbst überführt werden. In dieser Aufgabe soll es um die Drehgruppen C_n nach Schoenflies gehen, die eine Drehung um den Winkel $\frac{2\pi}{n}$ beschreiben.

- Inwiefern wird durch C_n eine Gruppe erzeugt?
- Welche Werte für n sind im 2D möglich? Beweisen sie dies, beispielsweise mittels einer Drehmatrix (Tipp: Was passiert mit der Spur einer Matrix, bei einer Koordinatentransformation?) oder durch Drehen einer Gitterlinie (der Verbindungslinie zwischen zwei Gitterpunkten), um den Winkel $\pm\alpha$.

Aufgabe 2: Harte-Kugel-Modelle

8 Punkte

In dieser Aufgabe werden verschiedene Gittersysteme betrachtet und an jedem Gitterpunkt wird eine Kugel platziert. Die Kugeln sollen alle die gleiche Größe haben, hart sein, d.h. sich nicht durchdringen können und maximale Größe haben. In dieser Anordnung ergeben sich Anteile, die entweder von Kugeln überdeckt oder Anteile, die leer sind. Berechnen Sie das Verhältnis des von Kugeln überdeckten Volumens in der Elementarzelle zum Volumen der Elementarzelle, für

- ein sc-Gitter,
- ein fcc-Gitter,
- die hexagonal dichteste Kugelpackung (hcp, hexagonal-closely-packed) .
- Geben Sie die drei Verhältnisse in Dezimaldarstellung auf zwei Nachkommastellen genau an. Was fällt ihnen auf?

Die simple-cubic (sc-) und face-centered-cubic (fcc-) Gitter sind dabei zwei der drei kubischen Punktgitter (Abbildung 1). Beim sc-Gitter befindet sich in allen Ecken eines Würfels mit Kantenlänge (bzw. Gitterkonstante) a ein Gitterpunkt. Beim fcc-Gitter liegt zusätzlich zentriert auf jeder Fläche des Würfels ein weiterer Gitterpunkt. Das letzte, hier nicht benötigte, verbleibende kubische Punktgitter ist das body-centered-cubic (bcc-) Gitter. Bei diesem Gittertyp liegt zusätzlich zu den Ecken ein Gitterpunkt in der Mitte des Würfels.

Die dritte in dieser Aufgabe betrachtete Struktur, die hexagonal dichteste Kugelpackung, kann durch die Stapelreihenfolge ABA konstruiert werden. Die Schicht A erhält man, indem auf die Ecken eines Sechsecks, sowie in dessen Mitte, jeweils eine Kugel platziert wird (Abbildung 2). Die Kugeln sitzen dabei mit ihren Mittelpunkten auf den Ecken. In der Schicht B befinden sich drei Kugeln, die auf der Schicht A platziert werden.

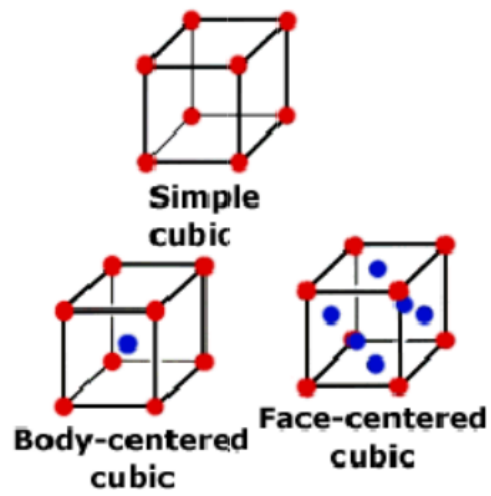


Abbildung 1: Es sind die drei kubischen Punktgitter sc, bcc und fcc abgebildet.

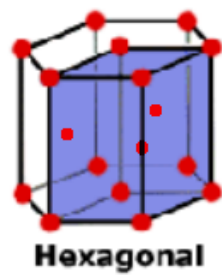


Abbildung 2: Hier ist die hcp-Struktur dargestellt.

Aufgabe 3: Gekoppelte Pendel

6 Punkte

Zwei ideale Pendel mit Masse m und Länge l sind über eine Feder mit Federkonstante k gekoppelt (s. Abb. 3). Geben Sie zunächst die Schwingungsfrequenz eines einzelnen Pendels an und erläutern Sie anschließend die Art der Eigenschwingungen des Gesamtsystems. Treffen Sie dazu Aussagen zur Amplitude und Phase. Gehen Sie dabei von einer kleinen Auslenkungen der Massen aus.

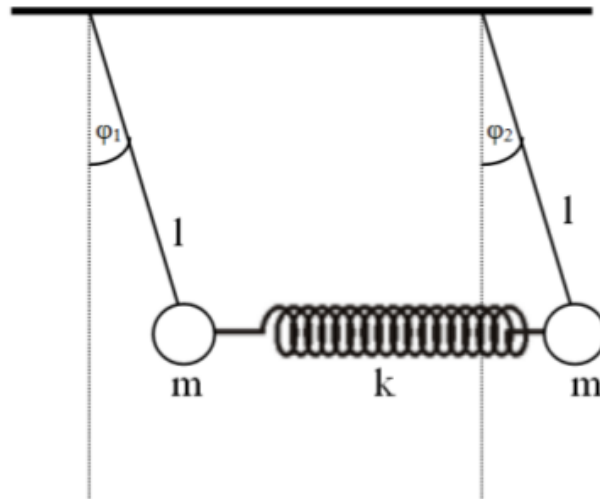


Abbildung 3: gekoppelte Fadenpendel