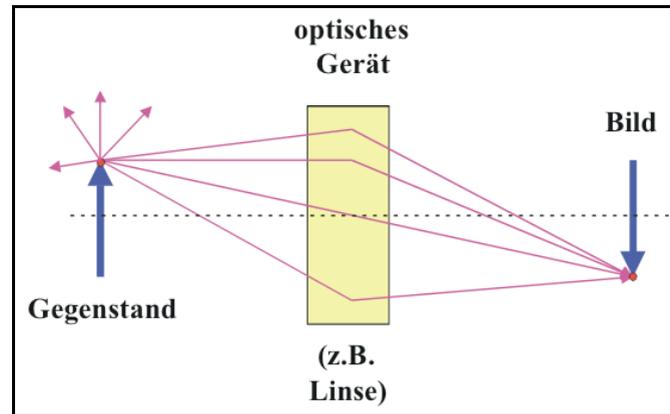


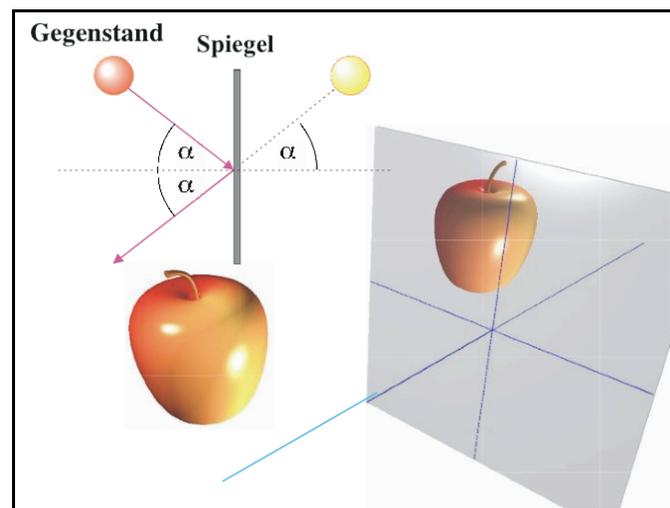
6.4 Abbildende Optik

6.4.1 Bildentstehung

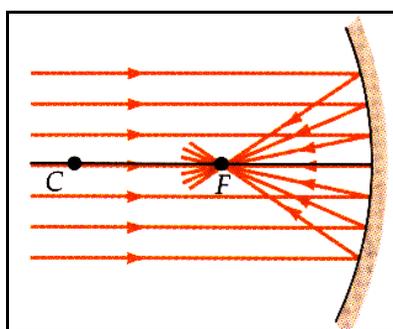
Zu den wichtigsten Anwendungen der Optik gehört die Möglichkeit, mit Hilfe optischer Instrumente Gegenstände abzubilden. Dazu werden Lichtstrahlen, die von einem Objekt ausgehen, durch ein optisches Gerät (Linse, Spiegel, Fernrohr, Auge ...) so geführt, dass sie ein Bild erzeugen. Das Bild ist dadurch charakterisiert, dass alle Strahlen, die durch einen bestimmten Bildpunkt laufen, vom gleichen Punkt des Objektes stammen. Somit kann man jeden Punkt des Bildes mit genau einem Punkt des Objektes identifizieren.



Ein einfaches Beispiel für ein optisches Instrument ist ein ebener Spiegel. Wie im Rahmen des Kapitels „Reflexion“ besprochen werden die Strahlen so gebrochen, dass der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel ist. Dadurch scheinen für den Betrachter alle Strahlen aus dem Spiegel zu kommen; er „sieht“ das Objekt hinter dem Spiegel. Allerdings wird in diesem Fall durch den Spiegel selber kein Bild erzeugt. Man bezeichnet das "Spiegelbild" als virtuelles Bild, da die Lichtstrahlen nie den Punkt erreichen an dem der Apfel dem Betrachter erscheint. Dieses virtuelle Bild hat trotzdem alle Eigenschaften eines reellen Bildes.



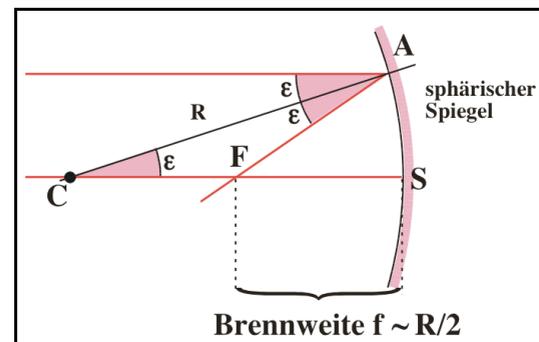
6.4.2 Parabolspiegel



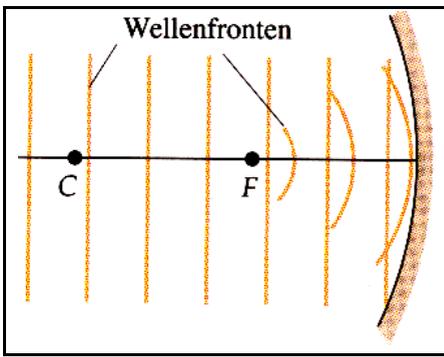
Im Gegensatz dazu erzeugt ein Parabolspiegels ein reelles Bild. In einem Parabolspiegel und näherungsweise auch in einem sphärischen Spiegel kreuzen sich parallele Strahlen in einen Punkt im Abstand f vom Spiegel.

Die Distanz zwischen dem Spiegel und dem Fokus F , in dem sich die Strahlen kreuzen, lässt sich für Strahlen in der Nähe der optischen Achse

leicht berechnen: Die Strahlen werden an jedem Punkt nach dem Reflexionsgesetz gebrochen. Das Dreieck CAF ist somit gleichschenkelig und für kleine Winkel ϵ ist offenbar die Brennweite SF gleich der Hälfte des Spiegelradius R .

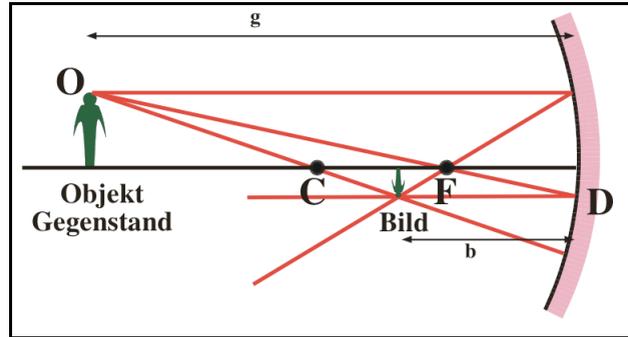


In einem entsprechenden Wellenbild erhält man nach Reflexion eine zusammenlaufende Kugelwelle.



6.4.3 Abbildung, Maßstab

Wenn die Strahlen nicht parallel einfallen, sondern von einem Objekt ausgehen, das um die Gegenstandsweite g vom Spiegel entfernt ist, entsteht ein Bild im Bildabstand b vom Spiegel. Diesen Bildabstand kann man mit Hilfe des Strahlensatzes aus der Brennweite f berechnen:

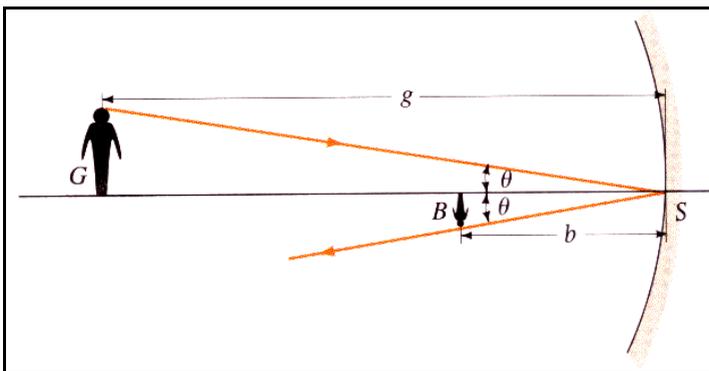


vom Spiegel entfernt ist, entsteht ein Bild im Bildabstand b vom Spiegel. Diesen Bildabstand kann man mit Hilfe des Strahlensatzes aus der Brennweite f berechnen:

$$\frac{f}{g} = \frac{FD}{OD} \quad \text{und} \quad \frac{f}{b} = \frac{OF}{OD} .$$

