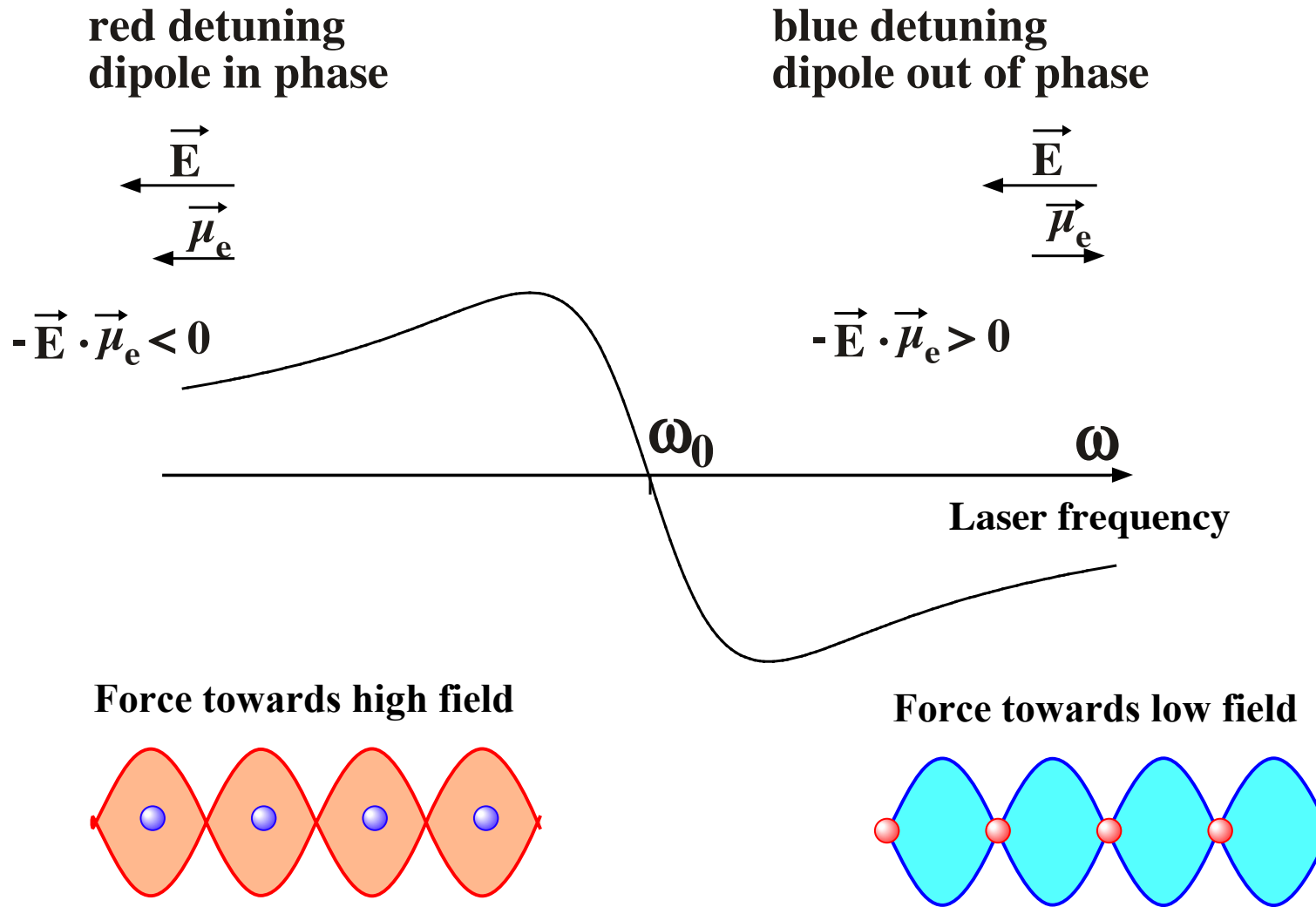


# 11.5 Neutrale Atome und Quantencomputing

# Gitter aus Licht



Eine stehende Laserwelle (Spiegel...) mit Frequenz **oberhalb** oder **unterhalb** einer Resonanz sorgt dafür, dass das Induzierte Dipolmoment der Atome **gegenphasig** oder **gleichphasig** mit dem Feld schwingt. Das elektrische Dipolmoment ist also entweder **antiparallel** zum Feld, so dass die Dipole (Atome) vom starken Feld abgestoßen werden, oder **parallel** zum Feld, so dass sie zum starken Feld hingezogen werden.

# Gitter aus Linsen

Mit einer Matrix aus Mikrolinsen stellt man regelmäßig angeordnete Mikrobrennpunkte her, in denen sich Atome ansammeln.

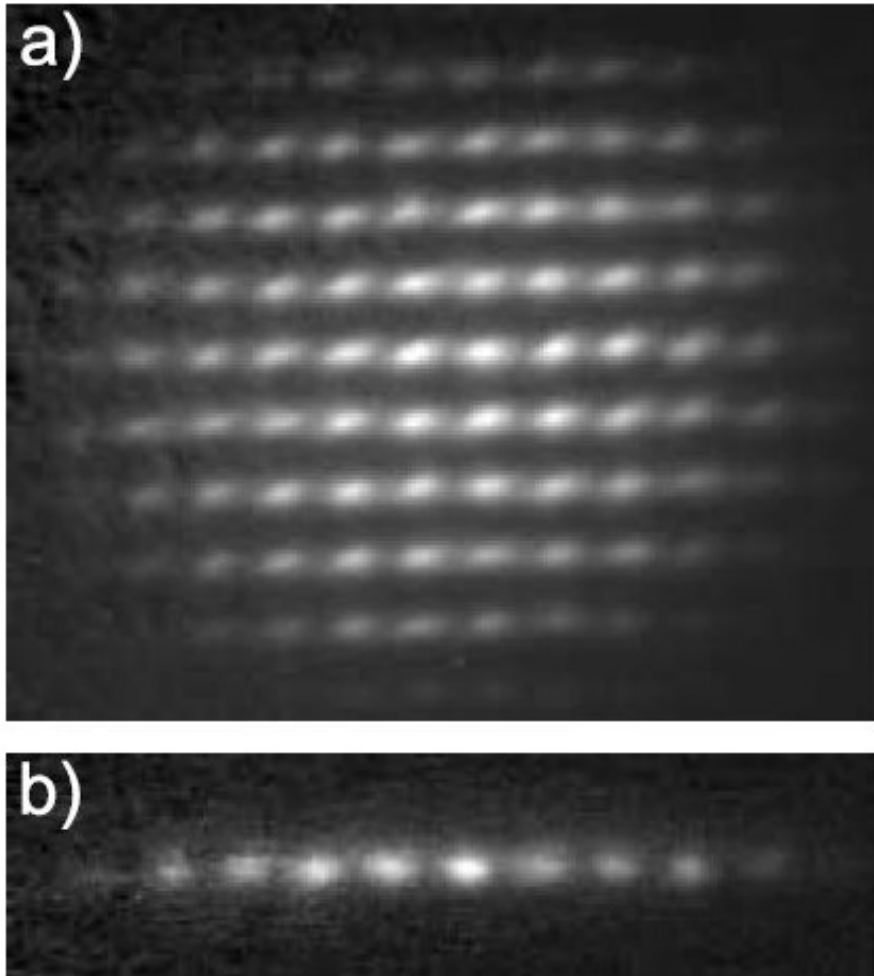


FIG. 1. (a) Two-dimensional and (b) one-dimensional arrays of rubidium atoms trapped in arrays of dipole traps. The traps are created using a micro-optical lens array and are separated by  $125\ \mu\text{m}$ . The brightest traps contain about  $10^3$  atoms.

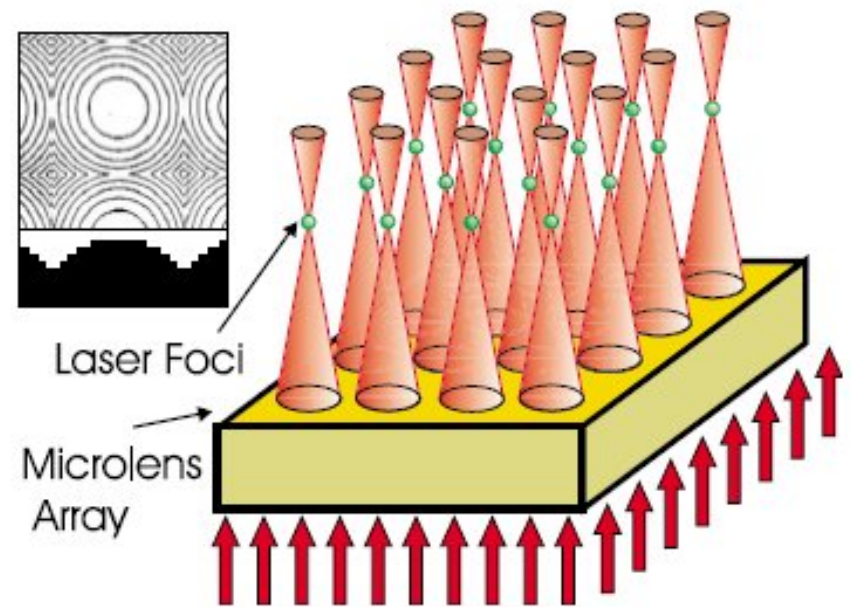


FIG. 2 (color online). A two-dimensional array of laser foci is created by focusing a single laser beam with an array of microlenses. Inset: Phase contrast image and typical cross section of a small part of a diffractive microlens array.

(Bilder aus Dumke et al. Phys. Rev. Lett. **89**, 097903 (2002))

