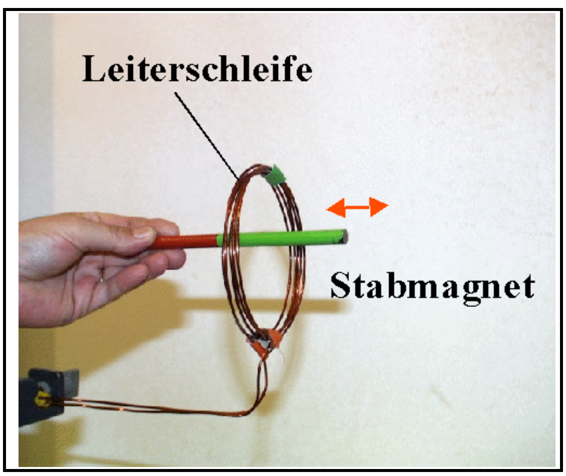
5.4 Elektromagnetische Wellen

5.4.1 Die Grundgleichungen von Elektrizitätslehre und Magnetismus

Zu den wichtigsten Arten von Wellen gehören elektromagnetische Wellen, wie z.B. Licht, Radiowellen, Röntgenstrahlen etc. Hier ist das „Medium" in dem sich die Störung ausbreitet das elektromagnetische Feld. Die wichtigsten Grundlagen für die Beschreibung dieser Wellen haben wir im Kapitel 3) Elektrizität und Magnetismus erarbeitet. Von den dortigen Resultaten benötigen wir insbesondere die vier folgenden Gleichungen:

El. Feldgleichung $\quad \mathrm{div}\,\vec{D}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$

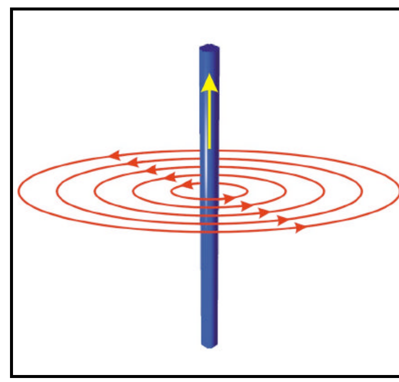
magnet. Feldgleichung $\quad \mathrm{div}\,\vec{B}(\vec{r}) = 0$



Induktionsgesetz: $\quad U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$

Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} .$$



Während diese Phänomene zunächst als relativ unabhängig voneinander gesehen wurden, konnte James Clerk Maxwell 1864 eine Theorie des Elektromagnetismus aufstellen, welche alle Phänomene in einem einheitlichen Gesamtbild zusammenfasste.

Um diese vier Gleichungen zusammenzuführen formen wir das Induktionsgesetz und das Durchflutungsgesetz etwas um. Beide sind hier in ihrer Integralform geschrieben, bei denen jeweils über eine Fläche A integriert wird. In der differentiellen Form beziehen sie sich beide auf ein infinitesimales Flächenelement. Außerdem drücken wir die abgeleiteten Größen U und Φ durch die Felder aus, so dass die Gleichungen direkt die Felder E, D, H und B miteinander verknüpfen. Damit erhält das Induktionsgesetz die Form

$$U_{ind} = \oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} .$$

Das erste Integral erfolgt entlang dem Rand der Fläche, das zweite Integral über die Fläche. Mit Hilfe des Stokes'schen Satzes wandeln wir das Linienintegral ebenfalls in ein Flächenintegral um:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_A \mathrm{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \, .$$

Da diese Gleichung für beliebige Flächen gelten muss müssen die Integranden gleich sein,

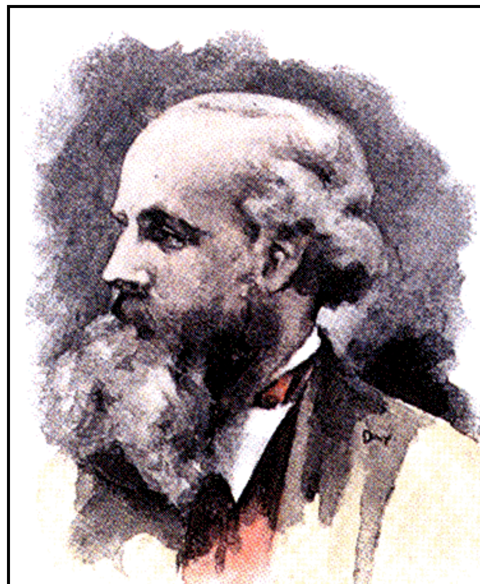
$$\mathrm{rot}(\vec{E}) = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \; .$$

