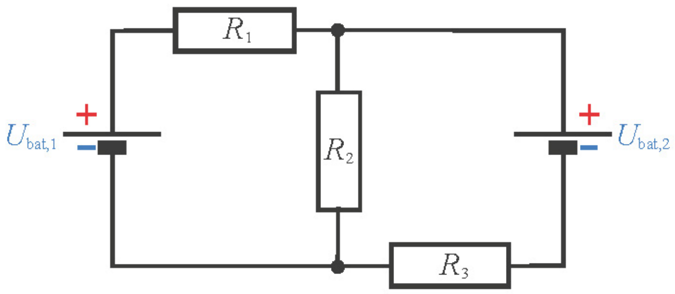
15. Übung zu Physik WS 2019

Ausgabe: 25.01.2020 Prof. D. Suter

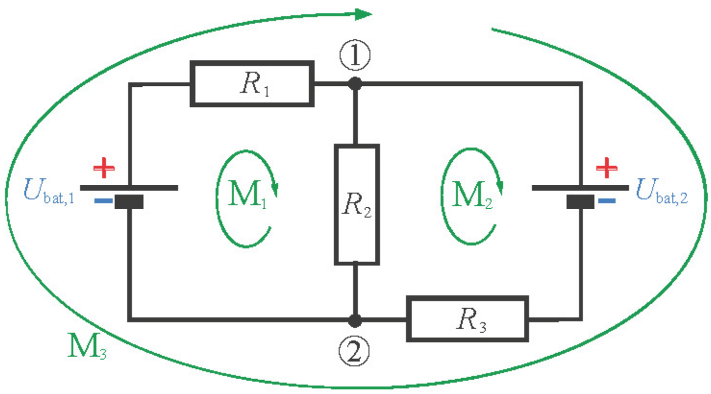
1. Stromkreis mit einer Masche

Gegeben ist die untenstehende Schaltung mit den Daten $|U_{bat,1}|$=10,8 V, $|U_{bat,2}|$=3,2 V, R_1=6,0 Ω, R_2=8,0 Ω und R_3=4,0 Ω.



a) Verdeutlichen Sie in der obigen Schaltskizze, dass die Schaltung 3 Maschen und 2 Knoten aufweist.
b) Berechnen Sie aus den gegeben Daten die Stromstärken I_1, I_2 und I_3 durch die Widerstände R_1, R_2 und R_3.
c) Berechnen Sie die Spannungen über den Widerständen R_1, R_2 und R_3.

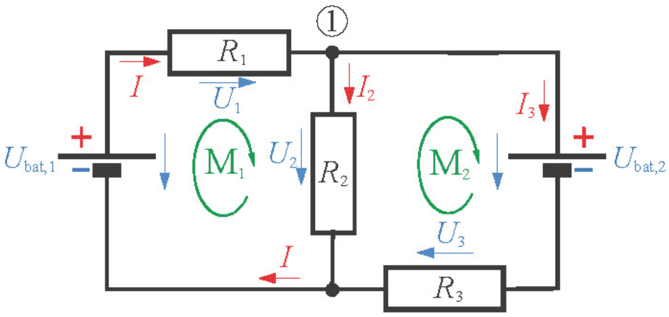
a) Die 3 grünen Bögen deuten die 3 Maschen an:



1. Masche mit $U_{bat,1}$, R_1 und R_2
2. Masche mit $U_{bat,2}$, R_3 und R_2
3. Masche mit $U_{bat,1}$, $U_{bat,2}$, R_1 und R

Die 2 schwarzen Kreise mit den Ziffern deuten die 2 Knoten an.

b) Zur Berechnung der 3 unbekannten Stromstärken sind 3 Gleichungen notwendig:



1. Gleichung aus der Kontenregel (Das 1. Kirchhoff'sche Gesetz, Kapitel 4.6.1) für Knoten 1 (man könnte auch Knoten 2 nehmen):

$$+I - I_2 - I_3 = 0 \qquad [1]$$

2. Gleichung aus der Maschenregel (Das 2. Kirchhoff'sche Gesetz, Kapitel 4.6.1) für Masche 1

$$-|U_{bat,1}| + U_1 + U_2 = 0 \Leftrightarrow -|U_{bat,1}| + I \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = 0 \qquad [2]$$

3. Gleichung aus der Maschenregel für Masche 2

$$|U_{bat,2}| + U_3 - U_2 = 0 \Leftrightarrow |U_{bat,2}| + I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = 0 \qquad [3]$$

Damit nicht zu "voluminöse Ausdrücke" entstehen, sollen von nun an die gegebenen Zahlenwerte eingesetzt werden:

$$+I - I_2 - I_3 = 0$$
$$-10{,}8 + I \cdot 6 + I_2 \cdot 8 = 0$$
$$3{,}2 + I_3 \cdot 4 - I_2 \cdot 8 = 0$$

Lösen dieses Linearen Gleichungssystems für die 3 Unbekannten I, I_2 und I_3 z.B. mit dem Eliminationsverfahren von Gauß (https://de.wikipedia.org/wiki/Gaußsches_Eliminationsverfahren) liefert

