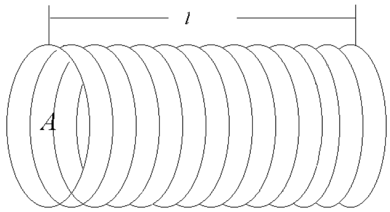
17. Übung zu Physik SS 2020

Ausgabe:14.04.2020 Prof. D. Suter

1. Induktivitätsberechnung

Gegeben ist eine Spule mit 1000 Windungen, l = 10 cm Länge und A = 20 cm^2 Querschnittsfläche.



a) Berechnen Sie die Induktivität der Spule.
b) Berechnen Sie die im Magnetfeld der Spule enthaltene Energie wenn I = 1 A Strom durch die Spule fließt.

a) Induktivität einer Spule (Kapitel 4.10.7):

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1000^2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{0{,}10} \frac{\mathrm{V \cdot s \cdot m^2}}{\mathrm{A \cdot m \cdot m}} = 0{,}025\ \mathrm{H}$$

b) Die im Magnetfeld der Spule enthaltene Energie (Kapitel 4.10.8):

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{0{,}025 \cdot 1^2}{2} \frac{\mathrm{V \cdot s \cdot A^2}}{\mathrm{A}} = 0.0126\ \mathrm{J}$$

2. Impedanzen

Berechnen Sie die Impedanzen der folgenden Bauelemente und geben Sie an, ob es sich um Blind- oder um Wirkwiderstände handelt. Formulieren Sie den Strom $I(t)$ als komplexwertige Größe in Polarform und zeichnen Sie ein gemeinsames Zeigerdiagramm für Spannung sowie Stromstärke, wenn die folgenden Elemente an eine Sinuswechselspannung $U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$ mit Spitzenwert U_0 = 311 V und Frequenz f = 50 Hz angeschlossen werden.

a) Ein ohmscher Widerstand mit R = 200 Ω
b) Ein Kondensator mit der Kapazität C = 30 µF
c) Eine Spule mit der Induktivität L = 400 mH.

Zusammengefasst sind die Impedanzen (Kapitel 4.10.10)

a) ohmscher Widerstand: $Z(R) = R$

b) Kondensator: $Z(C) = \frac{1}{i\omega C}$

c) Spule: $Z(L) = i\omega L$

Daraus folgen die Ströme:

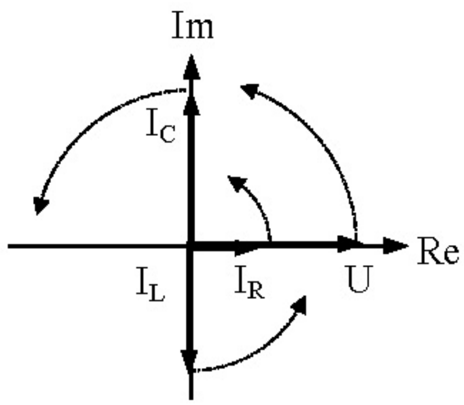
a) $I_R(t) = \frac{U(t)}{Z(R)} = I_0 \cdot e^{i\omega t}$ mit $I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{311\ \mathrm{V}}{200\ \Omega} = 1{,}56$ A: Strom läuft gleich.

b) $I_C(t) = \frac{U(t)}{Z(C)} = \omega \cdot C \cdot U_0 \cdot i \cdot e^{i\omega t} = I_0 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\omega t} = I_0 \cdot e^{i(\omega t + \pi/2)}$

mit $I_0 = \omega \cdot C \cdot U_0 = 2\pi \cdot 50\frac{1}{\text{s}} \cdot 30 \cdot 10^{-6}\text{F} \cdot 311\text{ V} = 2{,}93\text{ A}$: Strom läuft vor.

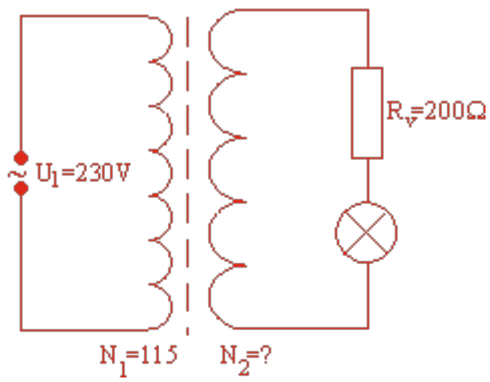
c) $I_L(t) = \frac{U(t)}{Z(L)} = I_0 \cdot e^{i(\omega t - \pi/2)}$

mit $I_0 = \frac{U_0}{\omega L} = \frac{311\text{ V}}{2\pi \cdot 50\frac{1}{\text{s}} \cdot 400 \cdot 10^{-3}\text{H}} = 2{,}47\text{ A}$: Strom läuft nach.