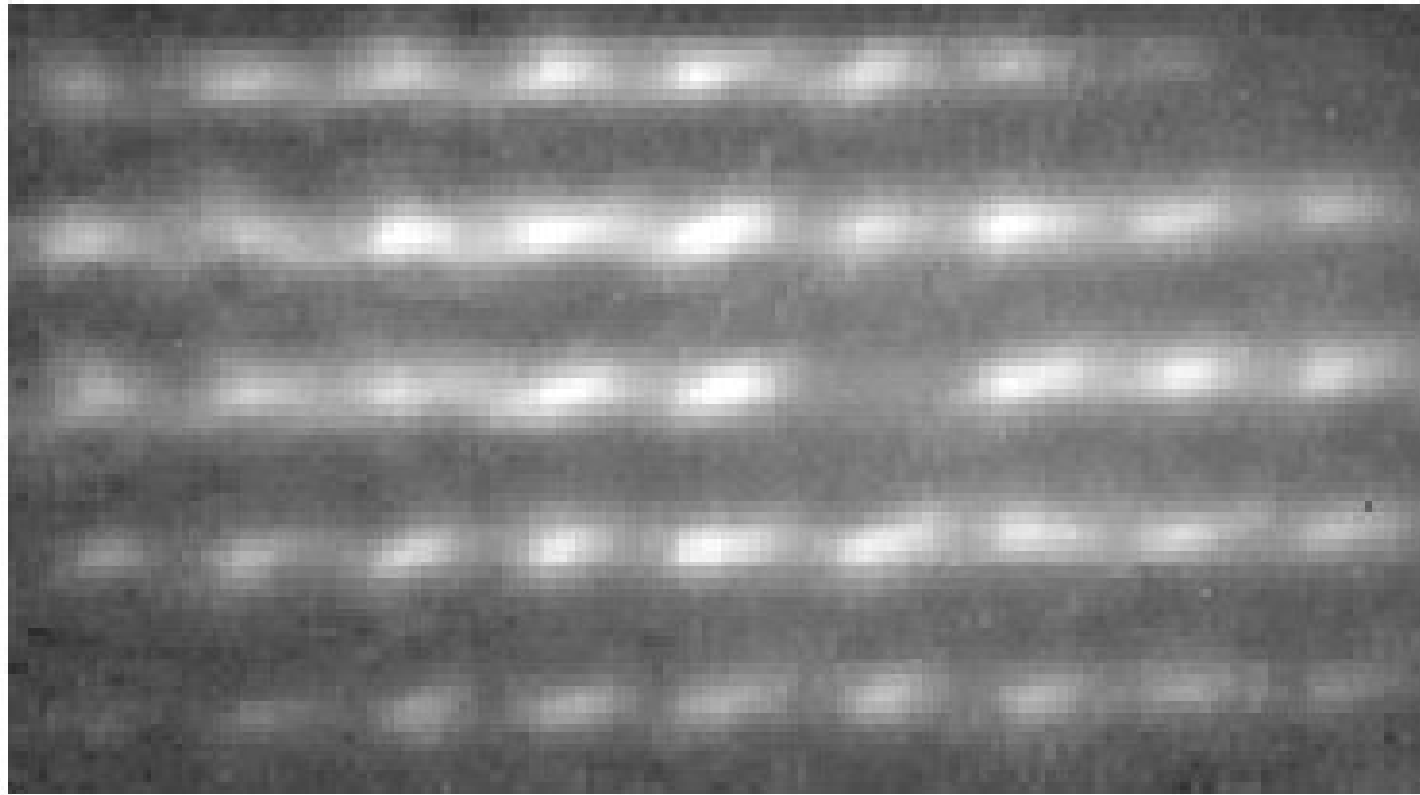
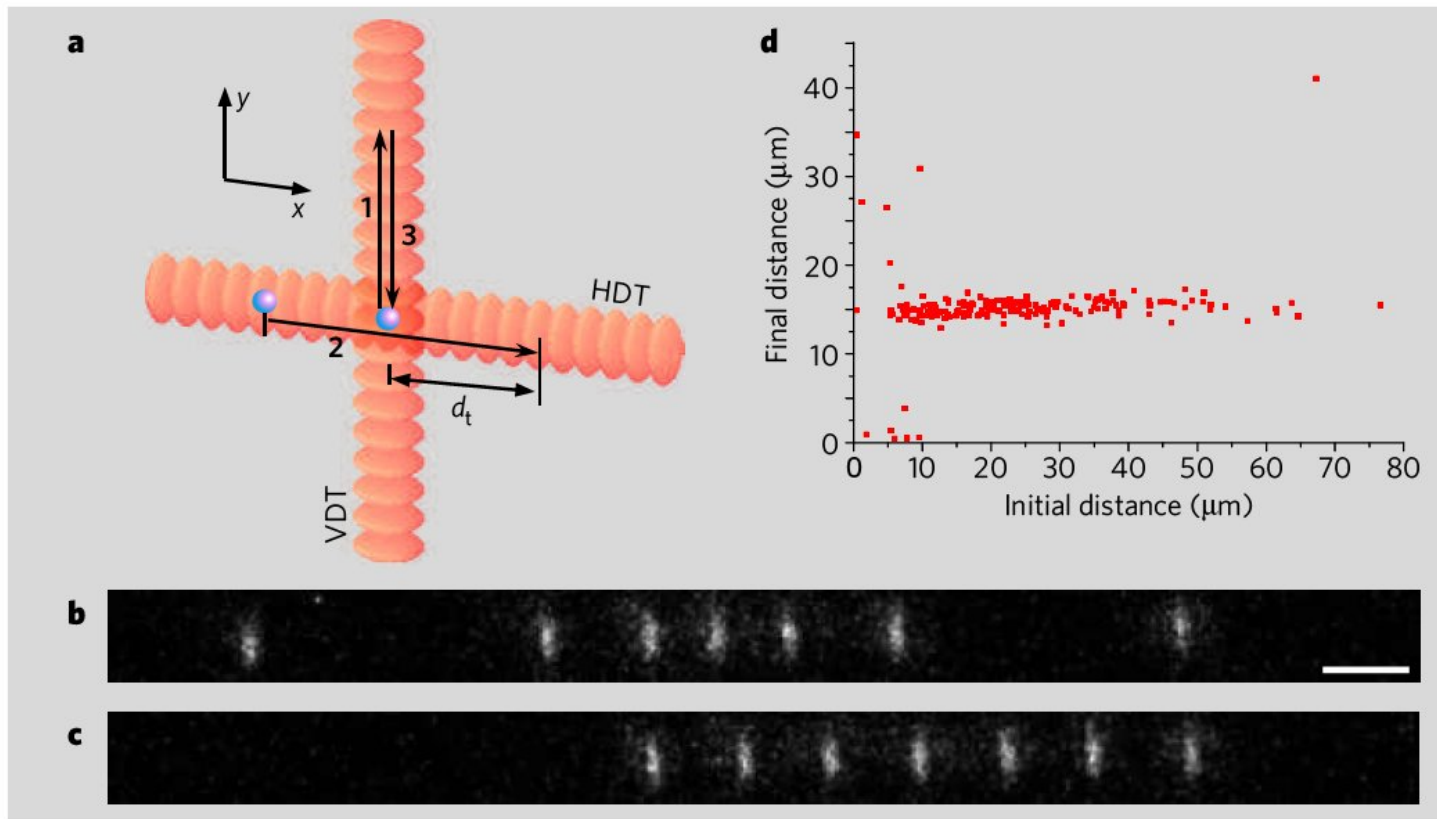


FIG. 3. Demonstration of the selective addressability of individual trap sites: By focusing a near-resonant laser beam onto one of the dipole traps (row 3, column 6) during the storage period, the atoms in this trap are removed, while the other dipole traps remain unaffected.

# Atome sortieren mit Förderbändern aus Licht



**Figure 1 | Sorting atoms using optical tweezers.** **a**, Two crossed standing-wave dipole traps are used to rearrange strings of trapped neutral atoms. (For methods, see supplementary information.) **b**, Fluorescence image of an initial string of seven randomly separated atoms. **c**, The same atoms after rearranging six of them using the distance-control operation. Scale bar, 15  $\mu\text{m}$ . **d**, Relation between the final and the initial distance between simultaneously trapped atoms recorded for about 190 atom pairs. For initial distances greater than 10  $\mu\text{m}$ , our distance-control operation successfully rearranges the atoms, resulting in a narrow distribution of final distances around the target distance  $d_t = 15 \mu\text{m}$ .

Langsame Phasenverschiebung (kleine Frequenzdifferenz) zwischen den gegenläufigen Strahlen bringt die stehende Welle zum Laufen  $\rightarrow$  „Förderband“. Zwei zueinander senkrechte Förderbänder können benutzt werden, um Atome regelmäßig an gewünschten Stellen einzusortieren.

(Miroshnychenko et al., Nature **442**, 151 (2006); mit Videoclip)



# Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms

Markus Greiner\*, Olaf Mandel\*, Tilman Esslinger†, Theodor W. Hänsch\* & Immanuel Bloch\*

\* *Sektion Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, Schellingstrasse 4/III, D-80799 Munich, Germany, and Max-Planck-Institut für Quantenoptik, D-85748 Garching, Germany*

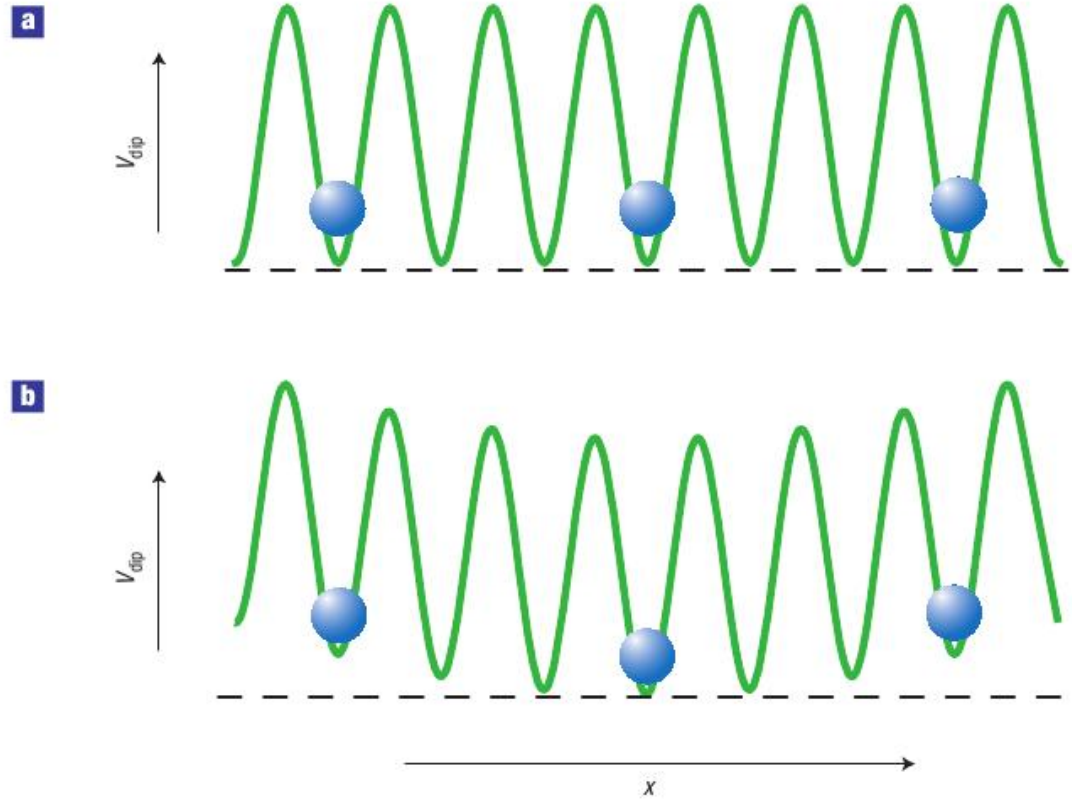
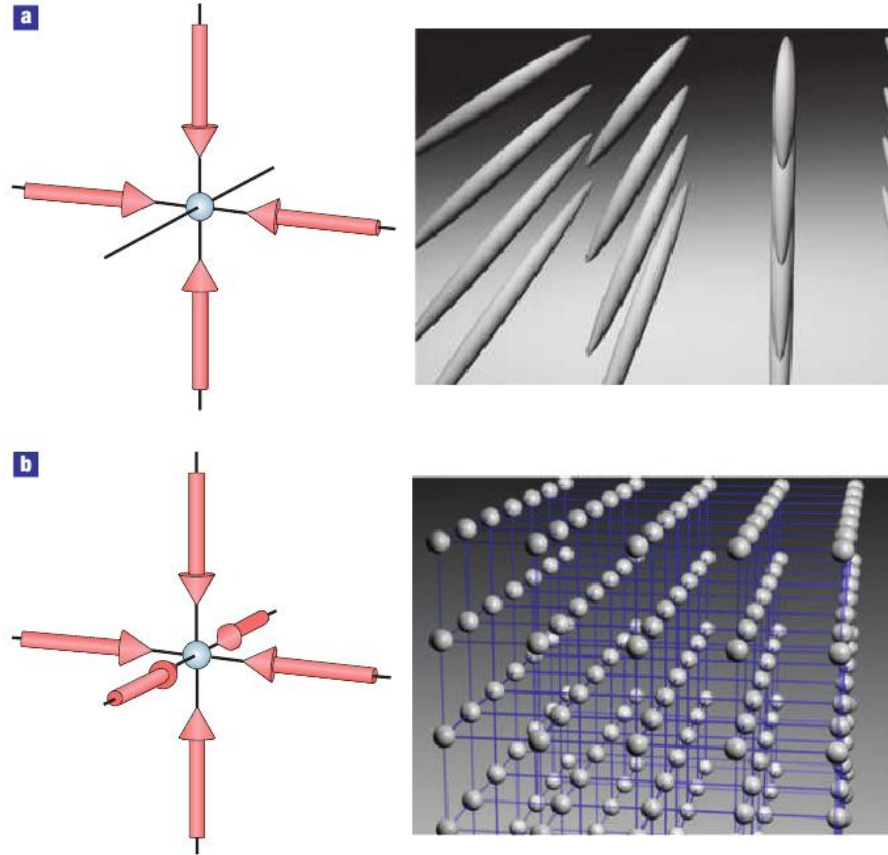
† *Quantenelektronik, ETH Zürich, 8093 Zurich, Switzerland*

