

## 30. Übung zu Physik SS 2020

Ausgabe: 14.07.2020

Prof. D. Suter

### 1. Atomaufbau

Ein Wasserstoffatom hat einen Radius von etwa 0,25 Å und ein Bleiatom von 1,8 Å.

- Welcher Anteil des Volumens eines Wasserstoffatoms ist vom Kern ausgefüllt (Radius des Protons ist etwa 0,84 fm)?
- Ein Proton wiegt etwa  $1,67 \cdot 10^{-24}$  g. Schätzen sie die Dichte von Kernmaterie in  $\text{g/cm}^3$  und  $\text{kg/m}^3$  daraus ab.
- Welcher Anteil der Masse des Wasserstoffatoms befindet sich im Kern (Bindungsenergie der Elektronen vernachlässigen)?
- Der Radius von schweren Kernen berechnet sich näherungsweise mit  $r = 1,2 \cdot A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}$ . Wiederholen sie die vorherigen Abschätzungen für das Isotop  $^{208}\text{Pb}$  mit einer atomaren Masse von 207,98 u (Bindungsenergie der Elektronen vernachlässigen).
- Schätzen sie grob ab, welches Volumen ein Nukleon im Bleikern einnimmt. Wie vergleicht sich dies mit dem Volumen eines Protons? Führen sie die gleiche Abschätzung für Bleimetall (Dichte  $11,34 \text{ g/cm}^3$ ) und Wasserstoffgas (Dichte unter Normalbedingungen  $0,09 \text{ kg/m}^3$ , das Volumen des  $\text{H}_2$ -Moleküls kann als das Doppelte eines H-Atoms angenommen werden) durch. Wie würden sie Kernmaterie eher beschreiben: fest, flüssig oder gasförmig?

#### (a) Volumenvergleich Atom/Kern

$$V_{H-Atom} = \frac{4\pi}{3} (0,25 \cdot 10^{-10} \text{ m})^3 = 6,54 \cdot 10^{-32} \text{ m}^3$$

$$V_{H-Kern} = \frac{4\pi}{3} (1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3 = 7,24 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3 = 1,1 \cdot 10^{-13} \cdot V_{H-Atom}$$

#### (b)

$$\rho = \frac{m_p}{V_{H-Kern}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}}{7,24 \cdot 10^{-39} \text{ cm}^3} = 2,3 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

- (c) Elektronen Masse beträgt  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Anteil der Kernmasse eines Wasserstoffatoms beträgt

$$\frac{m_p}{m_p + m_e} = 0,99945 = 99,945\%$$

- (d) Desgleichen für Blei, zunächst das Volumen

$$r = 1,2 \cdot A^{\frac{1}{3}} = 1,2 \cdot 208^{\frac{1}{3}} \text{ fm} = 7,1 \text{ fm}$$

$$V_{Pb-Atom} = \frac{4\pi}{3} (1,8 \cdot 10^{-10} \text{ m})^3 = 2,44 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$$

$$V_{Pb-Kern} = \frac{4\pi}{3} (7,1 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3 = 1,50 \cdot 10^{-42} \text{ m}^3$$

Dann die Dichte:

$$\rho = \frac{207,98 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g} - 82 \cdot m_e}{V_{Pb-Kern}} = \frac{3,45 \cdot 10^{-22} \text{ g}}{1,91 \cdot 10^{-36} \text{ cm}^3} = 2,3 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

- (e) Anteil den die Nukelonen im Kernvolumen einnehmen:

$$V_{N/Pb} = \frac{4\pi}{3} (1,2 \cdot fm)^3$$

$$V_P = \frac{4\pi}{3} (0,84 \cdot fm)^3 \Rightarrow \frac{V_P}{V_{N/Pb}} \approx 34\%$$

Für Bleiatome sieht die Abschätzung wie folgt aus:

$$\rho_{Pb} = 11,34 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{Pb-Atom} = \frac{207,98 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} g}{2,44 \cdot 10^{-23} m^3} = 14,15 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow \frac{\rho_{Pb}}{\rho_{Pb-Atom}} \approx 80\%$$

Für Wasserstoffgas:

$$\rho_{H_2} = 0,09 \frac{kg}{m^3} = 0,09 \cdot 10^{-3} \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{H-Atom} = 25,54 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow \frac{\rho_{H_2}}{\rho_{H-Atom}} \approx 3,5 \cdot 10^{-6}$$

Diese Ergebnisse legen nahe, Atomkerne eher nicht als ein relativ dünnes Gas, sondern als Festkörper oder — entsprechend der mangelnden festen räumlichen Anordnung — als Flüssigkeit zu beschreiben.

## 2. Radioaktiver Zerfall

(a) Für ein radioaktives Atom ist die Wahrscheinlichkeit  $P$  in einem Zeitfenster  $\Delta t$  zu zerfallen, gemäß  $P = \Delta t / \tau$  mit einer charakteristischen Konstanten  $\tau$  gegeben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit  $P(n\Delta t)$ , dass das Atom während  $n$  Zeitschritten nicht zerfällt und dann im nächsten Zeitschritt zerfällt?

(b) Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Zerfall  $\rho(t) = \frac{P(n\Delta t)}{\Delta t}$  zur Zeit  $t = n\Delta t$  wird exakt im Limes  $\Delta t \rightarrow 0$ , d.h.  $n \rightarrow \infty$ . Berechnen Sie  $\rho(t)$ .

(a) Wir multiplizieren die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse  $n$  mal nicht zerfallen und dann zerfallen. Da die Wahrscheinlichkeit in einem Zeitschritt der Länge  $\Delta t$  nicht zu zerfallen  $(1 - \Delta t / \tau)$  beträgt, ist

$$P(n\Delta t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^n \cdot \frac{\Delta t}{\tau}$$

(b) Einsetzen von  $\Delta t = t/n$  in  $P(n\Delta t)$  liefert

$$\frac{P(t)}{\Delta t} = \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{t}{n \cdot \tau}\right)^n$$

Da  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ , erhalten wir im Limes  $n \rightarrow \infty$

$$\rho(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

## 3. Radioaktive Strahlung

Wie kann man durch Versuche ermitteln, ob es sich bei einer Strahlung um Alpha-, Beta- oder Gammastrahlung handelt?

Versuche zur Ablenkung der Strahlung im Magnetfeld zeigt die Ladung. Absorptions- und Reichweitenmessungen zeigt die Art der Strahlung.

Alpha- und Beta-Strahlung lassen sich im Magnetfeld ablenken, Gammastrahlung nicht.

Alpha-Strahlung hat eine sehr geringe Reichweite und wird bereits von Papier absorbiert.

#### 4. Teilchen

Betrachtet man Alpha-Teilchen der Energie 4 MeV und Beta-Teilchen der Energie 2 MeV, so beträgt die Reichweite dieser Alpha-Teilchen in Luft 2,5 cm und die der Beta-Teilchen 71,0 cm. Erstaunt Sie das? Können Sie eine Erklärung dafür finden?

Alpha-Teilchen sind zweifach positiv geladene Heliumkerne. Die Anzahl der Stöße und Ionisationen auf einer Wegstrecke ist bei den Alpha-Teilchen somit viel größer als bei den Beta-Teilchen. Die Reichweite der Alpha-Teilchen in Luft ist viel kleiner als die Reichweite der Beta-Teilchen, obwohl die Energie der Alpha-Teilchen doppelt so groß ist wie die Energie der Beta-Teilchen. Somit ist für die Reichweite der Alpha- und Beta-Teilchen die Häufigkeit der Stöße und Ionisationen entscheidender als die unterschiedliche Energie.