Somit ist

$$\frac{f}{g} + \frac{f}{b} = 1 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} .$$



Der Abbildungsmaßstab ist

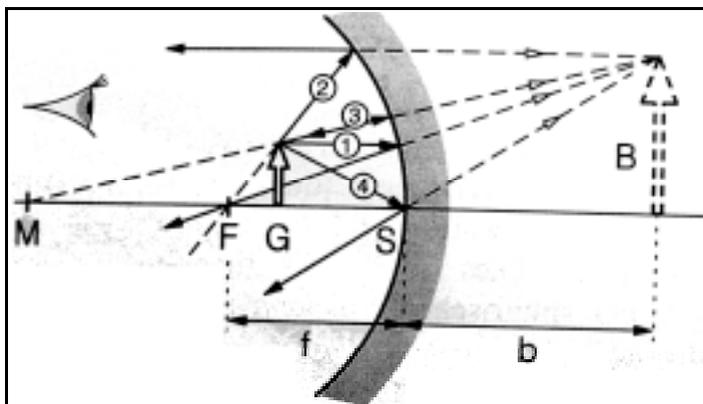
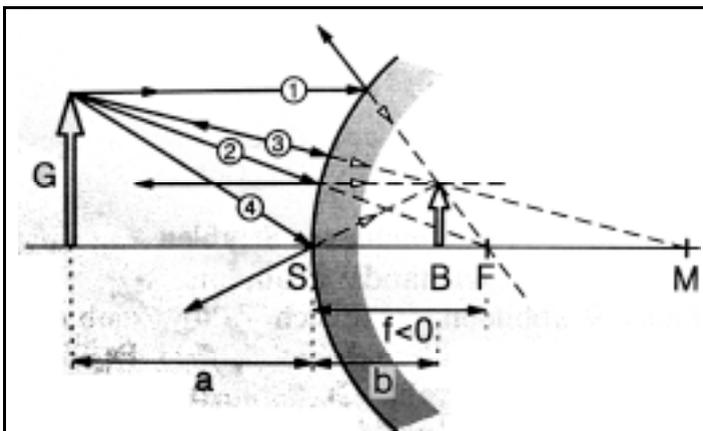
$$\square = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} .$$

Mit Hilfe der Abbildungsgleichung können wir b eliminieren:

$$b = \frac{fg}{g \square f} \quad \square \quad \square = \frac{f}{g \square f}$$

Offenbar erzeugt ein gekrümmter konkaver Spiegel ein Bild, welches für den Betrachter an unterschiedlicher Stelle erscheinen kann: Befindet sich das Original in einem Abstand, der größer ist als die doppelte Brennweite, so erscheint ein reelles, verkleinertes, umgekehrtes Bild zwischen f und $2f$.

Befindet sich das Original im Bereich zwischen f und $2f$ so erscheint das reelle Bild größer und im Abstand $> 2f$. Beträgt der Abstand weniger als f , so erscheint ein virtuelles Bild (d.h. hinter dem Spiegel). Das virtuelle Bild ist größer als das Objekt.

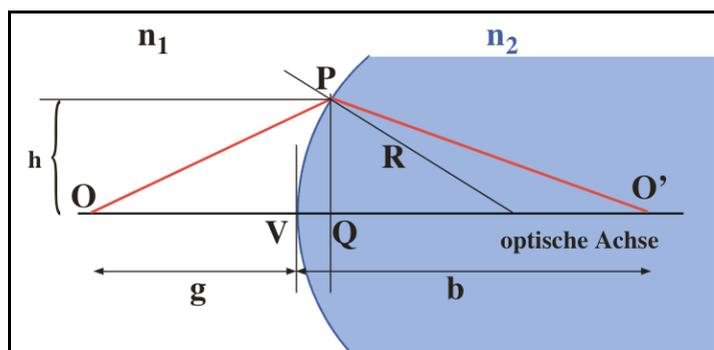


Ein konvexer Spiegel erzeugt kein reelles Bild, sondern immer ein virtuelles, welches kleiner ist als das Original. Diese Art von Spiegel wird z.B. in Rückspiegeln verwendet, wo ein großes Blickfeld gewünscht wird.

6.4.4 Brechung an einer sphärischen Oberfläche

Trifft ein Lichtstrahl auf eine gekrümmte Grenzfläche, so Exp 38: Brechung an sphärischer Oberfläche hängt seine Richtung nach der Grenzfläche davon ab, an welchem Punkt er auf die Grenzfläche auftrifft. Dies wird z.B. in Sammellinsen benutzt.

Wir betrachten zunächst den Fall einer einzelnen sphärischen Oberfläche, d.h. eines Glaskörpers, der nach rechts unendlich weit ausgedehnt ist. Wir berechnen den Weg, den ein Lichtstrahl nimmt, wenn er an der Oberfläche gebrochen wird indem wir das Prinzip von Fermat verwenden. Natürlich könnten wir dafür auch das Brechungsgesetz verwenden und würden das gleiche Resultat erhalten.



Wir beschränken uns auf geringe Abstände von der optischen Achse, so dass wir die Oberfläche durch eine Parabel annähern können. Die Zeit, welche das Licht für den Weg OPO' durch einen Punkt P im Abstand h von der optischen Achse benötigt, ist

$$n_1 OP + n_2 PO'$$

Wir verwenden die paraxiale Näherung $h \ll g$ um die Strecke OP zu berechnen:

$$OP = OV + VQ + h^2/2g$$

und analog für PO' . Damit wird die Zeit für den Weg OPO'

$$n_1 OP + n_2 PO' = n_1(OV + VQ + h^2/2g) + n_2(QO' + h^2/2b).$$

Gemäß dem Prinzip von Fermat sollte dies gleich der Zeit für den direkten Weg sein, also

$$n_1(OV + VQ + h^2/2g) + n_2(QO' + h^2/2b) = n_1 OV + n_2(VQ + QO') .$$

Somit muss gelten

$$VQ (n_1 - n_2) + (h^2/2g) n_1 + (h^2/2b) n_2 = 0 .$$

In der gewählten Näherung ist $VQ = h^2/2R$ mit R dem Radius der Grenzfläche und

$$n_1/g + n_2/b = (n_2 - n_1)/R ,$$

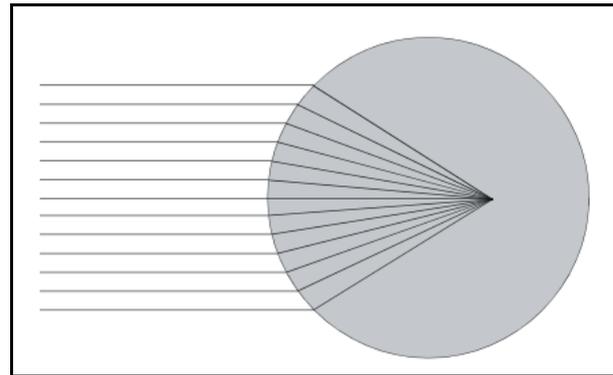
also unabhängig von h . Somit benötigt das Licht auf allen Pfaden die gleiche Zeit und erfüllt damit das Prinzip von Fermat. Diese Gleichung wird als Abbildungsgleichung bezeichnet: Bei gegebenem Radius R , Brechungsindex $n_{1,2}$ und Objektdistanz S bestimmt sie die Bilddistanz S' .