---

**For a system at a temperature of absolute zero, all thermal fluctuations are frozen out, while quantum fluctuations prevail. These microscopic quantum fluctuations can induce a macroscopic phase transition in the ground state of a many-body system when the relative strength of two competing energy terms is varied across a critical value. Here we observe such a quantum phase transition in a Bose–Einstein condensate with repulsive interactions, held in a three-dimensional optical lattice potential. As the potential depth of the lattice is increased, a transition is observed from a superfluid to a Mott insulator phase. In the superfluid phase, each atom is spread out over the entire lattice, with long-range phase coherence. But in the insulating phase, exact numbers of atoms are localized at individual lattice sites, with no phase coherence across the lattice; this phase is characterized by a gap in the excitation spectrum. We can induce reversible changes between the two ground states of the system.**

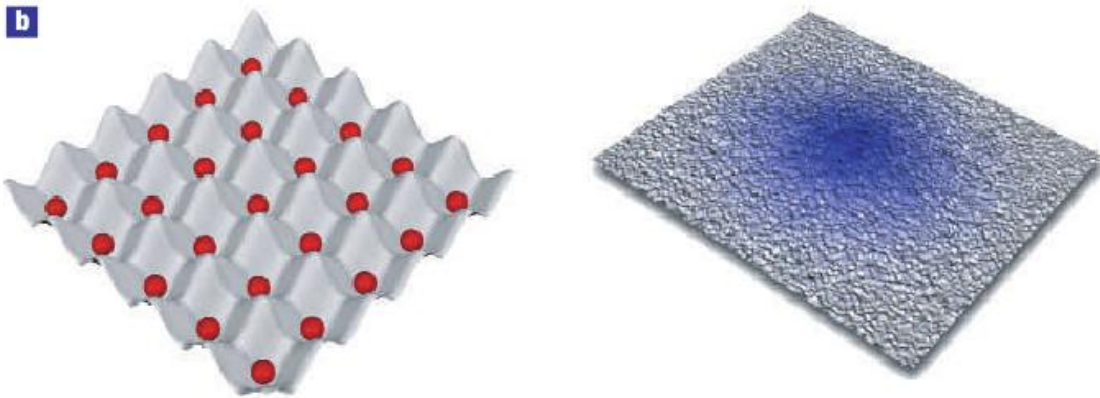
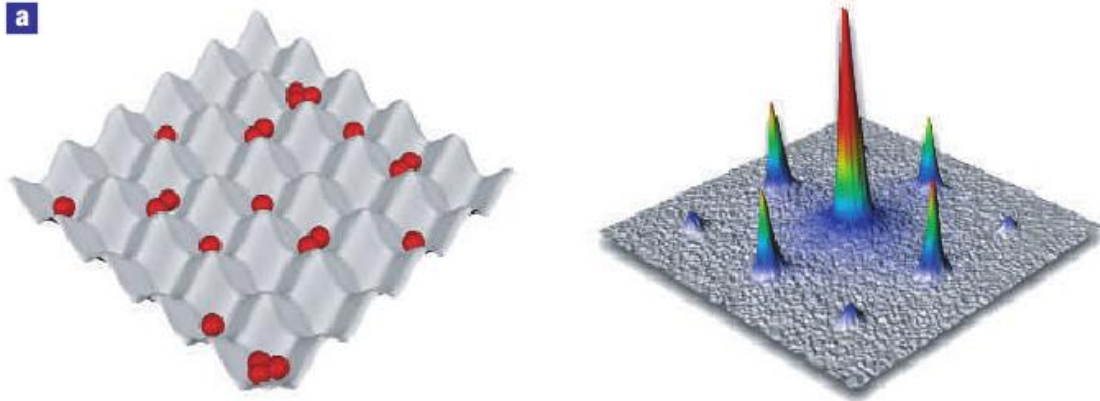
Feynmans Idee: Simuliere ein Quantensystem durch ein anderes!

# Manipulationen mit Licht



Aus Immanuel Bloch, Nature Physics **1**,23 (2005).

# Verschiedene Phasen im Lichtkristall



Links: Ortsraum; rechts: Impulsraum

Aus Immanuel Bloch, Nature Physics **1**,23 (2005).



# Das Hubbard-Modell

Größenskalen:

„echter“ FK:  $a \sim 10^{-10}$  m, Elektron: punktförmig.

„Lichtkristall“:  $a \sim \lambda_L \sim 10^{-6}$  m, Atom:  $r \sim a_B \sim 10^{-10}$  m.

Potential des  $D$ -dimensionalen „Lichtkristalls“:

$$V(\vec{r}) = V_0 \sum_{i=1}^D \sin^2 k_L r_i$$

Überlagerung von  $D$  orthogonalen Laser-Stehwellen mit Wellenzahl  $k_L = 2\pi/\lambda_L$ . Potentialstärke  $V_0 \sim$  Laserintensität; schwach  $\vec{r}$ -abhängig (Strahlprofil, Fokussierung)

# Typische Energien

Wellenfunktion eines freien Teilchens:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

(im Volumen  $\Omega$ ). Energie:

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

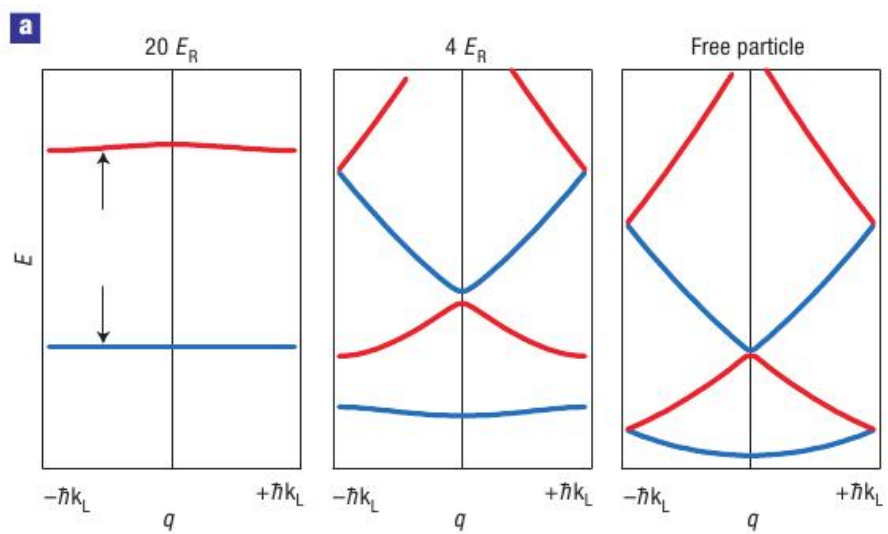
Im Lichtgitter ist  $\lambda_L$  etwa gleich einer Resonanzwellenlänge. Wird ein  $\lambda_L$ -Photon absorbiert oder emittiert, gibt es eine Rückstoß-Energie

$$E_R = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m}.$$

Das ist die typische Energieskala.

Periodisches Potential: ebene Wellen werden gitterperiodisch moduliert → Blochfunktionen; Energiebänder weichen mehr oder weniger stark von Parabelform ab. Für schwaches Potential  $V_0$  hat das niedrigste Band die maximale Energie (Rand der Brillouinzone)

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{\lambda_L}\right)^2 = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} = E_R.$$



Bandstruktur für starkes (links), schwaches (Mitte) und verschwindendes Laser-Potential

Aus I. Bloch, Nature Physics 1,23 (2005).

Hamiltonian nichtwechselwirkender Fermionen oder Bosonen in einem (z.B. optischen) Gitter

$$\mathbf{H} = \sum_{\vec{k},n} \epsilon_{\vec{k},n} c_{\vec{k},n}^\dagger c_{\vec{k},n} ,$$

$n$  ist der Bandindex; die Erzeuger und Vernichter beziehen sich auf Blochfunktionen; stattdessen kann man (besser für unsere Diskussion) auch **Wannierfunktionen** nehmen.

$$w_n(\vec{r} - \vec{l}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{l}} \psi_{n\vec{k}}(\vec{r}).$$

$\vec{l}$  ist der Gitterplatz, um den die Wannierfunktion zentriert ist. Für große Gitterabstände gehen die Wannierfunktionen in atomare Wellenfunktionen über. Hamiltonian, ausgedrückt im Wannierbild:

$$\mathbf{H} = \sum_{\vec{l}, \vec{l}'} t_{\vec{l}-\vec{l}'} c_{\vec{l}}^\dagger c_{\vec{l}'},$$

wo die **Hopping-Elemente**  $t_{\vec{l}-\vec{l}'}$  angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeitsamplitude ein Platzwechsel zwischen zwei Gitterplätzen stattfindet:

$$t_{\vec{l}-\vec{l}'} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}n} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{l}-\vec{l}')}$$

Hopping-Elemente können auch als **Überlapp-Matrixelemente** zwischen Wannierfunktionen an den beiden beteiligten Gitterplätzen geschrieben werden.

Für **starkes Potential**  $V_0$ : Wannierfunktionen stark in ihrer jeweiligen Potentialmulde lokalisiert, Überlapp nur zwischen **nächsten Nachbarn** nennenswert  $\rightarrow$  nur ein Hopping-Element  $-t_n$ . Dann ist die Bandstruktur

$$\varepsilon_{\vec{k}n} = -2t_n \sum_{i=1}^D \cos k_i a.$$

$\vec{l}$  ist der Gitterplatz, um den die Wannierfunktion zentriert ist. Für große Gitterabstände gehen die Wannierfunktionen in atomare Wellenfunktionen über. Hamiltonian, ausgedrückt im Wannierbild:

$$\mathbf{H} = \sum_{\vec{l}, \vec{l}'} t_{\vec{l}-\vec{l}'} c_{\vec{l}}^\dagger c_{\vec{l}'},$$

wo die **Hopping-Elemente**  $t_{\vec{l}-\vec{l}'}$  angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeitsamplitude ein Platzwechsel zwischen zwei Gitterplätzen stattfindet:

$$t_{\vec{l}-\vec{l}'} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}n} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{l}-\vec{l}')}$$

Hopping-Elemente können auch als **Überlapp-Matrixelemente** zwischen Wannierfunktionen an den beiden beteiligten Gitterplätzen geschrieben werden.

Für **starkes Potential**  $V_0$ : Wannierfunktionen stark in ihrer jeweiligen Potentialmulde lokalisiert, Überlapp nur zwischen **nächsten Nachbarn** nennenswert  $\rightarrow$  nur ein Hopping-Element  $-t_n$ . Dann ist die Bandstruktur

$$\varepsilon_{\vec{k}n} = -2t_n \sum_{i=1}^D \cos k_i a.$$

Und jetzt mit Wechselwirkung!