In analoger Weise erhalten wir aus dem Durchflutungsgesetz die differentielle Form

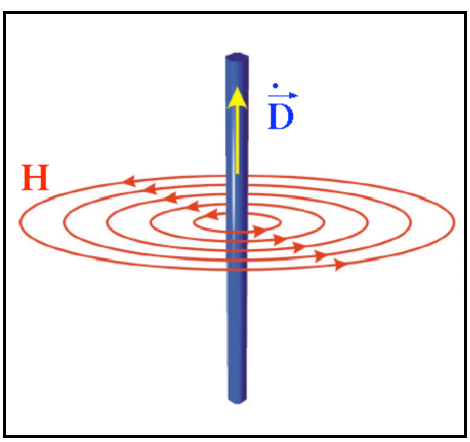
$$\mathrm{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \; .$$

5.4.2 Die Maxwell-Gleichungen

Maxwell erkannte, dass diese Gleichung unvollständig war: neben den „gewöhnlichen“ Strömen j kann auch der sog. „Verscheibungsstrom“, welcher einer Änderung der dielektrischen Verschiebung entspricht, einen Beitrag zum Magnetfeld liefern:

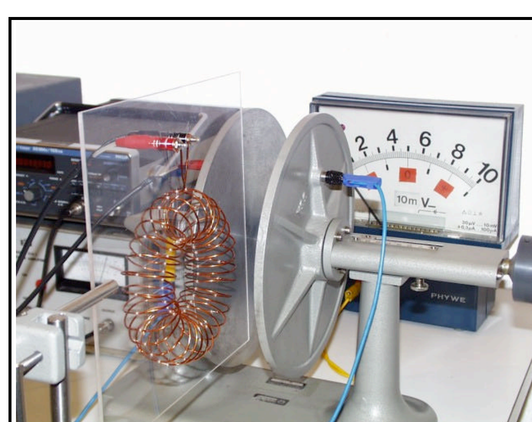


James Clerk Maxwell
1831-1879
Theorie der Elektrodynamik



$$\mathrm{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \, .$$

Die Änderung der dielektrischen Verschiebung als Funktion der Zeit liefert hier deshalb einen Beitrag, der analog ist zum Faraday'schen Induktionsgesetz, wo die zeitliche Änderung des magnetischen Feldes ein elektrisches Feld induziert.



Man kann diesen Verschiebungsstrom z.B. messen indem man einen Strom durch einen Kondensator schickt. Hier werden offenbar keine Ladungsträger durch den Luftspalt verschoben, aber es wird ein elektrisches Feld und damit eine dielektrische Verschiebung aufgebaut. Die zeitliche Änderung dieses Feldes erzeugt ein kreisförmiges Magnetfeld, wie ein normaler Strom. Diese kann über seine Induktionswirkung in einer toroidalen Spule experimentell nachgewiesen werden.

Mit diesen vier Gleichungen hat Maxwell praktisch die gesamte Elektrodynamik zusammengefasst. Wir fassen sie hier nochmals in einer einheitlichen Schreibweise zusammen:

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\,\partial\vec{B}/\partial t$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{el} \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0\ .$$