3. Niedervolt-Lämpchen

Ein Lämpchen (4,0 V / 0,04 A) ist an den Sekundärkreis der skizzierten Transformatoranordnung geschaltet und soll gerade mit der durch die Betriebsdaten vorgegebenen Helligkeit leuchten. Der Widerstand der Wicklungen wird vernachlässigt.



a) Berechnen Sie die notwendige Sekundärspannung U_2.

b) Berechnen Sie die Windungszahl der Sekundärwicklung N_2.

c) Untersuchen Sie, wie groß der Wirkungsgrad dieser Anordnung ist, wenn der Wirkungsgrad des Trafos 100% ist.

d) Entscheiden Sie, ob das Lämpchen auch dann leuchtet, wenn an die Primärseite eine Gleichspannung von 230 V angelegt wird, und begründen Sie den Antwort.

a) Zuerst berechnet man den Widerstand R_L des Lämpchens. Auf der Sekundärseite fließt ein Strom von 40 mA, an der Lampe fällt eine Spannung von 4 V ab. Am Widerstand gilt entsprechend nach dem Ohm'schen Gesetz

$$U_L = R_L \cdot I_L \Leftrightarrow R_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{4\text{ V}}{0{,}04\text{ A}} = 100\ \Omega$$

Da hier eine Reihenschaltung vorliegt, addieren sich die beiden Widerstände. Damit beträgt der Gesamtwiderstand R_{ges} des Sekundärstromkreises

$$R_{ges} = R_V + R_L = 300\ \Omega$$

Damit durch den Sekundärstromkreis ein Strom der Stärke $I_2 = I_L$ fließt, ist die Sekundärspannung

$$U_2 = R_{ges} \cdot I_L = 300\ \Omega \cdot 0{,}04\ \mathrm{A} = 12\ \mathrm{V}$$

nötig.

b) (Kapitel 4.10.12)

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1} = 115 \cdot \frac{12\ \mathrm{V}}{230\ \mathrm{V}} = 6$$

c) Zuerst berechnet man die Stromstärke I_1 im Primärstromkreis:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1} = 0{,}04\ \mathrm{A} \cdot \frac{6\ \mathrm{V}}{115\ \mathrm{V}} = 2{,}1\ \mathrm{mA}$$

Damit ergibt sich der Wirkungsgrad η zu

$$\eta = \frac{P_L}{P_1} = \frac{U_L I_L}{U_1 I_1} = \frac{4\ \mathrm{V} \cdot 0{,}04\ \mathrm{A}}{230\ \mathrm{V} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-3} \mathrm{A}} = 0{,}33\ oder\ 33\%$$

d) Das Lämpchen würde nicht leuchten, da ein Transformator nur dann funktioniert, wenn an der Primärseite eine Wechselspannung anliegt, da nur diese einen sich ändernden magnetischen Fluss in der Sekundärspule und damit eine Induktionsspannung darin verursachen kann.

4. Die Maxwellschen Gleichungen

Aus welchen allgemeinen Prinzipien lassen sich die Maxwellgleichungen sich herleiten?

1. Kontinuitätsgleichung, elektrische Ladung ist erhalten:

Eine Kontinuitätsgleichung ist eine bestimmte partielle Differentialgleichung, die zu einer Erhaltungsgröße (in Elektromagnetismus : elektrische Ladung) gehört. Sie verknüpft die zeitliche Änderung der zu dieser Erhaltungsgröße gehörigen Dichte ρ mit der räumlichen Änderung ihrer Stromdichte $\vec{j}$:

$$\frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0.$$

Die Erhaltung der elektrischen Ladung steckt implizit in den ersten und vierten Maxwell-Gleichungen:

Gauß‘sches Gesetz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$

Erweitertes Durchflutungsgesetz: $\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{j} + \frac{d\vec{D}(\vec{r})}{dt}$

2. Abwesenheit magnetischer Monopole, der magnetische Fluss ist erhalten:

Die Abwesenheit magnetischer Monopole bedingt die zweite Maxwell-Gleichung

Gauß‘sches Gesetz für Magnetfelder: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$

3. Auf bewegte Ladungen im elektromagnetischen Feld wirkt die Lorentzkraft:

Die Lorentzkraft erklärt die Umwandlung mechanischer Bewegung in elektrische Spannung. Dabei ergibt sich mittels der Lorentzkraft eine alternative Herleitung der elektromagnetischen Induktion statt über die Flussänderung. Das Induktionsgesetz bedingt die dritte Maxwell-Gleichung:

Induktionsgesetz $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{d\vec{B}(\vec{r})}{dt}$