Welche Wechselwirkung? Wegen der Größenverhältnisse ist nur langreichweitiger Anteil interessant; parametrisierbar durch **Streulänge**  $a_S$ :

$$V_{\text{int}}(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_S \delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

Gestalt des Wechselwirkungs-Hamiltonians in Wannierdarstellung: Summe von Termen mit jeweils

- zwei Erzeugern und zwei Vernichtern
- einem Integral (Matrixelement) aus 4 Wannierfunktionen an 4 (oder weniger) Gitterplätzen und dem Wechselwirkungspotential.

Wegen starker Lokalisierung durch starkes Potential dominiert der Term, bei dem **alle vier** Wannierfunktionen an einem Platz sitzen. Die Wechselwirkung ist dann gegeben durch die Energie

$$U = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_S \int d^3r |w_n(\vec{r})|^4.$$

Wenn alles sich in einem Band abspielt, lassen wir den Bandindex  $n$  weg und erhalten für Spin-1/2-Fermionen das **Hubbard-Modell**:

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}', \sigma} c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}'\sigma} + U \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}\uparrow} n_{\vec{l}\downarrow}$$

( $\vec{l}, \vec{l}'$  nächste Nachbarn),  $n_{\vec{l}\sigma} := c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}\sigma}$  ist der Teilchenzahloperator. Das Pauliprinzip diktiert hier die Spin-Kombination im Wechselwirkungsterm: gleicher Spin ist verboten.

Bosonen mögen gleichen Spinzustand, und für Bosonen im gleichen Spinzustand ist das „**Bose-Hubbard-Modell**“

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}'} c_{\vec{l}}^\dagger c_{\vec{l}'} + \frac{U}{2} \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}}(n_{\vec{l}} - 1).$$

Wenn alles sich in einem Band abspielt, lassen wir den Bandindex  $n$  weg und erhalten für Spin-1/2-Fermionen das **Hubbard-Modell**:

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}', \sigma} c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}'\sigma} + U \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}\uparrow} n_{\vec{l}\downarrow}$$

( $\vec{l}, \vec{l}'$  nächste Nachbarn),  $n_{\vec{l}\sigma} := c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}\sigma}$  ist der Teilchenzahloperator. Das Pauliprinzip diktiert hier die Spin-Kombination im Wechselwirkungsterm: gleicher Spin ist verboten.

Bosonen mögen gleichen Spinzustand, und für Bosonen im gleichen Spinzustand ist das „**Bose-Hubbard-Modell**“

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}'} c_{\vec{l}}^\dagger c_{\vec{l}'} + \frac{U}{2} \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}}(n_{\vec{l}} - 1).$$

**Der** Steuerparameter des Hubbardmodells ist das Verhältnis  $t/U$ , **und das kann mit dem Laser eingestellt werden:**

$$U \sim V_0^{\frac{D}{4}} \quad t \sim e^{-\text{const}\sqrt{V_0}}$$

Grenzfälle des Grundzustands sind gut verstanden.

Bose-Hubbard Hamiltonian for periodic lattice potential

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1)$$

Tunnel matrixelement  $J$ :

$$J = -\int d^3x w(x-x_i) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{lat}(x) \right) w(x-x_j)$$

On-site interaction energy  $U$ :

$$U = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \int d^3x |w(x)|^4$$

$$U/J < g_c$$



two limits



$$U/J > g_c$$

kinetic energy term dominates:

**Weakly interacting bosonic gas**  
-> **Superfluidity**

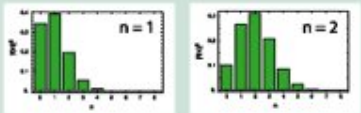
- Atoms are **delocalized** over the entire lattice

$$|\Psi_{SF}\rangle \propto \left( \sum_{i=1}^M \hat{a}_i^\dagger \right)^N |0\rangle$$

- Coherence, manybody state can be described by a **macroscopic wavefunction**

$$\langle a_i \rangle \neq 0$$

- **Coherent state**  
Superposition with a Binomial atom number distribution per lattice site  
-> number fluctuations



- **Gapless excitation spectrum**

interaction energy term dominates:

**Strongly correlated bosonic system**  
-> **Mott insulator**

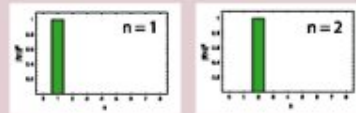
- Atoms are completely **localized** to lattice sites

$$|\Psi_{Mott}\rangle \propto \prod_{i=1}^M (\hat{a}_i^\dagger)^n |0\rangle$$

- No coherence, no macroscopic wavefunction

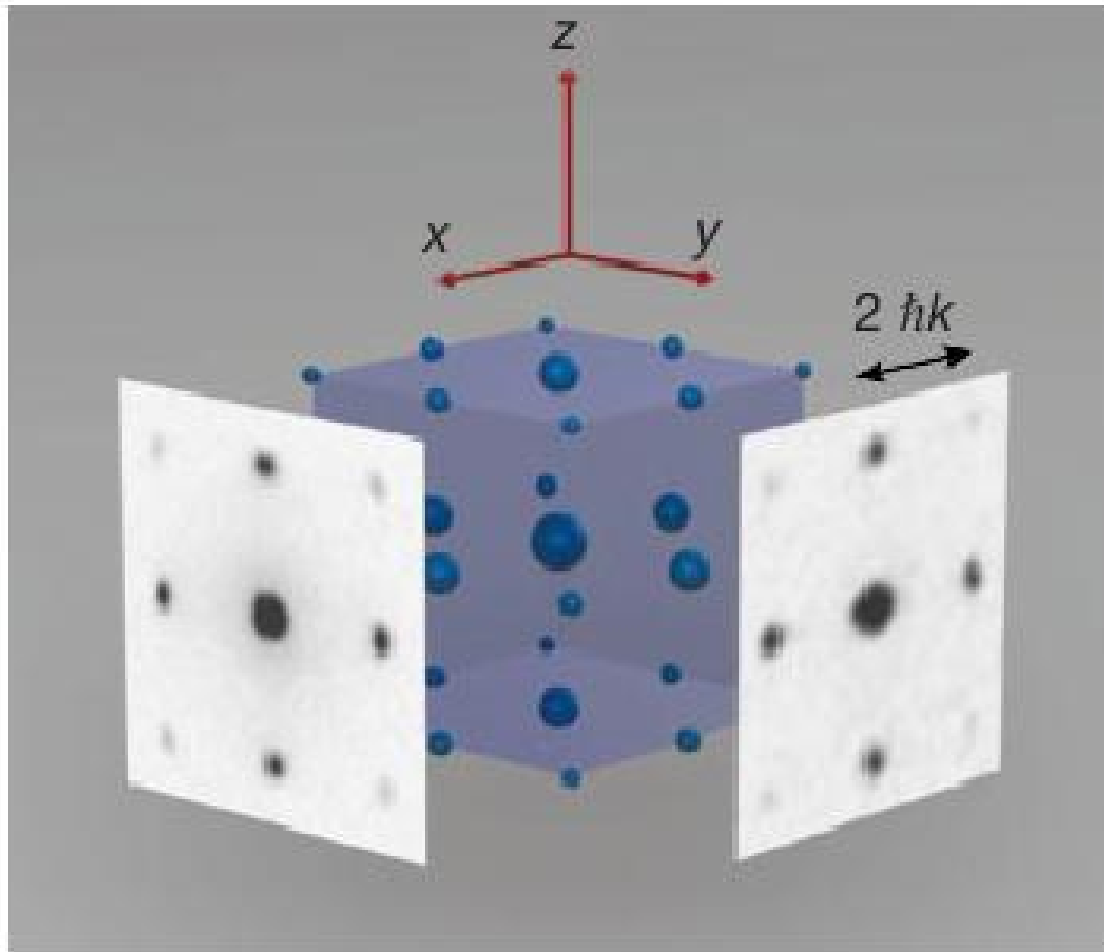
$$\langle a_i \rangle = 0$$

- **Fock state**  
with a vanishing number fluctuation per lattice site



- **Excitation spectrum has an energy gap  $\Delta = U$**

# Vom $k$ -Raum zum Ortsraum: Einfach abwarten...

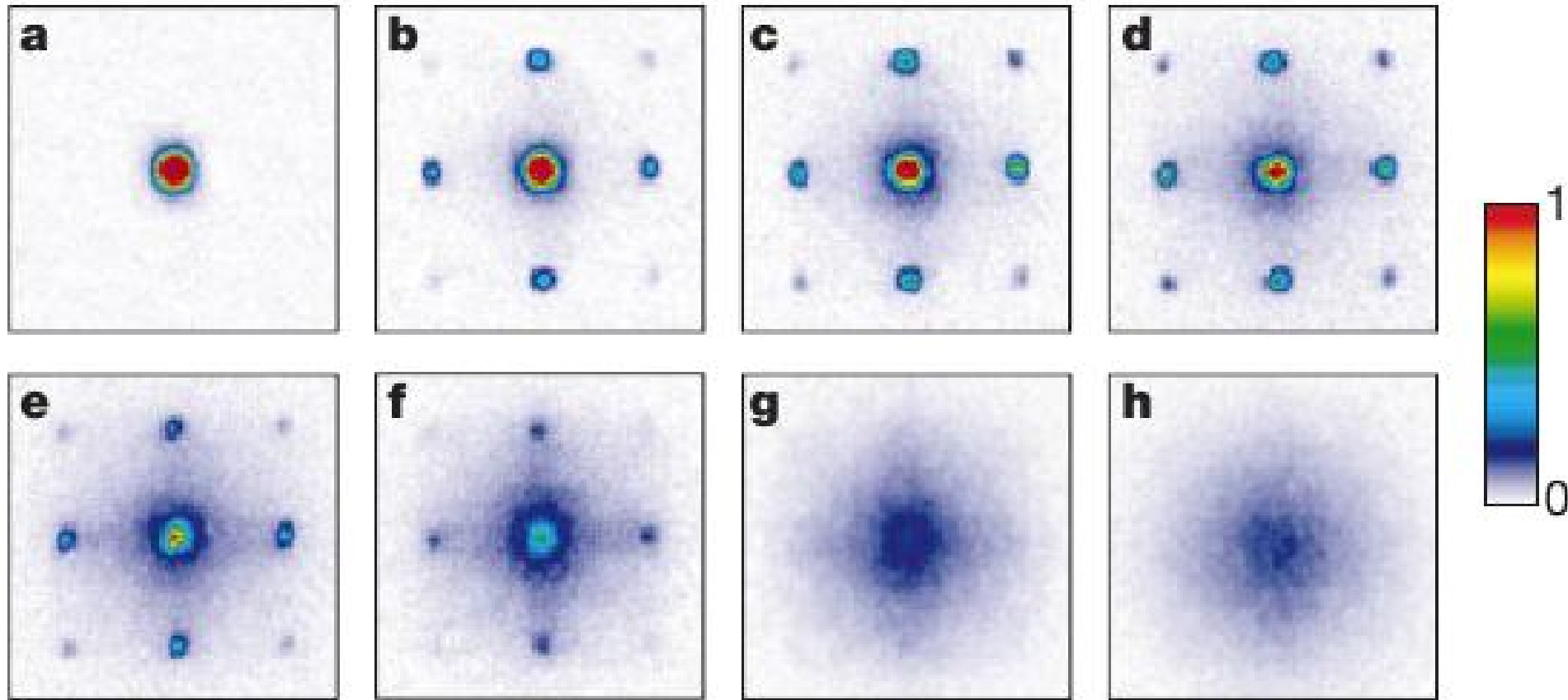


**Figure 1** Schematic three-dimensional interference pattern with measured absorption images taken along two orthogonal directions. The absorption images were obtained after ballistic expansion from a lattice with a potential depth of  $V_0 = 10E_r$  and a time of flight of 15 ms.