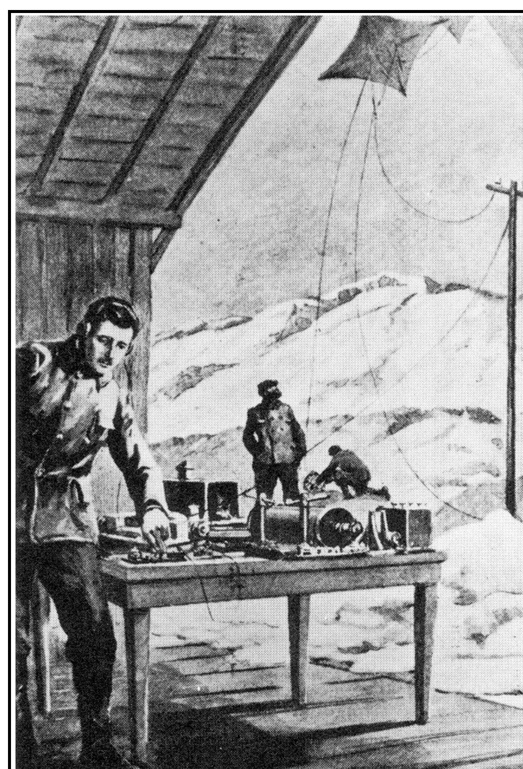
Die Gleichungen weisen eine hohe Symmetrie auf: sie bleiben fast identisch wenn $H \leftrightarrow E$ und $B \leftrightarrow D$ ersetzt werden, außer dass

- das Vorzeichen bei der zeitlichen Ableitung wechselt
- die magnetische Ladungsdichte ρ_m identisch verschwindet und damit auch die magnetische Stromdichte.

Der von Maxwell eingeführte Beitrag des Verschiebungsstroms verschwindet für zeitlich konstante Felder. Bei der Diskussion von Wellen erhält er jedoch eine entscheidende Bedeutung.

Heinrich Rudolf Hertz
1857-1894
Entdeckte 1887 die Radiowellen

Maxwell erkannte auch, dass nach diesen Gleichungen Wellen existieren müssten, d.h. sich räumlich ausbreitende zeitabhängige elektromagnetische Felder. 20 Jahre später gelang es Heinrich Hertz, diese Wellen experimentell nachzuweisen.

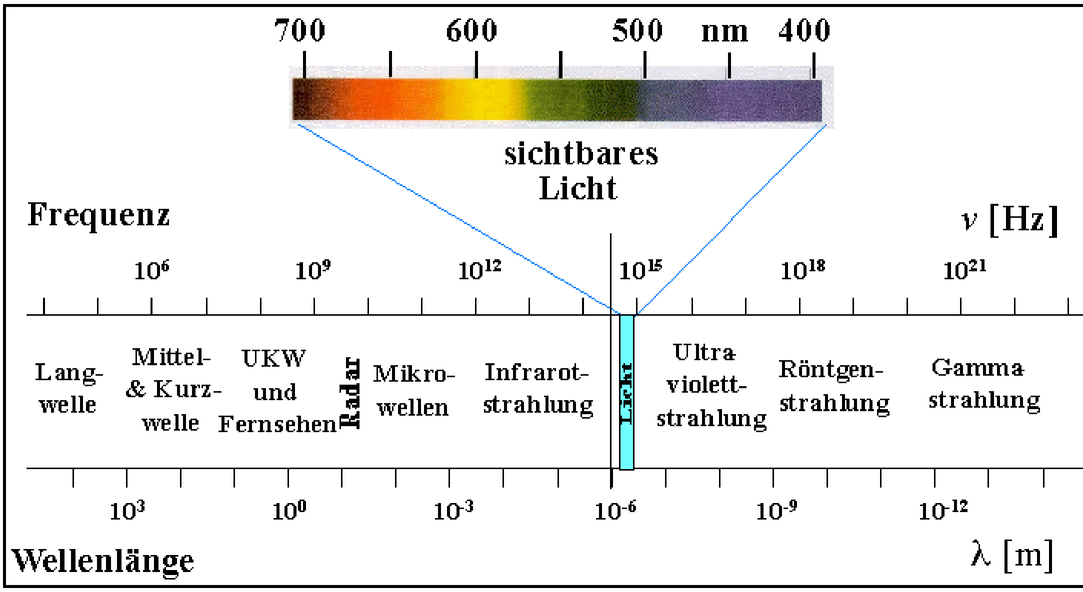


Weitere 20 Jahre später wurden elektromagnetische Wellen erstmals für die Übertragung von Informationen über große Distanzen verwendet. Marconi gelang 1901 die erste transatlantische Funkverbindung.