Einen Spezialfall erhält man, wenn man die Objektdistanz S gegen Unendlich gehen lässt, wenn also parallele Strahlen auf die Grenzfläche einfallen. Die Objektdistanz S' wird dann als Brennweite f bezeichnet. Offenbar ist

$$n_2/f = (n_2 - n_1)/R$$

oder

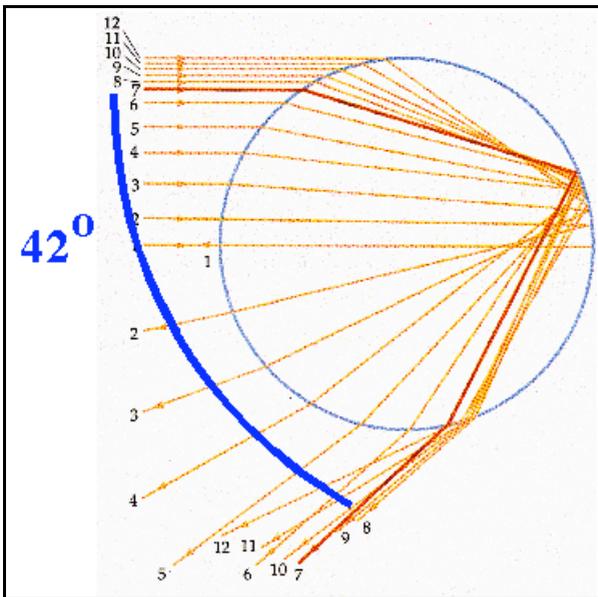
$$f = R n_2 / (n_2 - n_1) .$$



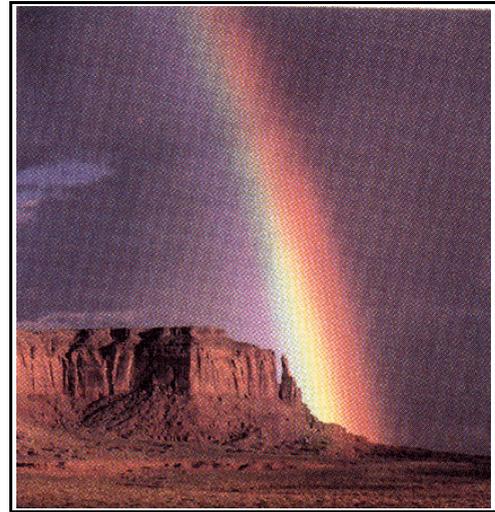
Die Sammelwirkung einer gekrümmten Oberfläche ist somit bestimmt durch den Krümmungsradius und die Differenz zwischen den Brechungsindizes. Die Tatsache, dass die Brechkraft von der Differenz der Brechungsindizes abhängt kann man sehr einfach nachprüfen wenn man beim Schwimmen unter Wasser die Augen öffnet: Man sieht nicht scharf, da hier die Brechkraft der Linse im Auge kleiner ist.

6.4.5 Entstehung des Regenbogens

Die Entstehung des Regenbogens kann auf Brechung in Wassertropfen und Dispersion zurückgeführt werden.



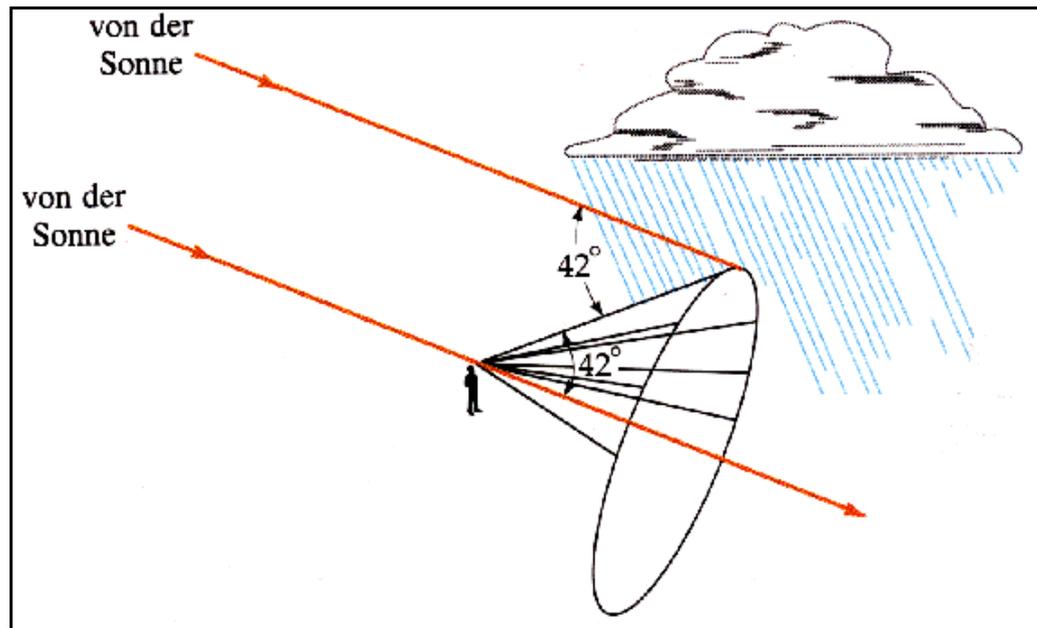
Der Strahlenverlauf in einem Regentropfen wurde von Descartes untersucht. Während ein Strahl, der zentral einfällt, in sich selbst reflektiert wird, werden Strahlen abseits vom Zentrum beim Eintritt gebrochen, an der Rückseite reflektiert, und beim Austritt nochmals gebrochen. Der Winkel zwischen einfallendem und austretendem Strahl nimmt mit dem Abstand vom Zentrum zunächst zu, erreicht bei 42 Grad ein Maximum und nimmt dann wieder ab. Dadurch erhält man bei



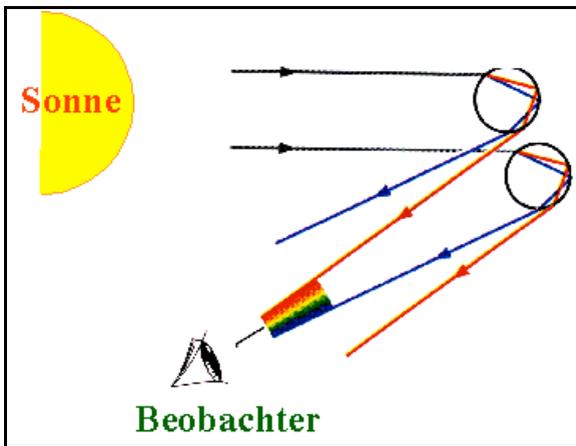
42 Grad eine Häufung.

Für einen Beobachter ergibt sich ein heller Kreiskegel mit halbem Öffnungswinkel 42 Grad, wobei die Symmetrieachse durch die Sonne läuft. Mindestens die Hälfte des theoretischen Kreises befindet sich unter dem Horizont; einen Halbkreis erhält man wenn die Sonne gerade auf dem Horizont steht.

Im Experiment verwenden wir eine einzelne, mit Wasser gefüllte Glaskugel. Der weiße Lichtstrahl der Bogenlampe wird hier ebenfalls in einem Winkel von 42 Grad reflektiert und spektral aufgefächert.



Exp. 37: Reflexionskegel



Aufgrund der Dispersion ist der Ablenkwinkel nicht für alle Farben der gleiche. Kurze Wellenlängen, also blau und violett, werden stärker gebrochen. Die entsprechenden Maxima erscheinen deshalb bei einem kleineren Öffnungswinkel, also innerhalb des roten Kreisbogens.

6.4.6 Linsen

Anstelle einer einzelnen sphärisch gekrümmten Oberfläche betrachten wir nun einen Glaskörper mit zwei sphärisch gekrümmten Oberflächen. Dies entspricht offenbar einer Linse, wobei der Krümmungsradius von beiden Oberflächen positiv, negativ oder

unendlich sein kann.

Den Strahlengang für eine bikonvexe Linse finden wir indem wir das Resultat für eine sphärische Oberfläche zweimal anwenden. Wir vereinfachen dabei für den Fall $n_1=1$, $n_2 = n$. Zunächst für die erste Grenzfläche gilt

$$1/g + n/z = (n-1)/R_1 .$$

Wir vernachlässigen die Dicke der Linse, d.h. wir nehmen an, dass der Lichtstrahl an der gleichen Stelle nochmals gebrochen wird. Für diese Brechung an der zweiten Grenzfläche ist die Gegenstandsweite $= -z$. Damit lautet die Gleichung für die zweite Brechung

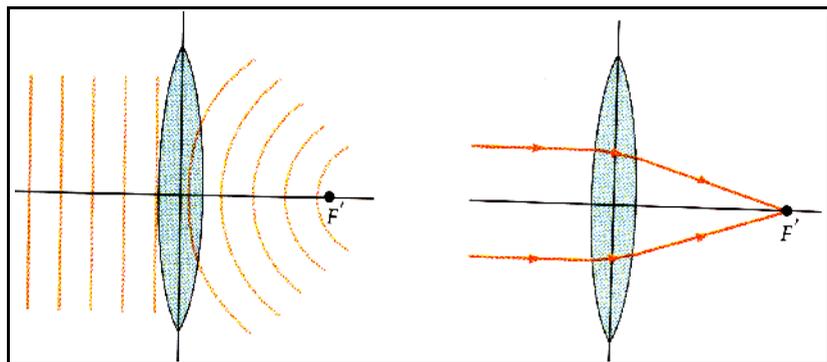
$$-n/z + 1/b = -(n-1)/R_2 .$$

Dabei muss das Vorzeichen von z und R beachtet werden: es hängt von der Richtung ab. Bei der Objekt- / Bilddistanz ist es gemäß unserer Definition positiv wenn das Objekt / Bild links / rechts der Grenzfläche liegt. Beim Krümmungsradius entsprechend positiv wenn das Zentrum auf der rechten Seite liegt, negativ im umgekehrten Fall.