$^{87}\text{Rb}$

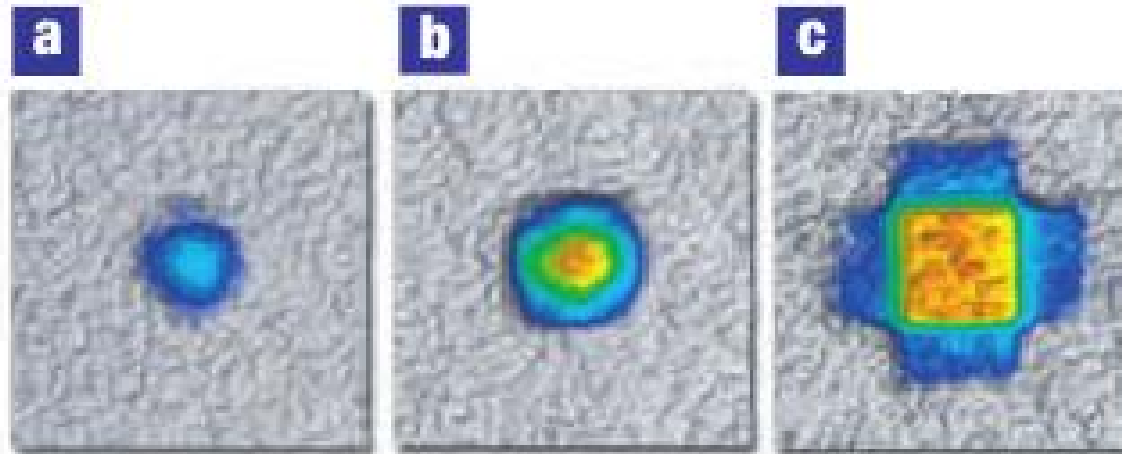


# Der Mott-Hubbard-Übergang: Live und in Farbe



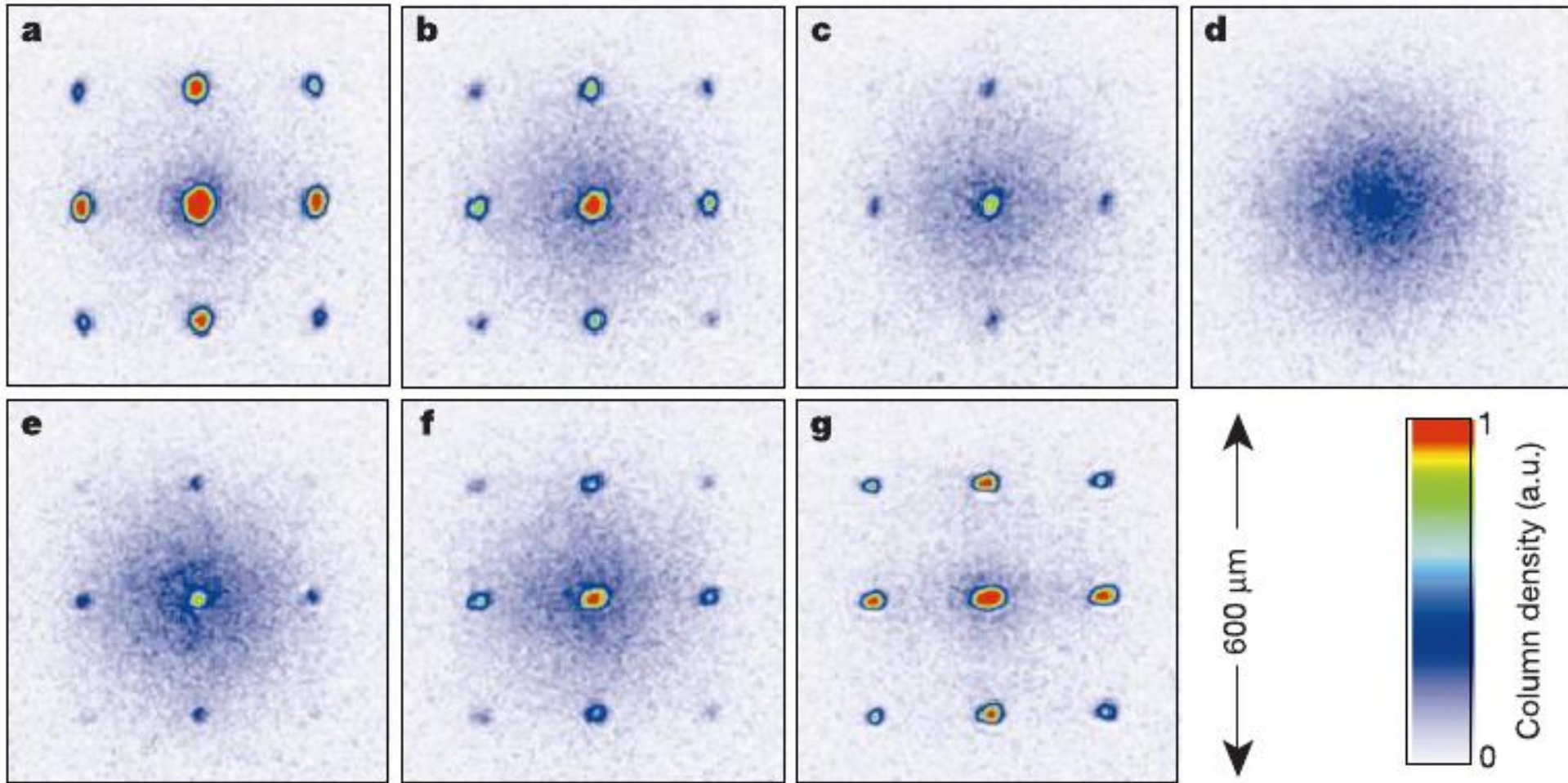
**Figure 2** Absorption images of multiple matter wave interference patterns. These were obtained after suddenly releasing the atoms from an optical lattice potential with different potential depths  $V_0$  after a time of flight of 15 ms. Values of  $V_0$  were: **a**,  $0 E_r$ ; **b**,  $3 E_r$ ; **c**,  $7 E_r$ ; **d**,  $10 E_r$ ; **e**,  $13 E_r$ ; **f**,  $14 E_r$ ; **g**,  $16 E_r$ ; and **h**,  $20 E_r$ .

# Fermikörper



**Figure 7** Observing Fermi surfaces. **a–c**, Time-of-flight images of an ultracold Fermi gas of  $^{40}\text{K}$  atoms released from a 3D optical lattice potential for increasing filling factors corresponding to different Fermi energies. An adiabatic ramp-down of the lattice potential maps the crystal momentum of the particles onto free particle momentum, such that the band population can be directly observed in the time of flight absorption images (with kind permission from T. Esslinger, ETH Zurich, see also ref. 24).

# Kollaps und Wiederbelebung



Aus Greiner et al. Nature **419**, 51 (2002)

Plötzliches Umschalten von  $t/U$  macht aus einem Eigenzustand des Hamiltonians eine Superposition, die Oszillationen zeigt.

# Metallic and Insulating Phases of Repulsively Interacting Fermions in a 3D Optical Lattice

U. Schneider,<sup>1</sup> L. Hackermüller,<sup>1</sup> S. Will,<sup>1</sup> Th. Best,<sup>1</sup> I. Bloch,<sup>1,2\*</sup> T. A. Costi,<sup>3</sup>  
R. W. Helmes,<sup>4</sup> D. Rasch,<sup>4</sup> A. Rosch<sup>4</sup>

The fermionic Hubbard model plays a fundamental role in the description of strongly correlated materials. We have realized this Hamiltonian in a repulsively interacting spin mixture of ultracold <sup>40</sup>K atoms in a three-dimensional (3D) optical lattice. Using in situ imaging and independent control of external confinement and lattice depth, we were able to directly measure the compressibility of the quantum gas in the trap. Together with a comparison to ab initio dynamical mean field theory calculations, we show how the system evolves for increasing confinement from a compressible dilute metal over a strongly interacting Fermi liquid into a band-insulating state. For strong interactions, we find evidence for an emergent incompressible Mott insulating phase. This demonstrates the potential to model interacting condensed-matter systems using ultracold fermionic atoms.

**Sauberer** Festkörper ohne Fehlstellen, Gitterschwingungen...; mit kontrollierbaren Parametern:

$2 \cdot 10^5$   $^{40}\text{K}$ -Atome in den Gesamtspinzuständen  $|F, m_F\rangle = |\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\rangle = |\downarrow\rangle$  und  $|\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}\rangle = |\uparrow\rangle$  ...

...in einem (Licht-) Potential aus zwei unabhängigen Komponenten: periodisch + parabolisch.

Parabolisches Potential drückt die Fermionen im (festen) Gitter zusammen; im realen Festkörper wird das Gitter bei Kompressibilitätsmessungen dagegen immer mit komprimiert.

Hubbardmodell:

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}', \sigma} c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}'\sigma} + U \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}\uparrow} n_{\vec{l}\downarrow} + \sum_{\vec{l}} V_{\text{Parabel}}(\vec{l}) (n_{\vec{l}\uparrow} + n_{\vec{l}\downarrow})$$

Das Hubbard- $U$  kann über eine Feshbach-Resonanz gesteuert werden (Streulänge; vgl. Duine und Stoof, Physics Reports **396**, 115 (2004)).

**Achtung:**  $t$  heißt bei den Atomphysikern immer  $J$ .



**Sauberer** Festkörper ohne Fehlstellen, Gitterschwingungen...; mit kontrollierbaren Parametern:

$2 \cdot 10^5$   $^{40}\text{K}$ -Atome in den Gesamtspinzuständen  $|F, m_F\rangle = |\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\rangle = |\downarrow\rangle$  und  $|\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}\rangle = |\uparrow\rangle \dots$

...in einem (Licht-) Potential aus zwei unabhängigen Komponenten: periodisch + parabolisch.

Parabolisches Potential drückt die Fermionen im (festen) Gitter zusammen; im realen Festkörper wird das Gitter bei Kompressibilitätsmessungen dagegen immer mit komprimiert.