Neben den oben angegebenen Gleichungen benötigt man für die Beschreibung der Wellenausbreitung in Materie noch die ebenfalls bereits bekannten Materialgleichungen

$$B = \mu_r\,\mu_0\,H \qquad \text{und} \qquad D = \varepsilon_r\,\varepsilon_0\,E\ .$$

5.4.3 Das elektromagnetische Spektrum



Heute kennt man sehr unterschiedliche elektromagnetische Wellen. Ihre Frequenzen reichen von wenigen Hertz bis zu 10^{23} Hertz. Ein wichtiger, wenn auch schmaler Bereich ist das sichtbare Spektrum, welches zwischen 10^{14} und 10^{15} Hertz angesiedelt ist. Von praktischer Bedeutung ist aber der gesamte Bereich von etwa 10^6 Hz bis 10^{18} Hz.

Die elektromagnetische Skala kann nach Wellenlängen, Frequenzen oder Energien gegliedert werden. Im langwelligen, resp. niederenergetischen Bereich beginnt die Skala mit Radiowellen, deren Wellenlängen praktisch beliebig lang werden können. Im Bereich von ca. 1 GHz, resp. 30 cm Wellenlänge beginnt man üblicherweise von Mikrowellen zu sprechen. Diese werden u. a. für Mobiltelefone und Radar verwendet. Im Bereich von einigen THz, resp. unterhalb eines Millimeters beginnt man von Millimeterwellen, THz-Wellen zu sprechen und etwas später von Fern-Infrarot. Ab einer Wellenlänge von ca. 10 - 0.75 μm spricht man von Infrarot und von 750 nm bis 400 nm findet man das sichtbare Licht. Daran schließt das UV, resp. daran das Vakuum-UV an, und schließlich Röntgen und Gamma-Strahlen. Ab diesem Bereich spricht man aber meistens nicht mehr von Wellen, sondern benutzt eher den Teilchencharakter der Strahlung. Zu jeder dieser Wellenlängen gehört auch eine Frequenz mit der das elektromagnetische Feld schwingt. Für Radiowellen beginnt diese im Bereich von MHz und GHz, also bei einer Million bis zu einer Milliarde Schwingungen pro Sekunden. Sichtbares Licht weist im Vergleich dazu sehr hohe Frequenzen auf: 10^{15} Hz sind eine Million GHz. Dass ein so breiter Bereich von Strahlen, die sich auf sehr unterschiedliche Weise präsentieren, von einem Satz von Gleichungen detailliert beschrieben wird, ist eine der größten Erfolge der Physik.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen elektromagnetischen Wellen und den bisher diskutierten mechanischen Wellen ist, dass elektromagnetische Wellen sich nicht in einem Medium ausbreiten. Da solche Wellen vorher nicht bekannt waren hatte man im 19. Jh. große Mühe diese Möglichkeit zu akzeptieren. Man postulierte deshalb die Existenz eines Mediums, in dem sich diese neuartige Sorte von Wellen ausbreiten konnte und bezeichnete es als Äther. Da alle experimentellen Versuche, ihn nachzuweisen, fehlschlugen, akzeptierte man aber schließlich die Vorstellung von Wellen ohne Medium.

Das Fehlen eines Mediums führt auch dazu, dass bei elektromagnetischen Wellen eine Bewegung von Quelle oder Beobachter eine andere Art von Dopplereffekt erzeugt als bei mechanischen Wellen. Es zeigte sich, dass die Maxwell-Gleichungen eine Art von Wellen beschreiben. Die wichtigste Konsequenz ist, dass die Lichtgeschwindigkeit nicht vom Koordinatensystem abhängt: Beobachter, welche sich in unterschiedlichen Intertialsystemen befinden, messen die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit für elektromagnetische Wellen.

5.4.4 Elektromagnetische Wellengleichung

Die Maxwell Gleichungen beschreiben unter anderem die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen. Wir zeigen zunächst, wie man aus den Maxwell Gleichungen eine Wellengleichung erhalten kann. Dafür rechnen wir die Rotation der zweiten Gleichung

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right) = -\vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}\right) = -\mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla} \times \vec{H}\right) ,$$

wobei wir die Materialgleichungen verwendet haben:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \qquad\qquad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad .$$

Hier wurde auch angenommen, dass das Medium isotrop sei, dass also alle Richtungen gleichwertig seien. Dies ist insbesondere in Festkörpern meist nicht der Fall. Die Proportionalitätskonstanten ε, μ werden dann zu Tensoren.