Wir addieren die beiden Gleichungen um z zu eliminieren und erhalten

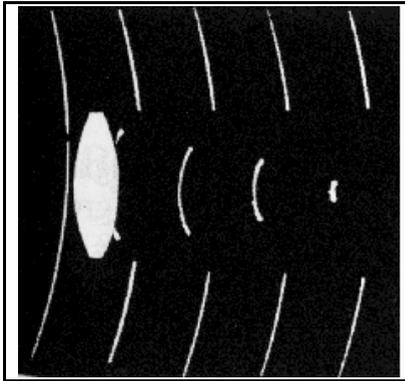
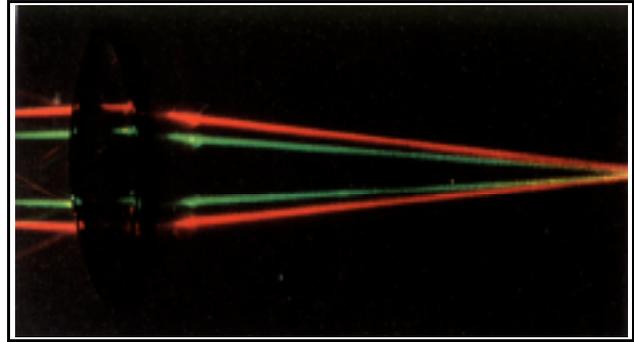
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{n-1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{f}$$

Somit ist die Brennweite der Linse durch die Radien $R_{1,2}$ der beiden Linsenflächen gegeben, welche jeweils vorzeichenbehaftet sind. Man kann dieses Resultat einfach so interpretieren dass sich die Brechkraft $(n-1)/R$ der beiden Oberflächen addiert, wobei bei der zweiten Oberfläche aufgrund des umgekehrten Verhältnisses der Brechungsindizes ein positiver Radius eine negative Sammelwirkung, d.h. eine aufweitende Wirkung hat.



Die "Breckkraft" oder Sammelwirkung einer Linse ist das Inverse der Brennweite und wird oft in "Dioptrien" = 1/m gemessen. 5 Dioptrien bezeichnen eine Brennweite von 20 cm.

Man kann den Strahlengang im Experiment mit Hilfe von Laserstrahlen nachmessen.



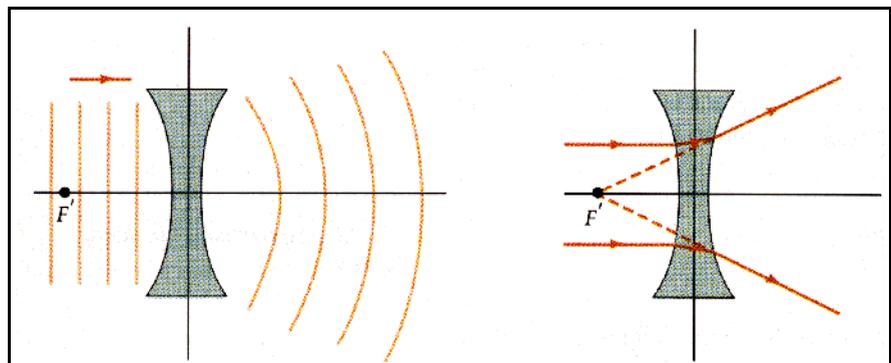
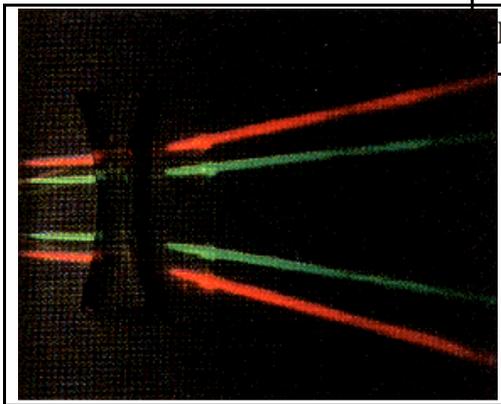
Im Rahmen der Wellenoptik wird die Sammellinse über eine Verbiegung der Wellenfronten diskutiert. Mit Hilfe von PulsLasern und holographischen Abbildungsverfahren kann diese ebenfalls gemessen werden.

6.4.7 Linsentypen

Je nach Vorzeichen und Betrag der beiden Radien unterscheiden man plankonvexe, plankonkave, Meniskus- und .. Linsen.

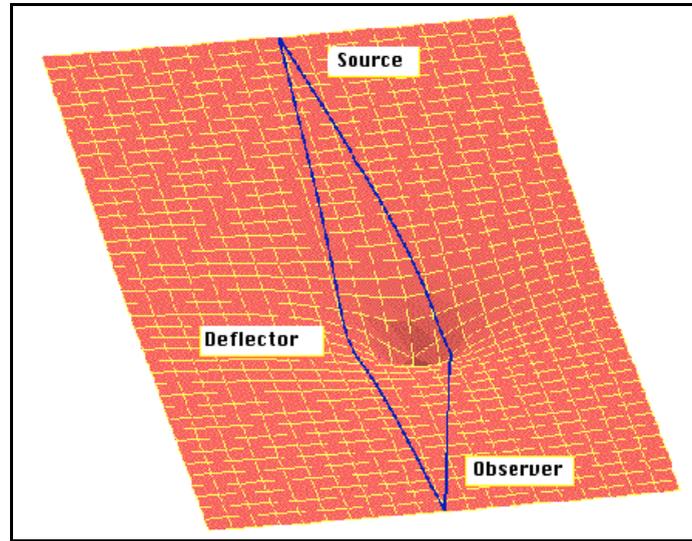
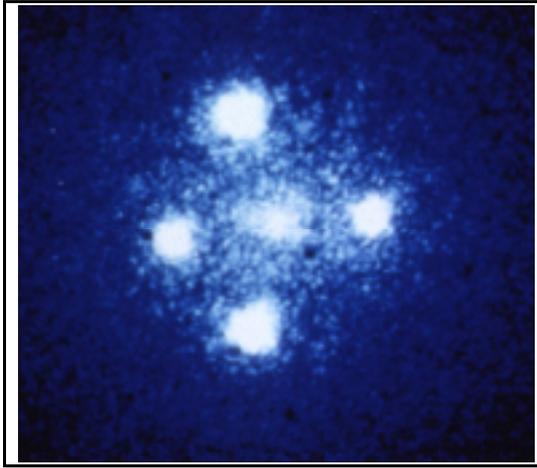
Bei einer Zerstreulinse werden die Wellenfronten im Außenbereich der Linse verzögert, resp. die Strahlen nach außen gebrochen.

Linsenform						
Bezeichnung	bi-konvex	plan-konvex	positiver Meniskus	bi-konkav	plan-konav	negativer Meniskus
Radien	$R_1 > 0$ $R_2 < 0$	$R_1 = \infty$ $R_2 < 0$	$R_1 < R_2 < 0$	$R_1 < 0$ $R_2 > 0$	$R_1 = \infty$ $R_2 > 0$	$R_2 < R_1 < 0$
Brennweite	$f > 0$			$f < 0$		



Auch diese kann durch Laserstrahlen sichtbar gemacht werden.

Linsen müssen nicht aus Glas bestehen. Die Lichtausbreitung wird z. B. auch durch Gravitationskräfte beeinflusst. Schwere Objekte im Weltraum wirken deshalb als sogenannte Gravitationslinsen: sie biegen Lichtstrahlen.