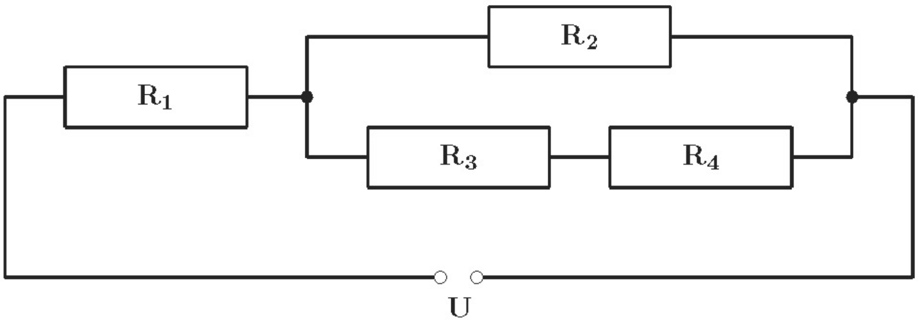
I=1,0A, I_2=0,60A und I_3=0,40A

b) Nach dem Gesetz von Ohm ergibt sich

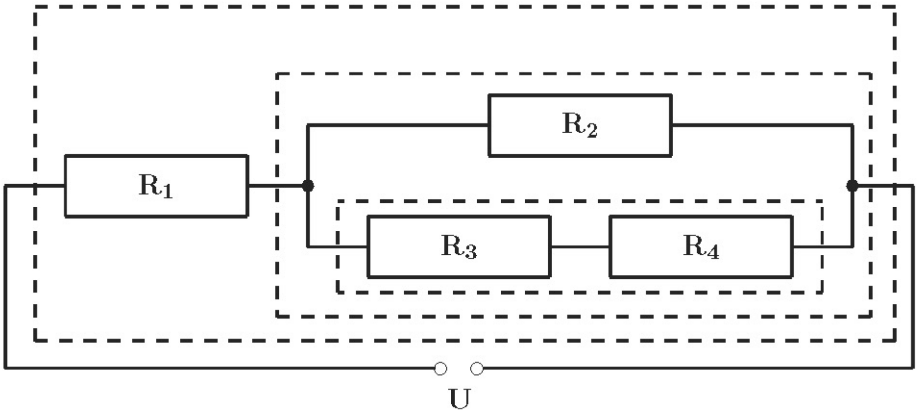
$$U_1 = R_1 \cdot I = 6\Omega \cdot 1\text{A} = 6\text{ V}$$
$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 8\Omega \cdot 0.6\text{A} = 4{,}8\text{ V}$$
$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 4\Omega \cdot 0.4\text{A} = 1{,}6\text{ V}$$

2. Vier Widerstände

Die vier Widerstände der abgebildeten Schaltung haben die Werte R_1 = 24 Ω, R_2 = 160 Ω, R_3 = 40 Ω und R_4 = 200 Ω. Ermitteln Sie den Gesamtwiderstand.



Die Berechnung des Ersatzwiderstandes erfolgt nach dem „Bottom-Up-Prinzip“. Man berechnet – beginnend mit den Einzelwiderständen – für immer größere Teile der Schaltung den jeweiligen Ersatzwiderstand. Dabei benötigt man die Formeln für den Ersatzwiderstand bei Reihen- und Parallelschaltung (Aus der Vorlesung (Kapitel 4.6.2) wissen wir bei Parallelschaltung addieren sich die Widerstände reziprok, bei Reihenschaltung hingegen direkt.)
Wichtig ist dabei, dass nur zusammengehörige Schaltungsteile zu größeren Einheiten zusammengefasst werden. Es wäre zum Beispiel sinnlos, einen Ersatzwiderstand von R_1 und R_2 zu berechnen.



Als erstes bestimmt man den Ersatzwiderstand von R_3 und R_4, der sich bei hintereinandergeschalteten Widerständen als Summe der Einzelwiderstände ergibt.

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 40\,\Omega + 200\,\Omega = 120\,\Omega$$

Die nächstgrößere sinnvolle Einheit besteht aus den Widerständen R_2, R_3 und R_4. Es handelt sich um eine Parallelschaltung der Widerstände R_2 und R_{34}; entsprechend ist die Formel für den Ersatzwiderstand zu wählen.

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = 96\,\Omega$$

Betrachtet man die Schaltung als Ganzes, so erkennt man eine Serienschaltung der Widerstände R_1 und R_{234}. Der Ersatzwiderstand der kompletten Schaltung ergibt sich folglich als Summe:

$$R = R_1 + R_{234} = 120\,\Omega$$

3. Magnetfeld

Welche Aussagen sind richtig?

a) Bei Stabmagneten gehen die Magnetische Feldlinien von Nord- zu Südpol.

b) Stabmagneten tragen magnetische Ladungen.

c) Magnetismus ist nicht an Materie gebunden.

d) Magnetische Feldlinien können sich schneiden.

e) Die Lorentzkraft ist die Kraft, die ein magnetisches Feld auf eine bewegte elektrische Ladung ausübt.

