25. Übung zu Physik SS 2020

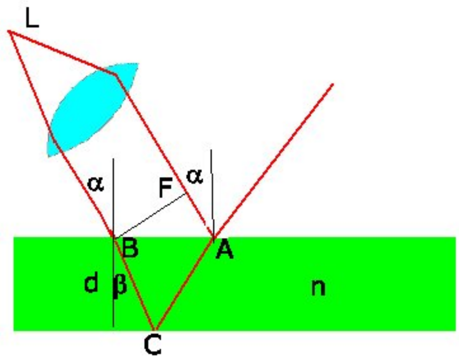
Ausgabe:09.06.2020 Prof. D. Suter

1. Glaslamelle

Wie dick muss eine hinreichend dünne Glaslamelle ($n = 1{,}52$) sein, damit gelbes Licht der Wellenlänge $\lambda = 589\ nm$ bei einem Einfallswinkel von $\alpha = 30°$ minimal reflektiert wird?

Die Gangdifferenz zwischen dem ersten an der Oberseite und dem ersten an der Unterseite reflektierten Strahl beträgt

$$\Delta = n(\overline{BC} + \overline{CA}) - \overline{FA}$$



Hierfür können wir auch schreiben

$$\Delta = 2n\frac{d}{\cos\beta} - 2d\tan\beta\sin\alpha$$

Mit $\sin\beta = \sin\alpha/n$ und $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\alpha/n^2}$ folgt

$$\Delta = \frac{2nd}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}} - \frac{2nd \cdot \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}}$$

Dieses kann man umformen zu

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$$

Man erhält Auslöschung (Kapitel 7.7.4), wenn diese Gangdifferenz gleich $k \cdot \lambda$ mit ganzer Zahl k ist. Also folgt

$$d = k\frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = k \cdot \frac{589 \cdot 10^{-9}m}{2\sqrt{1{,}52^2 - \sin^2 30°}} = k \cdot 2{,}05 \cdot 10^{-7}m, k = 1{,}2{,}3 \ldots$$

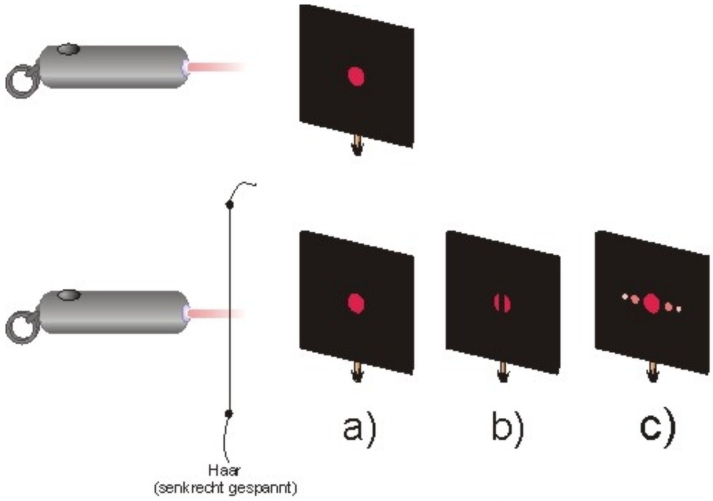
2. Laserstrahl

Ein dünner Laserstrahl (Laserpointer o.ä.) erzeugt auf einem einige Meter entfernten Schirm einen hellen Punkt. Nun wird in den Strahl ein senkrecht gespanntes Haar (Kopf, Besen o.ä.) gehalten. Wie verändert sich das Bild auf dem Schirm?

a) Das Bild ändert sich gar nicht.

b) Im Punkt des Lasers ist der Schatten des Haares zu erkennen.

c) Rechts und links von dem hellen Punkt sieht man weiter Punkte in einer Reihe angeordnet, die mit größer werdendem Abstand an Helligkeit verlieren.



Lösung: c ist richtig.
Das Haar wirkt als Hindernis im Strahlengang. An den beiden Rändern des Haares tritt Beugung auf. Das heißt, nach dem Hyugenschen Prinzip bilden sich dort zwei Kreiswellen, die miteinander interferieren. Auf dem Schirm sind die Interferenzmuster zu erkennen.