Dies kann z.B. dazu führen, dass ein entferntes Objekt mehrfach sichtbar wird, wie in diesem Beispiel ein Quasar, dessen Licht durch eine auf dem optischen Weg liegende Galaxis fokussiert wird.

Diesen Effekt kann man mit Hilfe eines einfachen Modells auch im Labor nachvollziehen.

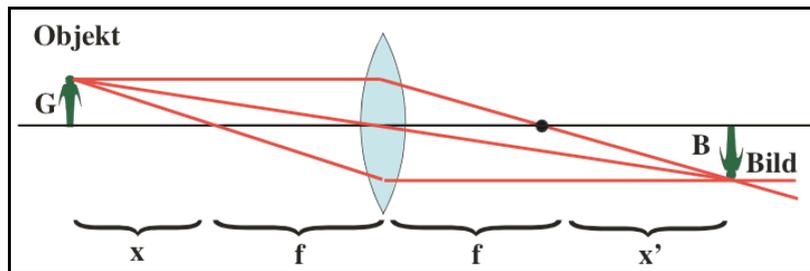
Exp. 44b: Optisches Modell einer Gravitationslinse

6.4.8 Abbildung und Vergrößerung

Das Bild eines bestimmten Objekts, das durch eine dünne Linse erzeugt wird, kann durch folgende Konstruktion erhalten werden:

- Jeder Strahl parallel zur Achse geht durch den Fokus auf der gegenüberliegenden Seite

- Ein Strahl, der durch den Fokus läuft, tritt auf der anderen Seite parallel zur Achse aus.



Damit erhalten wir folgende Gleichung

$$B/f = G/x \quad \text{und} \quad B/x' = G/f$$

und für die Größe B des Bildes relativ zur Größe G des Objekts

$$B/G = f/x = x'/f .$$

Das Vergrößerungsverhältnis ist somit gegeben durch das Verhältnis der Brennweite f zum Abstand x des Objekts vom Brennpunkt, resp. durch das Verhältnis des Abstandes x' des Bildes vom zweiten Brennpunkt.

Den Abstand b erhält man aus den beiden obigen Gleichungen z.B. indem man die zweite auflöst nach

$$B = G f/x$$

und dies in $B/x' = G/f$ einsetzt:

$$y f/(xx') = y/f$$

oder

$$x x' = f^2 .$$

Das Produkt von Objekt- und Bilddistanz (gemessen vom Brennpunkt) ist somit immer gleich dem Quadrat der Brennweite. Diese Form ist äquivalent zur Gleichung

$$1/g + 1/b = 1/f$$

wenn die Distanzen durch

$$g = x + f \quad b = x' + f$$

ersetzt werden.

Diese Gleichungen können mit diesem Experiment verifiziert werden.

Exp. 38a: Abbildung mit Sammellinse

Die wichtigsten Spezialfälle sind $x = x' = f$, d.h. Objekt und Bild sind je um f von den Brennpunkten entfernt, resp. um $2f$ von der Linse. Dabei sind Objekt- und Bilddistanz identisch und das Abbildungsverhältnis gerade gleich 1. Wenn wir einen der beiden Abstände, z.B. x , gegen Null gehen lassen, so muss der andere gegen Unendlich gehen. Dies entspricht den beiden Fällen wo ein paralleler Strahl in den Brennpunkt der Linse fokussiert wird, resp. wo eine punktförmige Quelle im Brennpunkt der Linse kollimiert wird.

Die Tatsache, dass unterschiedlich entfernte Gegenstände auf unterschiedliche Bildebenen abgebildet werden ist jedem Hobby-Fotografen bekannt. Sie führt zur endlichen "Tiefenschärfe" eines Bildes: Da der Film einen bestimmten Abstand zum Objektiv aufweist werden nur Gegenstände in der "richtigen" Entfernung scharf abgebildet.

6.4.9 Linsenfehler

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass die Linsen perfekt seien. Allerdings haben wir bei der Herleitung der Linsengleichung verschiedene vereinfachende Annahmen gemacht, die in der Praxis nie exakt erfüllt sind. So hatten wir z.B. angenommen dass die Dicke der Linsen vernachlässigt werden kann, oder dass die Oberfläche durch eine Parabel angenähert werden kann. In der Praxis benutzt man hingegen sphärische Oberflächen, da solche Linsen sehr viel einfacher herzustellen sind. Aus diesen Unterschieden ergeben sich sogenannte "Linsenfehler",

d.h. Unterschiede zwischen den hier angenommenen “Gesetzen” und den wirklichen Strahlengängen. Technisch werden diese folgendermaßen klassifiziert:

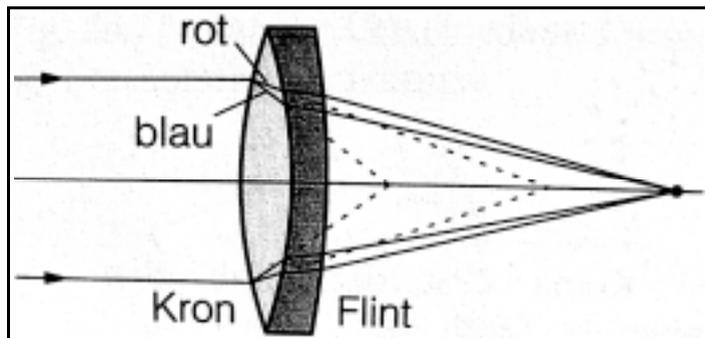
1) sphärische Aberration: Die hier benutzten Gleichungen gelten nur für Strahlen in der Nähe der optischen Achse. Strahlen, die zu weit davon entfernt sind, werden nicht mehr in den gleichen Punkt fokussiert. Natürlich kann man eine Linse immer klein genug machen, dass solche Fehler vernachlässigbar sind. Andererseits ist die Lichtstärke einer Linse proportional zu ihrer Fläche, also zum Quadrat des Durchmessers. Es gibt zwei Möglichkeiten, sphärische Aberration auch bei großen Linsen gering zu halten:

Exp: Sphärische Aberration

i) Man kombiniert verschiedene Linsen in ein Objektiv

ii) Man benutzt asphärische Linsen, d.h. man optimiert die Form der Linse so, dass diese Fehler verschwinden. Dies wird allerdings nur für teure Spezialoptiken gemacht, weil das Herstellungsverfahren wesentlich aufwendiger ist. Heute ist dies aber eindeutig ein zunehmender Trend.

2) Chromatische Aberration: Aufgrund der Dispersion des Glases werden unterschiedliche Wellenlängen unterschiedlich stark gebrochen. Auch dieses Problem kann durch die Kombination unterschiedlicher Linsen weitgehend vermieden werden. Dabei werden Linsen mit unterschiedlichem Brechungsindex verwendet.



Exp. 42a: Linsensystem

Solche Linsenkombinationen werden kommerziell

Exp. 38: Linsenfehler

als “Achromaten” angeboten. Das hier gezeigte Beispiel reduziert die Dispersion über den sichtbaren Spektralbereich auf weniger als 0.5%.

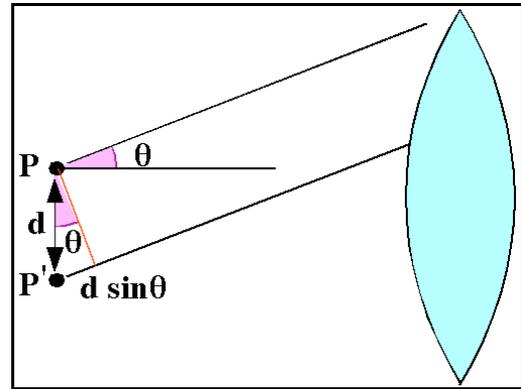
3) Coma, Astigmatismus: Weitere Aberrationen werden als Coma und Astigmatismus bezeichnet. Dabei handelt es sich um Fehler, die dadurch zustande kommen, dass Objekt und Bild nicht auf der Achse der Linse liegen.