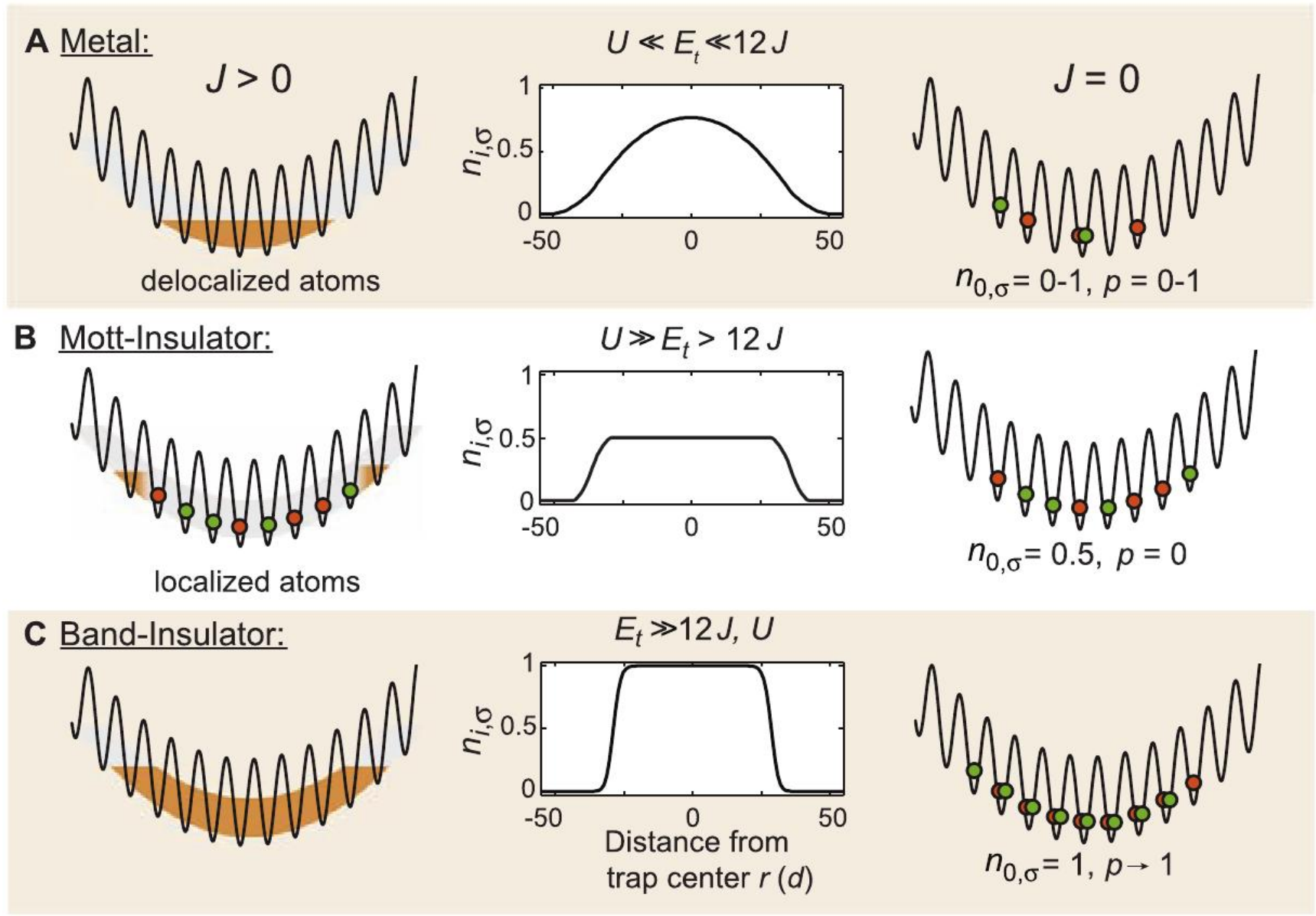
Hubbardmodell:

$$\mathbf{H} = -t \sum_{\vec{l}, \vec{l}', \sigma} c_{\vec{l}\sigma}^\dagger c_{\vec{l}'\sigma} + U \sum_{\vec{l}} n_{\vec{l}\uparrow} n_{\vec{l}\downarrow} + \sum_{\vec{l}} V_{\text{Parabel}}(\vec{l}) (n_{\vec{l}\uparrow} + n_{\vec{l}\downarrow})$$

Das Hubbard- $U$  kann über eine Feshbach-Resonanz gesteuert werden (Streulänge; vgl. Duine und Stoof, Physics Reports **396**, 115 (2004)).

**Achtung:**  $t$  heißt bei den Atomphysikern immer  $J$ .

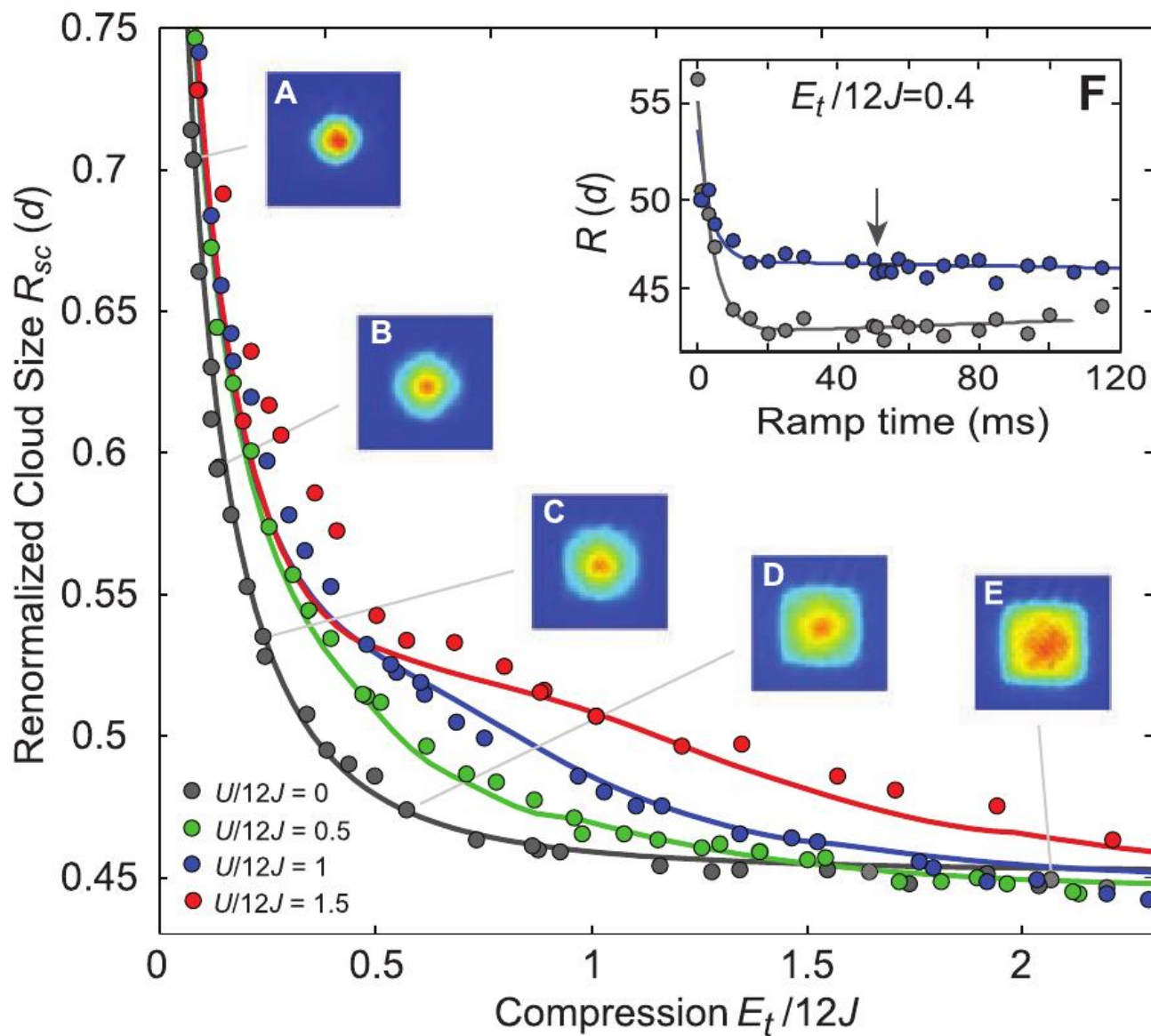
Was erwartet man?



Isolator-Phasen sind **inkompressibel**: Doppelbesetzung oder Transfer in höheres Energieband sind **teuer**.

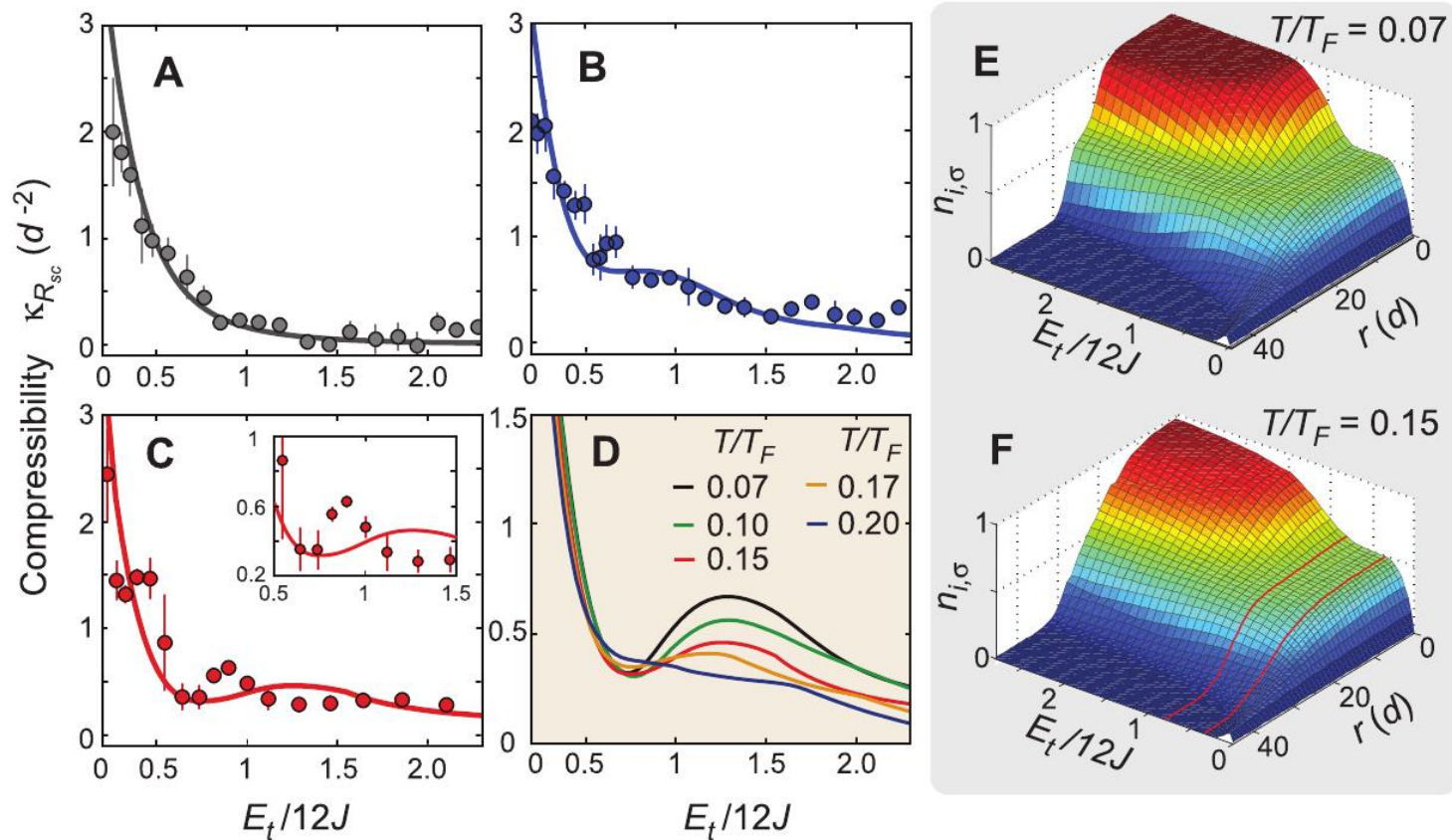
**Fig. 1.** (A to C) Relevant phases of the Hubbard model with an inhomogeneous trapping potential for a spin mixture at  $T = 0$ . A schematic is shown in the left column. The center column displays the corresponding in-trap density profiles, and the right column outlines the distribution of singly and doubly occupied lattice sites after a rapid projection into the zero tunneling limit, with  $p$  denoting the total fraction of atoms on doubly occupied lattice sites.