Auf der rechten Seite verwenden wir die erste Maxwell Gleichung (mit $\vec{j} = 0$) und erhalten

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right) = -\mu \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{D} = -\mu \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} .$$

Offensichtlich spielt hier der Verschiebestrom eine entscheidende Rolle.

Die Vektoranalysis ergibt für die linke Seite

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right) = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}\right) - \Delta \vec{E} .$$

Gemäß der dritten Maxwell Gleichung verschwindet die Divergenz des E-Feldes wenn wir Ladungen ausschließen und wir erhalten

$$\Delta \vec{E} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\vec{E} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} .$$

oder

$$\Delta\vec{E} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\vec{E} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = \left(\frac{n}{c}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} \qquad n = \sqrt{\varepsilon\mu}\ ,\ c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$$

.

Dies ist offenbar eine dreidimensionale Wellengleichung.

Eine analoge Wellengleichung kann man natürlich auch für das magnetische Feld herleiten. Meist ist es aber einfacher, die Gleichung für das elektrische Feld zu lösen und anschließend die magnetischen Komponenten aus der Maxwell Gleichung zu bestimmen.

Offenbar sind die drei Komponenten des elektrischen Feldes in dieser Gleichung unabhängig voneinander. Wir können z.B. für die x-Komponente schreiben

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x = \left(\frac{n}{c}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_x \quad .$$

Im allgemeinen Fall erwarten wir somit drei voneinander unabhängige Lösungen, z.B. eine longitudinale und zwei transversale Wellen, wie im Fall der Gitterschwingungen.

5.4.5 Ebene Wellen

Die Lösungen dieser Gleichung hängen wie immer von den Randbedingungen ab. Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall einer harmonischen ebenen Welle. Für die Ausbreitungsrichtung verwenden wir ohne Verlust an Allgemeinheit die z-Richtung. Damit wird der Ansatz

$$\vec{E} = \mathrm{Re}[\{E_x, E_y, E_z\}\, e^{i(\omega t - kz)}] \ ,$$

wobei $\{E_x, E_y, E_z\}$ die komplexen Amplituden darstellen.

Durch Einsetzen in die Wellengleichung erhalten wir für die linke Seite

$$(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2)\ \{E_x, E_y, E_z\} = \partial^2/\partial z^2\ \{E_x, E_y, E_z\} \ .$$

Damit wird die Gleichung

$$\Delta\vec{E} = -\,k^2\ \{E_x, E_y, E_z\} = -\,\varepsilon\mu/c^2\ \omega^2\ \{E_x, E_y, E_z\} \ .$$

Offenbar muss also die Dispersionsrelation lauten

$$k^2 = \omega^2\ \varepsilon\mu/c^2 = \omega^2\ n^2/c^2 \ ,$$

d.h. der Ansatz beschreibt eine gültige Lösung falls $\omega = c/n\ k_z$, d.h. falls die Ausbreitungsgeschwindigkeit gerade gleich c/n ist. c = 299'793 km/s ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum oder Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Interessant ist dass die elektrostatischen Größen ε_0 und μ_0 die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle bestimmen.

$$n = (\varepsilon_r \, \mu_r)^{1/2}$$

wird als Brechungsindex bezeichnet; er beschreibt die Reduktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit durch das Medium. Diese Materialeigenschaften sind jedoch frequenzabhängig, d.h. die unterscheiden sich von den Werten, die wir im Rahmen der Elektrostatik diskutiert hatten.

5.4.6 Magnetfeld

Der obige Ansatz genügt also der vorhin hergeleiteten Wellengleichung. Wir müssen aber noch überprüfen, ob er auch die Maxwell Gleichungen erfüllt. Insbesondere haben wir bisher nur das elektrische Feld berücksichtigt. Wir setzen es ein in die Gleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial/\partial t \, \vec{B} \, .$$

Diese Gleichung kann nur erfüllt sein wenn das magnetische und elektrische Feld die gleiche raumzeitliche Abhängigkeit besitzen, d.h.

$$\vec{B} = \{B_x, B_y, B_z\} \, e^{i(\omega t - kz)} \, .$$

Die Ableitungen $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ verschwinden wieder, so dass sich die Rotation vereinfacht zu

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \{-\partial E_y/\partial z, \, \partial E_x/\partial z, \, 0\} \, .$$

Die Maxwell Gleichung ergibt

$$- i \, k\{-E_y, E_x, 0\} = - i \, \omega \, \{B_x, B_y, B_z\} = - i \, \omega \, \{B_x, B_y, 0\} \, .$$

Offenbar muss die longitudinale Komponente des Magnetfeldes verschwinden.

