

1. Komplexe Zahlen

Stellen Sie die folgenden Zahlen in der komplexen Zahlenebene dar und ermitteln Sie ihre Polar- (trigonometrische) und ihre exponentielle Darstellung:

a) 3,

b) $1+i$,

c) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Stellen Sie die komplexe Zahl $\frac{(1+i)^3+2i}{1+i}$ in der Form $a+bi$ und in Polarform dar!

2. Differenzialrechnung

Differenzieren Sie nach x :

a) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4\sqrt{x} - 5$

b) $y = x \sin(ax + 3)$

c) $y = \frac{\cos x}{x^2}$

d) $y = (\sqrt{a} + \sqrt{bx + c})^2$

3. Integralrechnung

a) Integrieren Sie folgende Funktion:

$$f(x) = x^6 + 5x^4 + 3x^2 + 1$$

b) Berechnen Sie folgende unbestimmte Integral:

$$\int (e^{-x} + e^{-2x}) dx$$

c) Berechnen Sie folgende Integral:

$$\int_{-\pi/4}^{5\pi/4} |\sin x| dx$$

4. Differenzialgleichungen

a) Lösen Sie die Randwertaufgabe: $y(x)'' = 1$, $y(0) = 1$, $y(1) = 3$

b) Lösen Sie mithilfe des Ansatzes $y(x) = Ce^{\lambda x}$ die folgenden linearen homogenen Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten:

a) $y' - 2y = 0$,

b) $y'' - 5y' + 6y = 0$,

c) $y'' + \omega^2 y = 0$ ($\omega > 0$)!

Hinweis: Wie bei der Lösung homogener linearer Gleichungssysteme ist jede Linearkombination, speziell also auch die Summe von Lösungen einer homogenen linearen Differenzialgleichung wieder Lösung dieser Differenzialgleichung. Nutzen Sie dies im Falle c), um reellwertige Lösungen der Differenzialgleichung anzugeben!