**Fig. 3.** Cloud sizes of the interacting spin mixture versus compression. Measured cloud size  $R_{sc}$  in a  $V_{lat} = 8 E_r$  deep lattice as a function of the external trapping potential for various interactions  $U/12J = 0 \dots 1.5$  is shown. Dots denote single experimental shots, lines denote the theoretical expectation from DMFT for an initial temperature  $T/T_F = 0.15$ . The insets (A to E) show the quasi-momentum distribution of the noninteracting clouds (averaged over several shots). (F) Resulting cloud size for different lattice ramp times at  $E_t/12J = 0.4$  for a noninteracting and an interacting Fermi gas. The arrow marks the ramp time of 50 ms used in the experiment.



Größe der Atomwolke in Abhängigkeit von der Kompressionsstärke, für verschiedene Werte der Hubbard-Abstoßung  $U$ .  
 Bilder zeigen die Fermifläche (für  $U = 0$ ); bei E ist das Band voll; weitere Kompression unmöglich.





**Fig. 4.** Compressibility and in-trap density distribution. (A to C) Global compressibility  $\kappa_{R_{sc}}$  of the atom cloud for various interactions [(A)  $U/12J = 0$ , (B)  $U/12J = 1$ , (C)  $U/12J = 1.5$ ]. Dots denote the result of linear fits on the measured data, and the error bars represent the fit uncertainty. Solid lines display the theoretically expected results for an initial temperature  $T/T_F = 0.15$ . The influence of the initial temperature on the calculated compressibility is shown in (D) for  $U/12J = 1.5$ . The corresponding density distributions are plotted in (E) and (F), with  $r$  denoting the distance to the trap center (see also figs. S7 and S8). The red lines mark the region where a Mott insulating core has formed and the global compressibility is reduced.

Rechte Seite: „Hochzeitstorten“-Struktur der Dichte, mit Plateaus bei einem (Mott-Isolator) bzw zwei (alles voll) Teilchen pro Gitterplatz. (Beachte: Hier ist die Zahl der Teilchen pro Platz und Spinrichtung aufgetragen  $\rightarrow$  Faktor 2.)

Kompressibilität in Abhängigkeit von der Kompressionsstärke, für verschiedene Werte der Hubbard-Abstoßung  $U$ . Das Minimum in der Kurve C ist die Signatur des Mott-Isolators (1 Fermion pro Gitterplatz).

## Noch ein Trick: Künstliche Magnetfelder

Neutrale Atome können an reale Magnetfelder höchstens schwach über ihre Dipolmomente koppeln → Studium der Effekte von Magnetfeldern auf geladene Teilchen (Quanten-Hall-Effekt...) ist in diesen Modellsystemen nicht möglich.

Oder vielleicht doch?

Wie wirkt ein Magnetfeld auf ein geladenes Teilchen?

$$\vec{p} \longrightarrow \vec{p} - q\vec{A}(\vec{r})$$

bewirkt eine zusätzliche ortsabhängige **Phasenverschiebung** in der Wellenfunktion.

Versuche eine derartige Phasenverschiebung auf **optischem** Weg zu erreichen.

nature

Vol 462 | 3 December 2009 | doi:10.1038/nature08609

LETTERS

---

# Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms

Y.-J. Lin<sup>1</sup>, R. L. Compton<sup>1</sup>, K. Jiménez-García<sup>1,2</sup>, J. V. Porto<sup>1</sup> & I. B. Spielman<sup>1</sup>

Bose-Einstein-Kondensat aus bis zu  $2.5 \cdot 10^5$   $^{87}\text{Rb}$ -Atomen.

Der Grundzustand hat Gesamtspin  $F = 1$ .

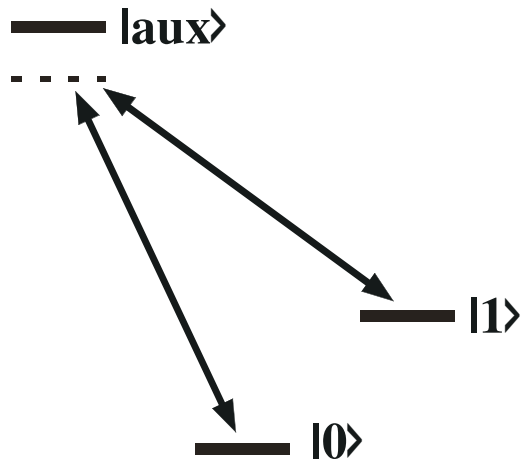
$m_F = 0, \pm 1$  spalten in einem Magnetfeld auf. Die Atome **bewegen** sich gemäß der Dispersionsrelation

$$E(\vec{k}, m_F) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \hbar\omega_Z m_F$$

( $\omega_Z =$  Zeeman-Aufspaltung).

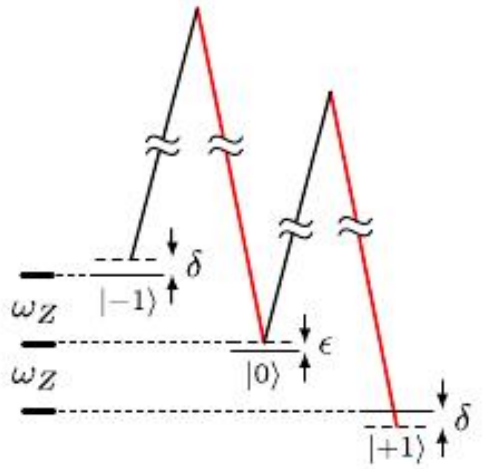
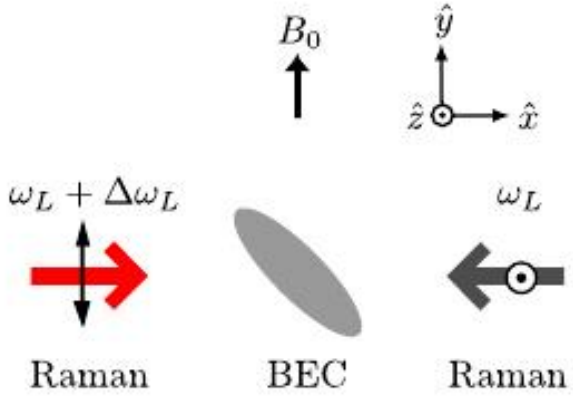
**Raman-Prozess** koppelt die verschiedenen  $m_F$ -Komponenten aneinander: Emission und Absorption von zwei Photonen mit passender Differenzfrequenz, nahe dem Übergang zu einem angeregten Hilfszustand.

**Trick:** Verwende zwei Raman-Laser unterschiedlicher Strahlrichtung  $\rightarrow m_F$ -abhängiger Impulsübertrag auf das Atom.

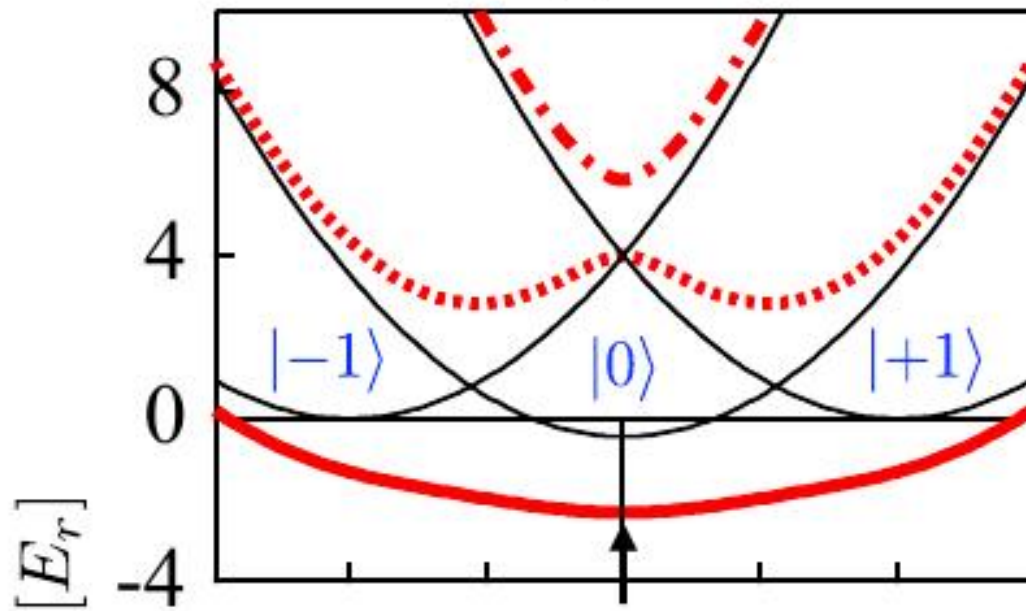


(a) Experimental layout

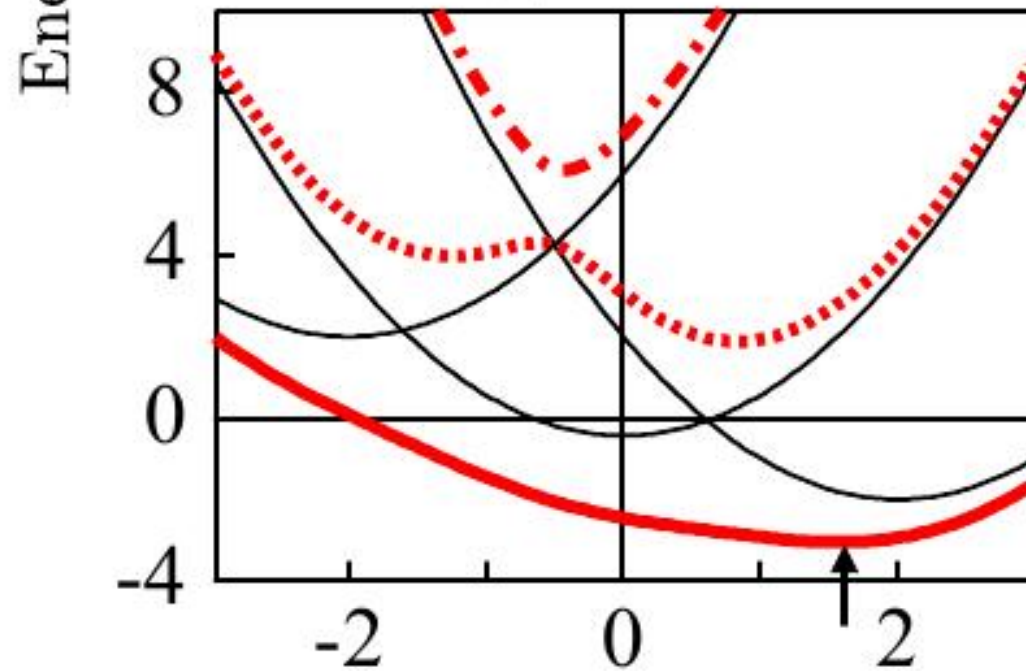
(b) Level diagram



(Aus Lin et al. Phys. Rev. Lett. **102**, 130401 (2009))



(b)  $\hbar\Omega_R = 4.85E_r$



### Oberes Bild:

Die Parabel-Dispersions der Atome mit unterschiedlichem  $m_F$  sind gegeneinander verschoben (dünne schwarze Linien). Der Raman-Prozess koppelt die Zustände mit einer Stärke (Rabifrequenz)  $\Omega_R$ . In der Rotating-Wave-Approximation hat die Hamiltonmatrix für den relevanten Unterraum die Gestalt:

$$\begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2m}(\tilde{k}_x + 2k_r)^2 - \delta & \Omega_R/2 & 0 \\ \Omega_R/2 & \frac{\hbar}{2m}\tilde{k}_x^2 - \epsilon & \Omega_R/2 \\ 0 & \Omega_R/2 & \frac{\hbar}{2m}(\tilde{k}_x - 2k_r)^2 + \delta \end{pmatrix}$$

( $\delta$ : Verstimmung der Ramanlaser-Frequenzdifferenz gegenüber  $\omega_Z$ ,  $\epsilon$  ist die Zeeman-Verschiebung 2. Ordnung für  $m_F = 0$ .) Die Eigenwerte sind die **dicken roten** Linien, für  $\delta = 0$ . Das Minimum liegt bei  $k = 0$ .