6.4.10 Maximale Auflösung

Aufgrund dieser Gleichungen könnte man meinen, dass man Objekte beliebig vergrößern kann. Dies ist aber nicht möglich, da man dann in einen Bereich kommen würde, wo die geometrische Optik nicht mehr gültig wäre. Wir hatten als Voraussetzung für deren Anwendbarkeit ja angenommen, dass die relevanten Dimensionen groß seien im Vergleich zur Wellenlänge des Lichtes.

Eine Abschätzung für das maximal erreichbare Auflösungsvermögen eines Mikroskops erhält man mit folgender Überlegung:

Wir betrachten zwei Punkte P und P' im Abstand d. Damit man sie unterscheiden kann müssen Kugelwellen, die von den beiden Punkten ausgesandt werden, mindestens auf einem Teil der Linse unterschiedliche Phasen aufweisen. Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass sie sich in der Nähe der Linsenachse befinden, so dass zwei Kugelwellen, die zu gleicher Zeit von den beiden Punkten ausgehen, auf der Achse mit identischer Phase eintreffen. Als unterscheidbar betrachten wir die Punkte dann wenn die beiden Wellen am Rand der Linse eine Phasendifferenz $\geq \pi$ besitzen, d.h. wenn die Weglängendifferenz mindestens $\lambda/2$ beträgt. Beträgt der Winkel zwischen dem Zentrum und dem Rand der Linse θ , so ist der Weglängenunterschied



$$d \sin \theta \geq \lambda / 2 .$$

Eine hohe Auflösung erhält man somit wenn

- die Wellenlänge klein
- und der Öffnungswinkel groß ist.

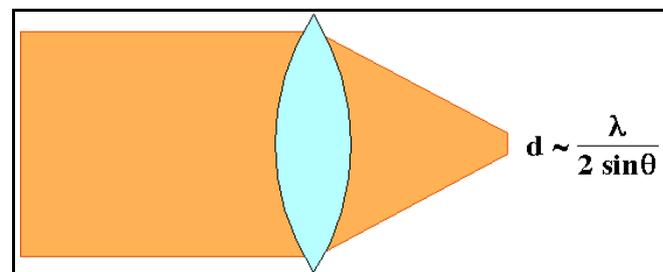
Die maximale Auflösung wird dann erzielt wenn das Objekt sich in der Brennebene befindet. Der Öffnungswinkel θ kann somit als das Verhältnis aus Radius und Brennweite geschrieben werden. Man bezeichnet den sinus des Öffnungswinkels ($\sin \theta$) als numerische Apertur (NA).

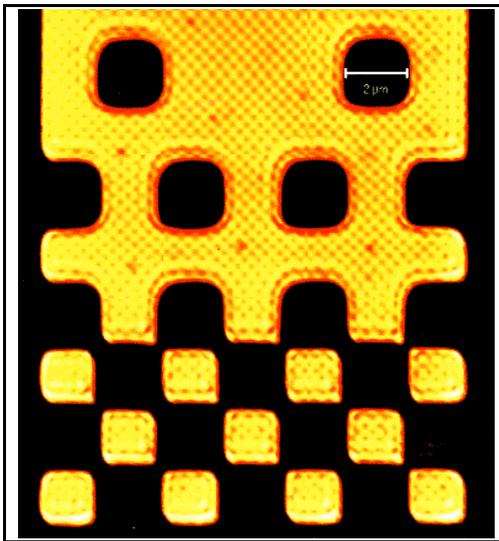
Die hier verwendete Bedingung gibt nur die Größenordnung an. Es werden anstelle von $\lambda/2$ auch die Werte von 0.62λ und 0.82λ verwendet, welche z.B. aus der Theorie der Beugung stammen. Für eine unendlich große Linse und sichtbares Licht würde man somit erhalten

$$2 d \geq 0.6 \mu\text{m}$$

oder $d \geq 0.3 \mu\text{m}$. In der Praxis ist der Winkel θ immer kleiner als $\pi/2$. Für ein Mikroskop mit hoher numerischer Apertur kann die Auflösungsgrenze trotzdem deutlich unter $1 \mu\text{m}$ liegen.

Das gleiche gilt umgekehrt auch für die Erzeugung eines Bildes: Bilddetails können nur dann mit einer Linse dargestellt werden, wenn sie nicht kleiner als $\lambda/(2 \sin \theta)$ sind.



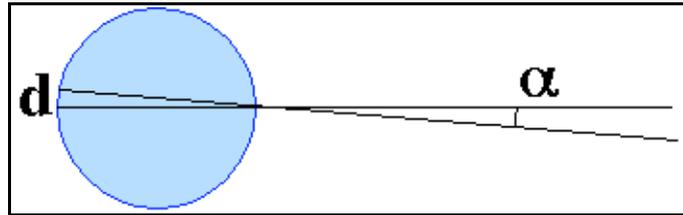


Diese Abbildungsgrenze ist u. A. relevant für die Photolithographie, welche für die Herstellung elektronischer Schaltkreise verwendet wird. Die Dimensionen der auf diese Weise erzeugten Schaltungen können nicht wesentlich kleiner sein als die Wellenlänge des verwendeten Lichts. Deshalb werden heute in der Chipherstellung ultraviolette Lichtwellen verwendet.

Die Auflösungsgrenze gilt auch für das Bild auf der Netzhaut. Für einen Abstand von 25 mm (= Durchmesser des Auges) und eine Wellenlänge von 600 nm findet man eine Auflösungsgrenze von ca. 3-4.8 μm. Die Abstände zwischen den Sehzellen betragen ca. 3-5 μm (im "gelben Fleck": 1 μm), also optimiert auf die Auflösung.

Die Natur hat offensichtlich hier gut optimiert.

Die Auflösungsgrenze können wir auch auf das Objekt beziehen: die Größe von 3 μm entspricht einem Winkel des Bildes von

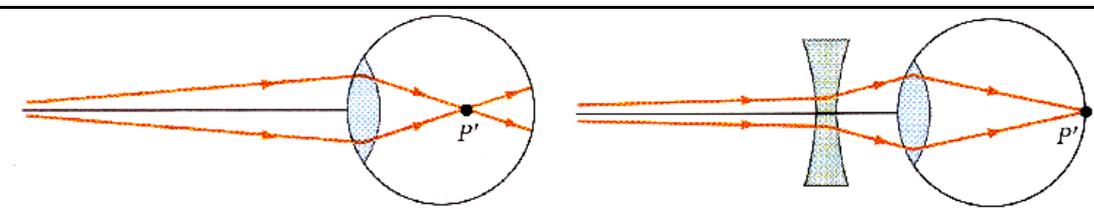
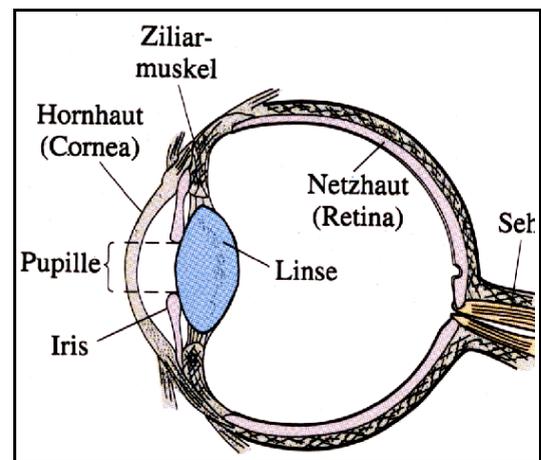


$$\alpha = 3\mu\text{m} / 25\text{ mm} = 1.2 \cdot 10^{-4}$$

Damit kann man z.B. ein Objekt von der Größe 1.2 cm in einer Distanz von 100 m noch erkennen.