Aus der Gleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \partial/\partial t \, \vec{D}$$

folgt analog dass die longitudinale Komponente des elektrischen Feldes verschwindet,

$$E_z = H_z = D_z = B_z = 0 \, ,$$

d.h. die Komponenten der Felder in Ausbreitungsrichtung verschwinden. Offenbar sind elektromagnetischen Wellen in einem isotropen Medium reine Transversalwellen.

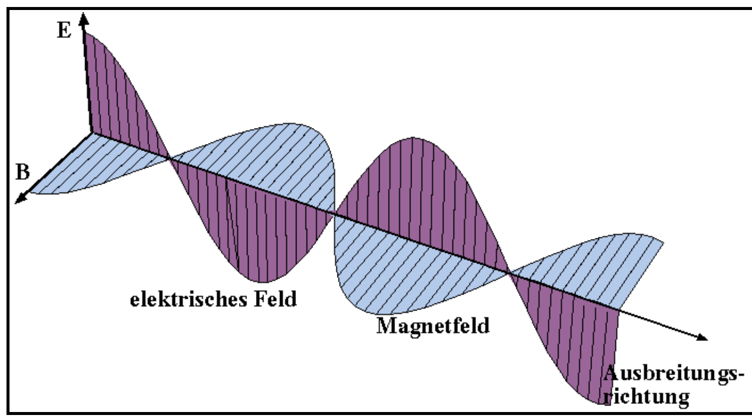
Man kann diese Beziehung auch direkt aus der Gleichung

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \partial E_x/\partial x + \partial E_y/\partial y + \partial E_z/\partial z = 0$$

für ein Medium ohne Ladungen herleiten: Gemäß Ansatz ist die einzige Ableitung, die nicht verschwindet, diejenige nach z:

$$\nabla\cdot\vec{E} = \partial E_z/\partial z = -i\, k_z\, E_z = 0\ .$$

Diese Gleichung kann offenbar nur dann erfüllt sein, wenn E_z identisch verschwindet. Dies gilt allerdings nur für den Fall von isotropen dielektrischen Medien; anisotrope Eigenschaften können zu longitudinalen Komponenten führen; ebenso enthalten elektromagnetische Wellen in elektrisch leitenden Medien longitudinale Komponenten.



In der Figur ist ein Beispiel für eine elektromagnetische Welle dargestellt, bei der das elektrische Feld entlang der x-Achse polarisiert ist (d.h. $E_y = E_z = 0$). Das magnetische Feld ist immer senkrecht dazu, also parallel zur y-Achse. Allgemein gilt

$$B_x = \frac{k}{\omega}\,(-E_y) \qquad\qquad B_y = \frac{k}{\omega}\,E_x$$

Die elektrischen und magnetischen Komponenten der Welle stehen in einem festen Verhältnis. Im Vakuum gilt

$$|E|/|H| = \mu_0\,\omega/k = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = z_0 = 377\ \Omega\ .$$

Die Größe z_0 wird als die Wellenimpedanz des Vakuums bezeichnet. Dieses Verhältnis kann man natürlich auch als

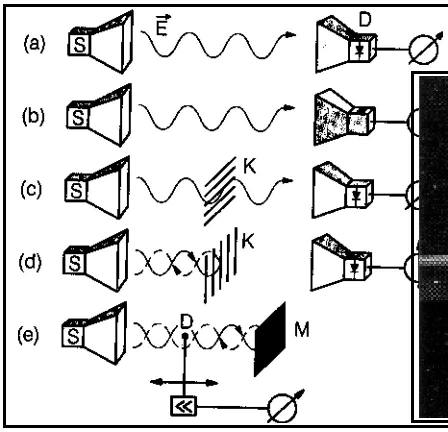
$$|E|/|B| = \omega/k_z = c\ .$$

ausdrücken.

