# 13. Übung zu Physik WS 2019

Ausgabe: 11.01.2020 Prof. D. Suter

**1. Richtig oder falsch?**

**a)** Das elektrische Feld einer Punktladung zeigt immer von der Ladung weg.
**b)** Alle makroskopischen Ladungen *q* können als *q* = ±*n*·*e* geschrieben werden, wobei *n* eine ganze Zahl und -*e* die Ladung des Elektrons ist.
**c)** Elektrische Feldlinien divergieren niemals von einem Raumpunkt.
**d)** Elektrische Feldlinien kreuzen sich nie in einem Raumpunkt.

**a)** Falsch! Bei negativen Ladungen zeigen die Feldlinien hin.
**b)** Richtig!
**c)** Falsch! Feldlinien divergieren immer von der positiven Ladung.
**d)** Richtig! Feldlinien zeigen in die Richtung der Kraft und die muss eindeutig sein.

**2. Potentielle Energie von Punktladungen**

Drei Punktladungen der Werte *C*, 2·*C* und 3·*C* befinden sich an den Ecken eines gleichseiteigen Dreiecks mit Kantenlänge 1 m. Welche Arbeit muss man aufwenden, um die drei Ladungen zu einem gleichseitigen Dreieck mit halber Kantenlänge zusammenzuschieben?

Betrachten wir Ausgangskonfguration: Wieviel Energie steckt schon im System?
Erste Ladung sei da. Zweite Ladung dazu bringen:

$$E_{pot} = -\int \vec{F}_C d\vec{l}$$

Hier ist $\vec{F}_C$ die Coulomb-Abstoßung zwischen den Ladungen, welche durch die äußere Kraft kompensiert werden muss.

$$\Delta E_{pot,1} = -\int_{\infty}^{1m} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{C \cdot 2C}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2C^2}{1\text{ m}}$$

Dritte Ladung kommt dazu:

$$\Delta E_{pot,2} = -\int_{\infty}^{1m} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{C \cdot 3C}{r^2} dr - \int_{\infty}^{1m} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2C \cdot 3C}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{9C^2}{1\text{ m}}$$

$$\Rightarrow \ \Delta E_{pot} = \Delta E_{pot,1} + \Delta E_{pot,2} = \frac{11}{4\pi\varepsilon_0} C^2 \ /\text{m}$$

Halbe Kantenlänge → 1m wird zu 0.5m → Energie verdoppelt sich. Daraus folgt, dass nochmals $\Delta E_{pot}$ aufgewendet werden muss.

**3. Dipolmoment**

Zwei Punktladungen +*q* und –*q* liegen auf der z-Achse des Koordinatensystems, wobei +*q* bei *z = +d/2* und –*q* bei z = –*d/2* liegt. Berechnen Sie das Potential dieses statischen Dipols.

Das Potential eines elektrischen Feldes ist gegeben durch

$$\boldsymbol{\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}}$$

und das Dipolmoment durch

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q \cdot d \end{pmatrix}$$

Setzt man die beiden einzelnen Potentiale, die von deinen beiden einzelnen Ladungen entstehen, zusammen, so erhält man

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + \left(z - \frac{d}{2}\right)^2}} + \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + \left(z + \frac{d}{2}\right)^2}}\right)$$

und vereinfacht

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{r^2 - dz + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} + \frac{q}{\sqrt{r^2 + dz + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}\right)$$

**4. Protonenquelle**

In einer Protonenquelle werden Protonen (Masse $m$=1,7·$10^{-27}$ kg, Ladung $q$=1,602·$10^{-19}$ C) durch Ionisation von Wasserstoff isoliert und anschließend in einem elektrischen Feld beschleunigt. Die angelegte Spannung beträgt 90 kV, das Feld soll vereinfacht als homogen angesehen werden.

**a)** Erläutern Sie, wie die Anordnung gepolt sein muss, um die Protonen beschleunigen zu können.

**b)** Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke, wenn der Abstand von Anode zu Kathode $d$ = 30 cm beträgt.

**c)** Berechnen Sie den Betrag der Kraft, die auf ein Proton während der Beschleunigung wirkt.

Berechnen Sie auch die Beschleunigung, der das Proton dabei ausgesetzt ist.

**d)** Berechnen Sie die Geschwindigkeit, die das Proton beim Austritt aus der Protonenquelle erreicht. Geben Sie diese Geschwindigkeit auch in der Einheit km/h sowie in Prozent der Lichtgeschwindigkeit an.

a) Die positiv geladene Protonen müssen im Bereich der positiv geladenen Anode starten und zur negativ geladenen Kathode hin beschleunigt werden.

b) Für den Betrag der elektrischen Feldstärke erhält man

$$U = E \cdot d \Leftrightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{9 \cdot 10^4\ \text{V}}{0{,}3\ \text{m}} = 3 \cdot 10^5\ \text{V/m}$$

c) Für den Betrag der elektrischen Kraft erhält man

$$F = q \cdot E = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\mathrm{As} \cdot 3 \cdot 10^{5}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N}$$

Für die Beschleunigung erhält man

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 2{,}8 \cdot 10^{13}\ \mathrm{m/s^2}$$

d) Aus der Energieerhaltung

$$E_{el} = E_{kin} \Leftrightarrow\ q \cdot U = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

erhält man durch Einsetzen der gegebenen Größen

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\mathrm{As}\ \cdot 9 \cdot 10^{4}\ \mathrm{V}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}}} = 4{,}1 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1{,}5 \cdot 10^{7}\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Dies sind

$$\frac{v}{c} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3{,}0 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}014 \Rightarrow 1{,}4\%$$

Der Lichtgeschwindigkeit.