### Unteres Bild:

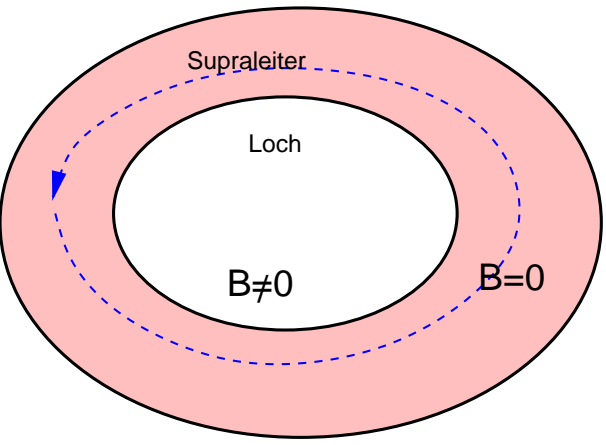
Wie oben, aber  $\delta \neq 0$ ; das Minimum liegt bei einem endlichen  $k$ :

$$E(k) - E_0 \approx \frac{1}{2m}(\hbar(k - k_0))^2 = \frac{1}{2m}(p - \tilde{q}\tilde{A})^2$$

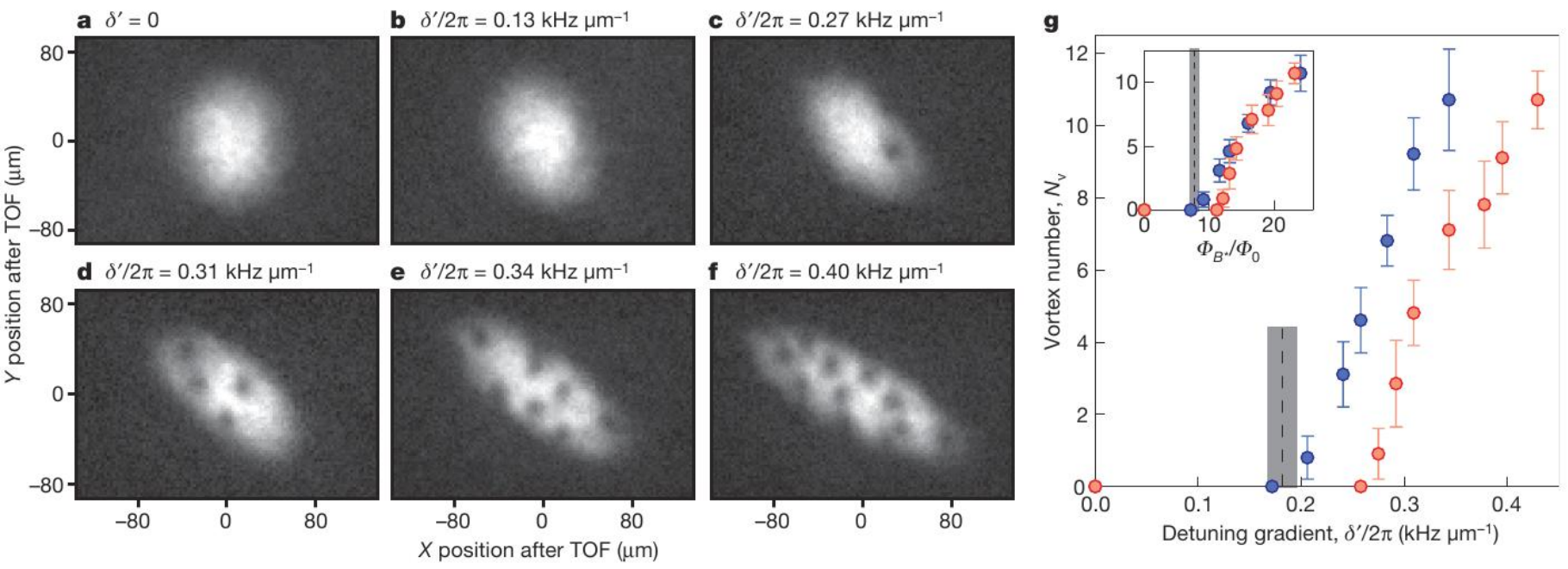


Das **synthetische Vektorpotential**  $\tilde{A}$  hängt von der Verstimmung  $\delta$  ab, die über das (reale) Magnetfeld **ortsabhängig** gemacht werden kann  $\rightarrow$  **synthetisches Magnetfeld**.

Das Bose-Einstein-Kondensat besitzt eine gemeinsame makroskopische Wellenfunktion  $\rightarrow$  Flussquantisierung des (synth.) Magnetfelds, ähnlich wie beim Supraleiter. Flussquanten äußern sich als Wirbellinien (vortices).



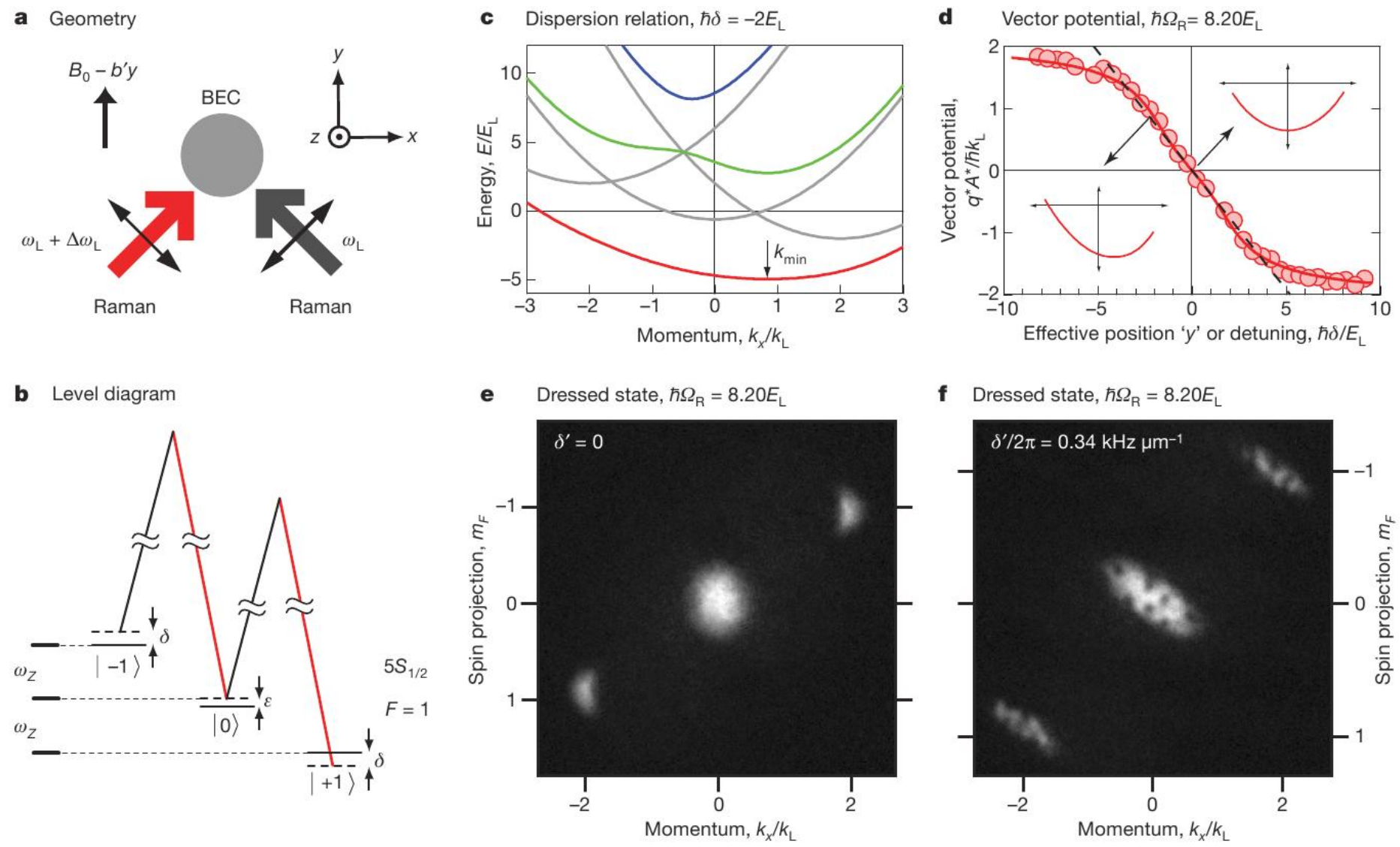
Diese wurden (mit einer etwas anderen Geometrie als oben beschrieben) von Lin et al. (Nature **463**, 628 (2009)) beobachtet.



**Figure 2 | Appearance of vortices at different detuning gradients.** Data was taken for  $N = 1.4 \times 10^5$  atoms at hold time  $t_h = 0.57$  s. **a-f**, Images of the  $|m_F = 0\rangle$  component of the dressed state after a 25.1-ms TOF with detuning gradient  $\delta'/2\pi$  from 0 to  $0.43 \text{ kHz } \mu\text{m}^{-1}$  at Raman coupling  $\hbar\Omega_R = 8.20E_L$ . **g**, Vortex number  $N_v$  versus  $\delta'$  at  $\hbar\Omega_R = 5.85E_L$  (blue circles) and  $8.20E_L$  (red circles). Each data point is averaged over at least 20 experimental

realizations, and the uncertainties represent one standard deviation  $\sigma$ . The inset displays  $N_v$  versus the synthetic magnetic flux  $\Phi_{B^*}/\Phi_0 = \mathcal{A}q^*\langle B^* \rangle/h$  in the BEC. The dashed lines indicate  $\delta'$ , below which vortices become energetically unfavourable according to our GPE computation, and the shaded regions show the  $1\sigma$  uncertainty from experimental parameters.

# Einige experimentelle Details:



**Figure 1 | Experiment summary for synthesizing magnetic fields.** **a**, The BEC is in a crossed dipole trap in a magnetic field  $B = (B_0 - b'y)\hat{y}$ . Two Raman beams propagating along  $\hat{y} \mp \hat{x}$  (linearly polarized along  $\hat{y} \pm \hat{x}$ ) have frequencies  $\omega_L$  and  $\omega_L + \Delta\omega_L$ . **b**, Raman coupling scheme within the  $F = 1$  manifold:  $\omega_Z$  and  $\varepsilon$  are the linear and quadratic Zeeman shifts, and  $\delta$  is the Raman detuning. **c**, Energy–momentum dispersion relations. The grey curves represent the states without Raman coupling; the three coloured

curves represent  $E_j(k_x)$  of the dressed states. The arrow indicates the minimum at  $k_{\min}$ . **d**, Vector potential  $q^*A_x^* = \hbar k_{\min}$  versus Raman detuning  $\delta$ . The insets show the dispersion  $E_1(k_x)$  for  $\hbar\delta = 0$  (top inset) and  $-2E_L$  (bottom inset). **e**, **f**, Dressed BEC imaged after a 25.1-ms TOF without (**e**) and with (**f**) a gradient. The spin components  $m_F = 0$  and  $\pm 1$  separate along  $\hat{y}$  owing to the Stern–Gerlach effect.