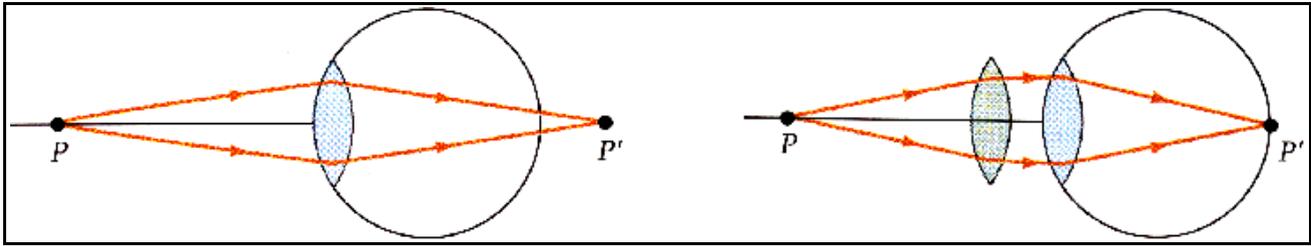
6.4.11 Das Auge

Das Auge ist das wichtigste optische Instrument. Es besteht aus einem kugelförmigen Körper von ca. 25 mm Durchmesser. Darin enthalten ist eine Linse, welche durch einen Muskel verformt werden kann. Da Linse und Augenkörper ähnliche Brechkraft besitzen dient diese Anpassung nur für geringe Korrekturen. Die lichtempfindlichen Zellen befinden sich auf der Rückseite des Auges, in der Netzhaut. Man unterscheidet zwischen den stäbchenförmigen Zellen, welche tagsüber farbige Bilder liefern und den zapfenförmigen, nicht farbempfindlichen Zellen, welche nachts geringe Lichtstärken wahrnehmen können.



Sehfehler entstehen wenn die Brechkraft der Linse nicht mit der Größe des Auges

übereinstimmt. Im Falle der Kurzsichtigkeit ist die Brechkraft zu groß und das Bild entsteht vor der Netzhaut. Sie kann korrigiert werden indem man eine Zerstreuungslinse einsetzt.



Bei der Weitsichtigkeit ist die Brechkraft zu gering. Sie wird korrigiert durch eine Sammellinse.

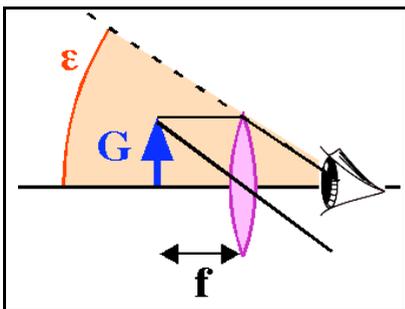
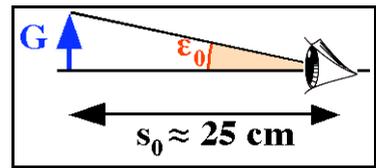
Im Experiment ...

Exp. 40: Pupillenlage

6.4.12 Vergrößerung und Mikroskop

Lupe: Die Lupe kann als zusätzliche Linse vors Auge gehalten werden, so dass man Gegenstände betrachten kann, die sich näher beim Auge befinden. Die Vergrößerung wird somit primär durch die Verringerung des Objektabstandes erreicht.

Mit bloßem Auge kann man typischerweise bis auf eine Distanz von ca. 25 cm scharf sehen. Das Bild eines Objektes der Größe G erscheint dann maximal unter dem Winkel $\epsilon_0 \approx G/s_0$.



Verwendet man dagegen eine Linse, so kann man das Objekt bis auf die Brennweite f an die Linse heranbringen ohne dass das Auge angestrengt wird. Das Objekt erscheint jetzt unter dem Winkel $\epsilon = G/f$, das heißt um den Faktor

$$V = \frac{G/f}{G/s_0} = s_0/f$$

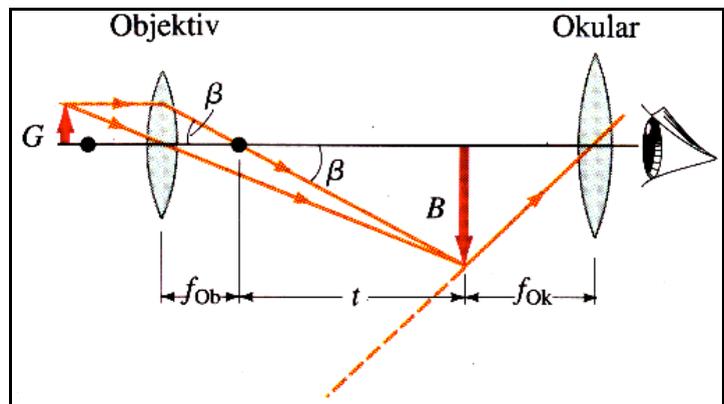
vergrößert.

Das Mikroskop besteht aus einer Kombination von 2 Linsen. Die erste Linse, das Objektiv, erzeugt ein Zwischenbild, welches größer ist als das Objekt. "Groß" bezieht sich hier immer auf den Winkel β unter dem das Objekt für den Betrachter erscheint.

Der Vergrößerungsfaktor beträgt

$$v_{ZB} = t/f_{Ob}$$

Eine zusätzliche Vergrößerung dieses Zwi-



schonbildes erreicht man indem man es nicht mit dem nackten Auge betrachtet, sondern mit einem Okular und damit wie bei einer Lupe einen geringeren Objektstand erreicht. Dadurch wird eine weitere Vergrößerung um den Faktor

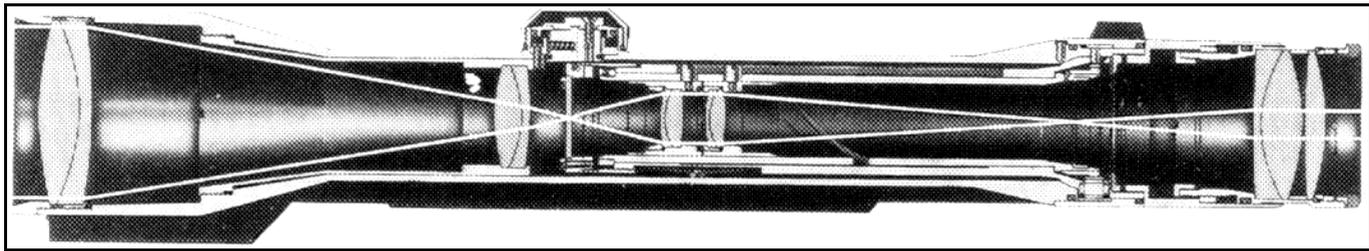
$$v_O = s_0/f_{Ok}$$

erreicht, wobei $s_0 \sim 25$ cm die "deutliche Sehweite" beschreibt. Die gesamte Vergrößerung beträgt somit

$$v = v_{ZB} v_O = \frac{t s_0}{f_{Ob} f_{Ok}} .$$

6.4.13 Fernrohr

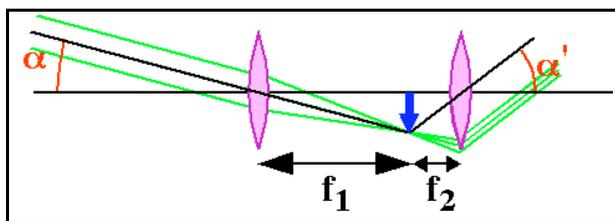
Ein Fernrohr ist wie das Mikroskop aus einem Objektiv und einem Okular aufgebaut.



Der wesentliche Unterschied zum Mikroskop besteht darin, dass hier ein weit entferntes Objekt in ein Zwischenbild abgebildet wird. Damit ist v_{ZB} immer kleiner als 1, d.h. das Zwischenbild ist kleiner als das Objekt. Es ist aber auch näher als das Objekt und erscheint deshalb - nach Betrachtung durch das Okular - größer. Der Vergrößerungsfaktor wird hier sinnvollerweise über den Schwinkel berechnet.

Ein einfaches Kepler'sches Fernrohr kann man aus zwei Linsen aufbauen.