a) Richtig!

b) Falsch. In der Magnetostatik gibt es im Gegensatz zur Elektrostatik keine Ladungen – echte magnetische Monopole sind zwar denkbar, alle experimentellen Tatsachen sprechen aber gegen ihre Existenz. Somit ist das Magnetfeld quellenfrei. Die Quellen des

Magnetfeldes sind bewegte elektrische Ladungen bzw. zeitlich veränderliche elektrische Felder. Als solche sind z.B. auch ungepaarte Elektronen in der Atomhülle zu sehen, die auch Ampèrsche Molekularströme oder Elementarmagnete genannt werden und die Quellen der Felder von magnetischen Materialien wie den Ferromagnetika sind.

c) Falsch. Magnetismus ist eine fundamentale Eigenschaft der Materie. So besitzen bereits die elementaren Teilchen wie z.B. das Elektron magnetische Momente.

d) Falsch. Magnetische Feldlinien schneiden sich nicht, d.h. die Kraftrichtung auf einen magnetischen Nordpol ist stets eindeutig definiert.

e) Richtig!

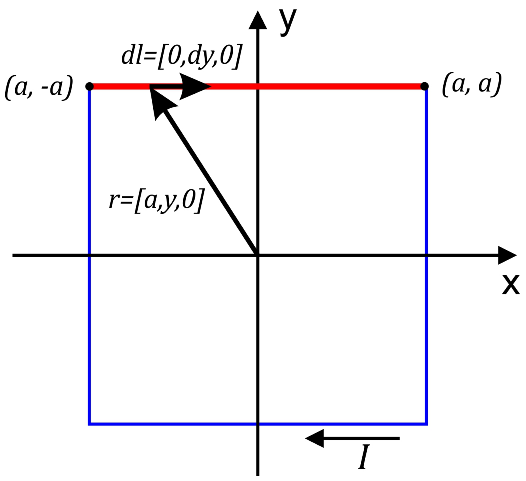
4: Quadratische Leiterschleife

Durch eine quadratische Leiterschleife der Seitenlänge 2*a* fließe der Strom I. Berechnen Sie das Magnetfeld im Mittelpunkt der Schleife.

Nach dem Biot-Savart'schen Gesetz (Kapitel 4.7.8) gilt:

$$\vec{H}(0) = \frac{I}{4\pi}\oint \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3}$$

Wobei $\vec{r}$ der Vektor vom Mittelpunkt zu Leiterschleife ist und $d\vec{l}$ den Weg entlang der Schleife beschreibt. Jede der 4 Seiten der Leiterschleife liefert den gleichen Beitrag zum Integral. Daher lässt sich das Magnetfeld als



$$\vec{H}(0) = 4\frac{I}{4\pi}\int_{(a,-a)}^{(a,a)} \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3}$$

schreiben, wobei

$$\vec{r} \times d\vec{l} = \begin{bmatrix} a \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ dy \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \cdot dy \end{bmatrix}$$

Somit erhalten wir

$$\int \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} = a\int_{-a}^{a} \frac{dy}{(\sqrt{a^2+y^2})^3} = a\frac{y}{a^2\sqrt{a^2+y^2}}\Bigg|_{-a}^{a} = \frac{\sqrt{2}}{a}$$

und für das Magnetfeld

$$\vec{H}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{a\pi} I \end{bmatrix}$$

5. Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

Ein Elektron mit der Ladung q = -1,6·10^{-19} C fliegt mit der Geschwindigkeit v = 10^5 m/s durch ein homogenes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,01 T. Welche Kraft $\vec{F}$ (Betrag und Richtung) wirkt auf das Elektron, wenn die Richtung der Flussdichte $\vec{B}$ um den Winkel α

a) α = 0°

b) α = 30°

c) α = 90°

d) α = 180°

zum Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ geneigt ist?

Bewegt sich eine Ladung q mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem Magnetfeld $\vec{B}$ so spürt sie eine Lorentzkraft (Kapitel 4.8.1)

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Wir nehmen $\vec{B} = (B, 0, 0)$ in X-Richtung an. Dann liegt der Geschwindigkeitsvekor $\vec{v} = v \cdot (cos\alpha, sin\alpha, 0)$ in der XY-Ebene. Das Kreuzprodukt ergibt die Lorentzkraft in Z-Richtung:

$$v \begin{bmatrix} cos\alpha \\ sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = vB \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -sin\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{F}_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -q \cdot v \cdot B \cdot sin\alpha \end{bmatrix}$$

$$-q \cdot v \cdot B \cdot sin\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\ \cdot 10^5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}01\ \mathrm{T} \cdot sin\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{N} \cdot sin\alpha$$

a) $sin\ 0° = 0 \Rightarrow \vec{F}_L = 0$

b) $sin\ 30°$=1/2 $\Rightarrow \vec{F}_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{N} \end{bmatrix}$

c) $sin\ 90°$=1 $\Rightarrow \vec{F}_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1{,}6 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{N} \end{bmatrix}$

d) $sin\ 180° = 0 \Rightarrow \vec{F}_L = 0$