

27. Übung zu Physik SS 2020

Ausgabe: 23.06.2020

Prof. D. Suter

1. Teilchenwellen

- (a) Was für eine Wellenlänge λ hat ein Teilchen der Masse m , das mit der Geschwindigkeit v und damit dem Impuls $p = mv$ seines Weges zieht.
- (b) Wie groß ist die Wellenlänge für Elektronen- bzw. Protonstrahlen mit Energien von 10 eV, 10 keV und 1 MeV?
- (c) Was könnte man erwarten wenn diese Wellen auf einen Kristall fallen?

2. Ortswellenfunktion

Die quantenmechanische Wellenfunktion eines Teilchens sei gegeben durch

$$\psi(x) = N \cdot x \cdot e^{-\alpha|x|/2}$$

- (a) Bestimmen Sie den Normierungsfaktor N so, dass die Wellenfunktion auf Eins normiert ist, d.h. dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

gilt und begründen Sie die Notwendigkeit von normierten Wellenfunktionen für die Wahrscheinlichkeitsinterpretation in der Quantenmechanik. Welche Einheit hat die Wellenfunktion?

Hinweis: $x^n e^{-ax} = (-d/da)^n e^{-ax}$

- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Teilchen am Ort $x = 0$ zu finden? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Teilchen im Intervall $[-1/a, 1/a]$ zu finden?

3. Potentialkasten

Ein kräftefreies Teilchen befinde sich in einem Potential

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

in einem seiner stationären Zustände

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$$

- (a) Zeigen Sie, dass diese Zustände normiert sind und bestimmen sie die Energieeigenwerte E_n . Welche Energie ist nötig um ein Elektron, das sich in einem Potentialkasten der Breite 1 nm befindet, vom Grundzustand in den zweiten angeregten Zustand anzuregen.

Hinweis: Masse des Elektrons $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511 \text{ keV}/c^2$

(b) Berechnen Sie den Erwartungswert des Ortes x und des Impulsoperators \hat{p} für die stationären Zustände und interpretieren Sie die Ergebnisse.