3. Beugung am Spalt

Eine ebene Lichtwelle der Wellenlänge $\lambda = 500\ nm$ falle senkrecht auf einen unendlich langen Spalt der Breite $b = 0{,}1\ cm$.

a) Bei welchen Ablenkwinkeln liegen die Minima und die ersten drei Nebenmaxima der Intensität?

b) Zeigen Sie, dass die Intensität I_m des m-ten Nebenmaximums näherungsweise durch

$$I_m = I_0 \left[\frac{1}{\pi\left(m+\frac{1}{2}\right)}\right]^2$$

dargestellt werden kann.

a) Die Intensitätsverteilung am unendlich langen Einzelspalt ist nach Vorlesung (Kapiteln 7.83. -7.8.4)

$$I = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

mit $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\alpha$. Extremwerte ergeben sich für

$$\frac{dI}{d\beta} = \boldsymbol{I_0}\frac{2\beta^2\sin^2\beta\cos\beta - 2\beta\sin^2\beta}{\beta^4} = \boldsymbol{I_0}\frac{2\sin\beta\,(\beta\cos\beta - \sin\beta)}{\beta^3} = 0$$

Minima ergeben sich für $\sin\beta = 0$ und $\beta \neq 0$, d.h.

$$\beta_{min,m} = \pm m\pi, m = 1{,}2{,}3 \ldots$$

Maxima erhält man entsprechend für $\beta\cos\beta - \sin\beta = 0$ oder $\beta = \tan\beta$. Dieses wird erfüllt durch

$$\beta_{max,1} = \pm 1{,}43\pi$$
$$\beta_{max,2} = \pm 2{,}46\pi$$

$$\beta_{max,3} = \pm 3{,}47\pi$$

Die Maxima liegen also nicht exakt zwischen den Minima, sondern geringfügig zu kleineren Winkeln verschoben. Wir können das noch durch die wahren Ablenkwinkel ausdrücken. Wegen $\alpha \approx \sin\alpha = \frac{2\beta}{mb} == \frac{\beta\lambda}{\pi b}$ folgt für die Minima

$$\alpha_{min,m} = \pm m\pi\frac{\lambda}{\pi b} = \pm m\frac{500\cdot 10^{-9}m}{10^{-3}m} = \pm m\cdot 5\cdot 10^{-4}, m = 1{,}2{,}3\,...$$

und für die ersten drei Nebenmaxima:

$$\alpha_{max,1} \approx \pm 7{,}14\cdot 10^{-4}$$
$$\alpha_{max,3} \approx \pm 1{,}22\cdot 10^{-3}$$
$$\alpha_{max,1} \approx \pm 1{,}73\cdot 10^{-3}$$

b) Wie wir in Teil a) gesehen haben, liegen die Maxima zwar nicht exakt zwischen den Minima, sind aber nur geringfügig verschoben. Zur Berechnung der Intensität in den Maxima können wir daher setzen

$$\beta_{max,m} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi, m = 1{,}2{,}3\,...$$

Dann ist aber

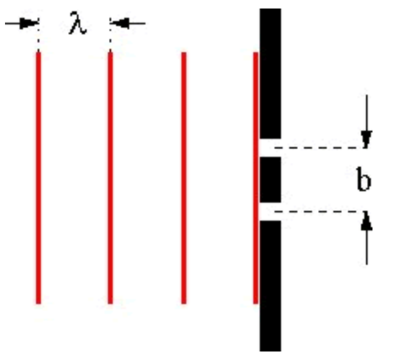
$$\sin\beta_{max,m} = 1$$

und daher

$$I_m = I_0\frac{1}{\beta_{max,m}^2} = I_0\left[\frac{1}{\pi\left(m + \frac{1}{2}\right)}\right]^2$$

4. Obere Wellenlängengrenze beim Doppelspalt

Ist es möglich, dass beim Doppelspaltexperiment Interferenzerscheinungen auftreten, wenn die Wellenlänge der auftreffenden Strahlung größer als der Spaltmittenabstand b ist? Begründen Sie die Antwort!



Die Bedingung für Maxima beim Doppelspaltexperiment lautet (Kapitel 7.8.5):

$$\frac{b}{\lambda}\sin\varphi_{max,m} = m, m = 1{,}2{,}3\,... \Rightarrow \sin\varphi_{max,m} = m\frac{\lambda}{b}$$

Damit mindestens das erste Maximum auftritt ($m = 1$), muss der Quotient $\frac{\lambda}{b}$ kleiner 1 sein, da $\sin\varphi_{max,m}$ den Wert 1 nicht übersteigen kann.

Um Interferenzerscheinungen am Doppelspalt beobachten zu können, muss die Wellenlänge kleiner als der Spaltmittenabstand sein. Nur dann gilt:

$$\frac{\lambda}{b} < 1$$