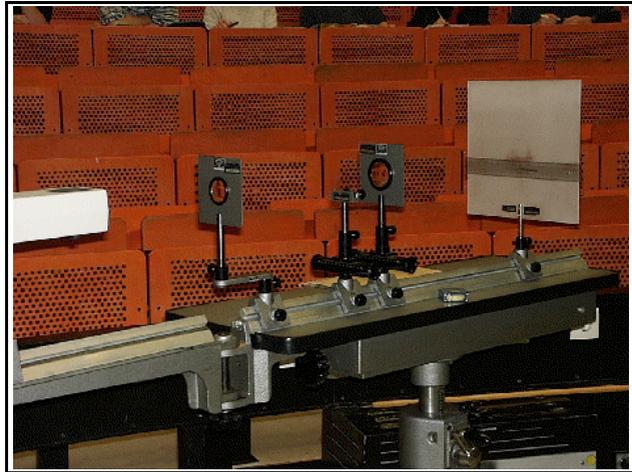
Exp. 44: Kepler'sches Fernrohr



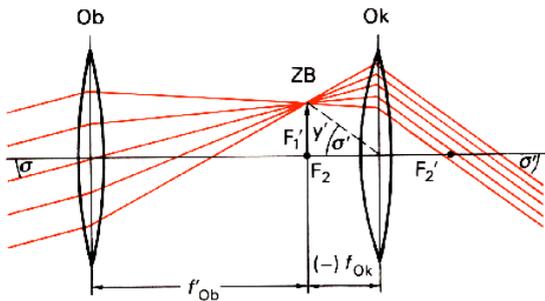
Die Vergrößerung wird sinnvollerweise über den Schwinkel gemessen. Wie man leicht erkennt wird ein Zwischenbild im Brennpunkt der ersten Linse erzeugt, d.h. beim Abstand f_1 . Die zweite Linse stellt man so ein dass das Zwischenbild ebenfalls in der Brennebene liegt.

Der Sehwinkel (genauer: dessen Sinus) vergrößert sich demnach um das Verhältnis der beiden Brennweiten,

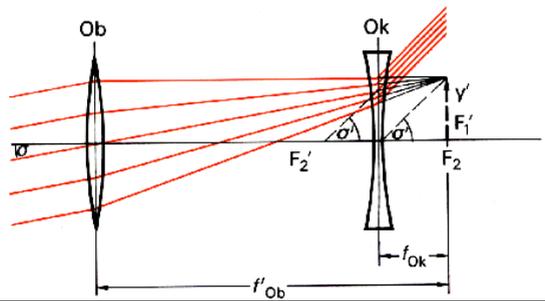
$$\square f_1 = \square' f_2 \quad \square \quad \square'/\square = f_1/f_2 .$$



Kepler'sches Fernrohr

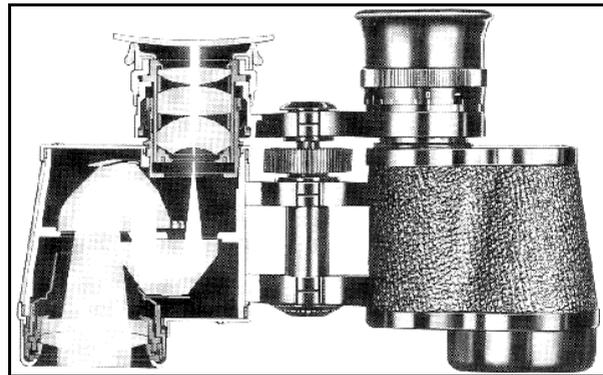


Galilei'sches Fernrohr



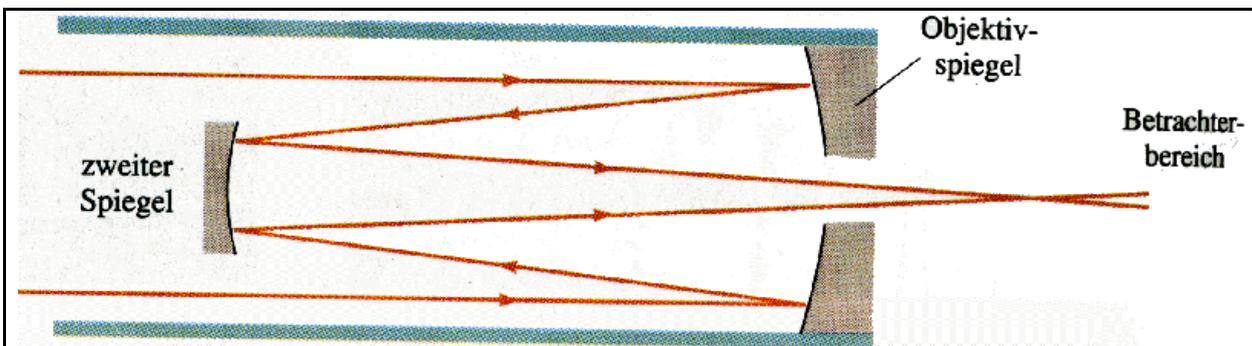
Das Objekt ist aber auch invertiert, d.h. es steht auf dem Kopf. Man kann dies korrigieren indem man für das Okular eine Zerstreuungslinse verwendet, oder indem man eine dritte Sammellinse einsetzt, welche das Bild nochmals invertiert. In diesem Fall wird das Gerät jedoch sehr lang.

In einem Feldstecher korrigiert man das indem man das Bild durch zwei Prismen



nochmals invertiert. Diese falten gleichzeitig den Strahlengang, so dass auch relative große Distanzen zwischen Objektiv und Okular noch in ein handliches Gerät passen.

Die größten Fernrohre werden in der Astronomie benutzt. Allerdings benutzt man dort nicht Linsen für die Abbildung. Diese wären zum einen zu groß und würden andererseits zu starke Abbildungsfehler, insbesondere chromatische Aberration erzeugen.



Dies wird eliminiert indem man Spiegel verwendet: diese weisen keine chromatische Aberration auf, da die Wellenlänge beim Reflexionswinkel nicht auftaucht.

6.4.14 Photometrie

Die Messung von Licht (Intensität, Helligkeit, Strahlungsleistung, räumliche und spektrale Verteilung ...) ist eine eigene Wissenschaft. Die Strahlungsleistung (Einheit: W) bezeichnet die Energie, die pro Zeiteinheit auf den Detektor trifft.

Offensichtlich hängt diese z.B. davon ab, wie weit der Detektor von der Quelle entfernt ist. Bei einer punktförmigen Quelle ist die Leistung durch eine Fläche A proportional zum Raumwinkel Ω , welcher definiert ist als **Z: Kegel**

$$\Omega = A/r^2,$$

wobei r den Abstand darstellen. Für eine volle Kugel wird der Maximalwert von 4π erreicht.

Die wichtigsten photometrischen Größen sind der Lichtstrom und die Beleuchtungsstärke. Der Lichtstrom bezeichnet die von einer Quelle ausgehende optische Leistung. Die Einheit ist das Lumen (lm). Davon abgeleitet ist die Lichtstärke, definiert als Lichtstrom pro Raumwinkel. Die Einheit beträgt 1 Candela, $1 \text{ cd} = 1 \text{ lm/sr}$. Sie ist als eine der physikalischen Grundeinheiten definiert als die Lichtstärke eines schwarzen Strahlers bei der Temperatur $T = 1770 \text{ }^\circ\text{C}$ (=Schmelztemperatur von Platin) und einer Öffnung von $1/60 \text{ cm}^2$.

Lichtquelle	Lichtstrom
Leuchtdiode	10^{-2} lm
Glühlampe 220 V, 60 W	730 lm
Glühlampe 220 V, 100 W	1 380 lm
Leuchtstoffröhre 220 V, 40 W	2 300 lm
Quecksilberdampf Lampe 220 V, 125 W	5 400 lm
Quecksilberdampf Lampe 220 V, 2000 W	125 000 lm

Beleuchtung	Beleuchtungsstärke
Sonne, Sommer	70 000 lx
Sonne, Winter	5 500 lx
Tageslicht, bedeckter Himmel	1 000 bis 2 000 lx
Vollmond	0,25 lx
Sterne ohne Mond, klare Nacht	10^{-3} lx
Grenze der Farbwahrnehmung	3 lx
Arbeitsplatzbeleuchtung, hohe Ansprüche	1 000 lx
Wohnzimmerbeleuchtung	120 lx
Straßenbeleuchtung	1 lx bis 16 lx

Die Beleuchtungsstärke bezeichnet die Lichtleistung, welche auf eine Flächeneinheit des Objektes fällt. Ihre Einheit ist das Lux (lx).

Da es sich bei Licht letztlich um elektromagnetische Felder handelt, kann man die photometrischen Größen auch mit entsprechenden physikalischen Größen in Beziehung setzen. Die kann zum Beispiel über die abgestrahlte Leistung des schwarzen Strahlers geschehen. Integriert man diese über den gesamten spektralen Bereich, gewichtet aber mit der spektralen Empfindlichkeit des Auges, so erhält man das Verhältnis zwischen Lichtstrom und Energie-

strom zu

$$K = 680 \text{ lm/W} .$$