

12. Übung zu Physik WS 2019

Ausgabe: 04.01.2020

Prof. D. Suter

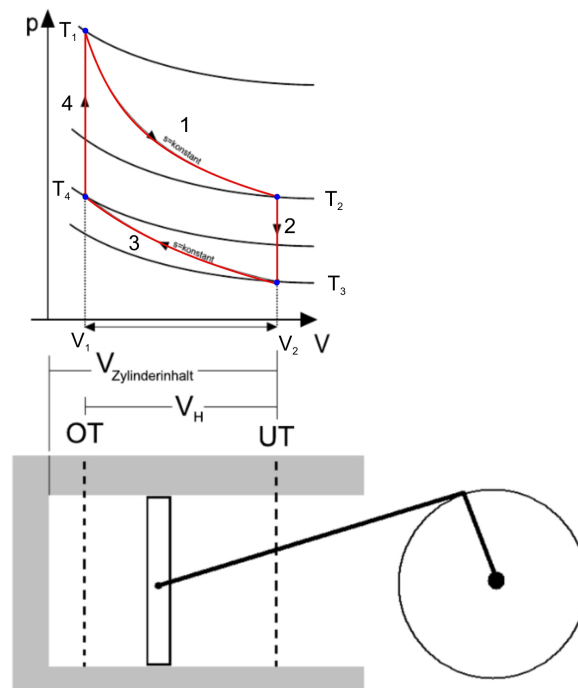
1. Wirkungsgrad des Otto Motors

Der im Jahr 1878 von dem Engländer Dugald Clerk entwickelte Zweitakt-Ottomotor durchläuft die folgenden Schritte:

1. **Arbeitsschritt:** Am oberen Totpunkt (OT) wird das Benzin-Luft-Gemisch gezündet und dadurch auf ca. 2000 °C und 30 bar gebracht, wodurch der Kolben nach außen geschoben wird.
2. **Auspuffschrift:** Am unteren Totpunkt (UT) ist das verbrannte Gemisch auf ca. 800 °C abgekühlt und wird aus dem Zylinder abgelassen. Unmittelbar danach wird neues Benzin-Luft-Gemisch aus dem Vergaser angesaugt. Auch hier wird kaum Arbeit benötigt, da der Druck im Zylinder nur wenig unter dem Umgebungsdruck liegt.
3. **Verdichtung:** Das Benzin-Luft-Gemisch wird auf ca. 10 bar verdichtet.
4. **Verbrennung:** Das Benzin-Luft-Gemisch verbrennt. Dadurch steigt der Druck.

Als idealisierten thermodynamischen Zyklus kann man die vier Schritte folgendermaßen beschreiben:

1. **Adiabatische Expansion** der Abgase im Zylinder von (p_1, V_1, T_1) nach (p_2, V_2, T_2)
 2. **Isochore Abkühlung** der Abgase beim Ausstoß von (p_2, V_2, T_2) nach (p_3, V_2, T_3)
 3. **Adiabatische Kompression** des Zündgemisches von (p_3, V_2, T_3) nach (p_4, V_1, T_4)
 4. **Isochore Erwärmung** des explodierenden Zündgemisches von (p_4, V_1, T_4) nach (p_1, V_1, T_1)
- Ansaug- und Auspufftakt werden im Vergleichsprozess nicht berücksichtigt, da sie kaum Arbeit benötigen



- a) Berechnen Sie die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmen $Q_1 - Q_4$ und die geleisteten Arbeit $W_1 - W_4$ in Abhängigkeit von $T_1 - T_4$ sowie V_1 und V_2 .
- b) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad des Otto-Motors $\eta = 1 - \frac{T_3}{T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ beträgt.
- c) Vergleichen Sie mit dem Wirkungsgrad eines entsprechenden Carnot-Prozesses.

a)

Adiabatische Expansion: $Q_1 = 0$ und $-W_1 = n \cdot C_V(T_2 - T_1)$

Isochore Abkühlung: $Q_2 = n \cdot C_V(T_3 - T_2)$ und $W_2 = 0$

Adiabatische Kompression: $Q_3 = 0$ und $-W_3 = n \cdot C_V(T_4 - T_3)$

Isochore Erwärmung: $Q_4 = n \cdot C_V(T_1 - T_4)$ und $W_4 = 0$

b) Auf den Adiabaten gilt wie im Carnot-Prozess

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-R/C_V}.$$

Der Wirkungsgrad ist daher

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{aufgenommene Wärme}} = \frac{|W_1 + W_3|}{Q_4} = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{T_1 - T_4} = 1 + \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_4} \\ &= 1 + \frac{T_3 - T_3 \cdot \frac{T_1}{T_4}}{T_1 - T_4} = 1 - \frac{T_3}{T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\end{aligned}$$

c) Wie beim Carnot-Prozess kommt es nur auf das Temperaturgefälle auf den Adiabaten an. Die isochoren Zustandsänderungen haben keinen Einfluss auf den Wirkungsgrad!

2. Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Ein perpetuum mobile 2. Art ist eine Maschine, die nach einmaliger Energiezufuhr ewig läuft. Erklären Sie anhand des 2. Hauptsatzes, warum es eine solche Maschine nicht geben kann. Untersuchen Sie die folgenden Konstruktionen auf ihre Funktion und begründen mit Hilfe des 1. und 2. Hauptsatzes der Thermodynamik sowie des 1. Newton'schen Axioms (*actio = reactio* bzw. Kraft = Gegenkraft).

- N-Maschine: Ein reibungsfrei gelagerter Elektromotor treibt über eine Welle einen ebenfalls reibungsfrei gelagerten Generator an, der über elektrische Leitungen wiederum den Motor versorgt.
- Lichtmühle: In einer Glaskugel hängt an einem Faden ein Stern mit mehreren Metallplättchen, die sich ständig drehen. Die eine Seite jedes Plättchens ist schwarz und die andere Seite weiß oder silberfarben.
- Magnetlok: ein magnetisches Fahrzeug trägt an einer Halterung einen starken Magneten vor sich her. Der Magnet zieht das Fahrzeug an und wird dabei gleichfalls fortbewegt (vgl. Jim Knopf und die wilde 13 oder Münchhausen)

a) Die N-Maschine läuft nicht ewig, da durch den Stromfluss Abwärme entsteht.

b) Die Lichtmühle ist kein abgeschlossenes System, da ihr Lichtenergie zugeführt wird.

c) Die Magnetlok bewegt sich nicht von Fleck, da die Magnetkraft nur die Halterung zusammendrückt und nach außen keine Kräfte wirken (*actio = reactio*)

3. Mischungsentropie

Berechnen Sie die Entropie, die beim Mischen zweier Flüssigkeiten oder Gase mit den Volumina V_1 und V_2 entsteht.

Phase 1 breitet sich von V_1 auf $V_1 + V_2$ aus. Phase 2 breitet sich von V_2 auf $V_1 + V_2$ aus. Es wird keine Arbeit verrichtet, es entsteht keine Wärme und die innere Energie bleibt gleich. Die Mischungsentropie ist also die Summe der beiden Verdünnungsentropien:

$$\Delta S = N_1 R \cdot \ln\left(\frac{V_1 + V_2}{V_1}\right) + N_2 R \cdot \ln\left(\frac{V_1 + V_2}{V_2}\right)$$

4. Gravitations- und Coulomb-Kraft

In welchem Verhältnis stehen die Gravitationskraft zwischen zwei Protonen ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) und ihre elektrostatische Abstoßungskraft ($q_p = e = +1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)?

Die Gravitationskraft $\vec{F}_G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, die eine Punktmasse m_1 am Ort \vec{r}_1 auf eine Punktmasse m_2 am Ort \vec{r}_2 ausübt und die entsprechende elektrische Kraft $\vec{F}_E(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ zwischen zwei Punktladungen q_1, q_2 an denselben Orten \vec{r}_1, \vec{r}_2 lauten

$$\vec{F}_G(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\vec{F}_G(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = G \cdot m_1 m_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_E(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\vec{F}_E(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q_1 q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

mit der Gravitationskonstanten G und der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 . Wenn man für die Massen die Protonenmasse m_p und die Ladung eines Protons q_p einsetzt, ergibt sich für das Verhältnis aus den Beträgen dieser beiden Kräfte der Ausdruck

$$\frac{|\vec{F}_G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|}{|\vec{F}_E(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|} = 4\pi\epsilon_0 G \frac{m_p^2}{e^2} =$$

$$4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \left(\frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}}\right)^2 = 8,1 \cdot 10^{-37}$$

Die Gravitationskraft zwischen den Protonen ist also winzig klein im Vergleich zur elektrischen Kraft. Bei mikroskopischen Systemen dominiert daher die elektrische Wechselwirkung das Verhalten der Teilchen, die Gravitation kann meist vernachlässigt werden. Erst auf makroskopischer Skala beginnt die Gravitation eine Rolle zu spielen. Auf astronomischer/kosmologischer Skala (Erde, Sonnensystem, Galaxie, usw.) kann hingegen die elektrische Wechselwirkung im Vergleich zur Gravitation vernachlässigt werden, die Gravitation bestimmt das Verhalten der Materie im Weltall. Die Ursache dafür ist die Existenz zweier Sorten elektrischer Ladungen, die sich gegenseitig neutralisieren können und dies auch tun, wohingegen es nur eine Art von Masse gibt, deren Gravitationswirkung stets anziehend ist. Während sich Ladungen gegenseitig kompensieren, akkumulieren sich die Massen, so dass für hinreichend Große Objekte die Gravitation über die elektrische Kraft die Oberhand gewinnt.