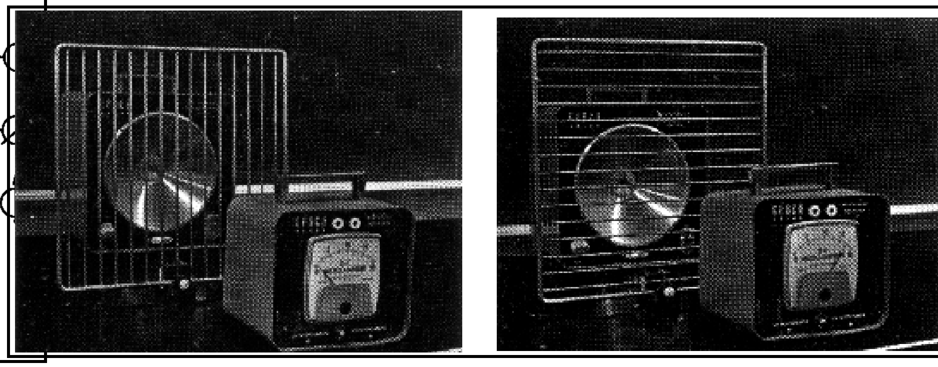
5.4.7 Transversalwellen: Polarisation

Polarisierte transversale Wellen besitzen somit eine Vorzugsrichtung. Diese Polarisationsebene, welche durch die Schwingungsebene des elektrischen Feldes definiert wird, kann einerseits durch die Quelle des elektromagnetischen Feldes definiert werden (siehe Hertz'scher Dipol), andererseits indem man mit Hilfe von Filtern einen Teil der Welle eliminiert.

Exp. 25: Mikrowellenexperimente



Ein typisches Beispiel für polarisierte transversale Wellen sind elektromagnetische Wellen.

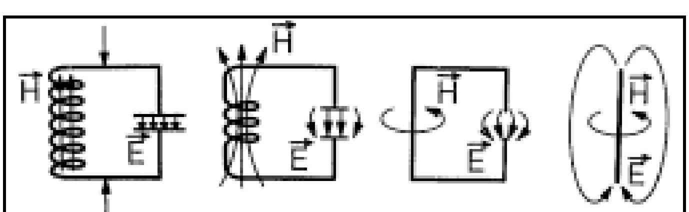


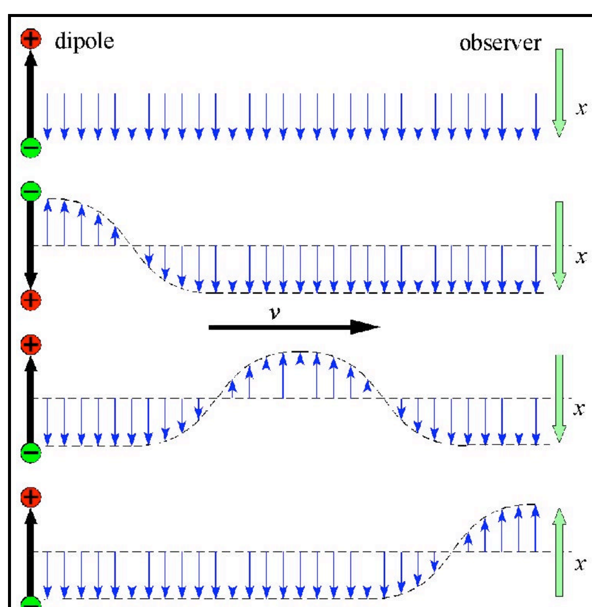
Im Experiment wird eine Mikrowellenquelle verwendet, welche polarisierte Mikrowellen erzeugt. Der Empfänger ist ebenfalls nur auf Wellen mit einer bestimmten Polarisationsrichtung empfindlich. Ein Metallgitter kann verwendet werden, um nur eine bestimmt Polarisationsrichtung durchzulassen.

5.4.8 Hertz'scher Dipol

Elektromagnetische Wellen werden durch schwingende elektrische Ladungen erzeugt. Diese bilden die Quellen der Wellen. Umgekehrt können elektromagnetische Wellen nachgewiesen werden indem man ihren Effekt auf bewegliche Ladungen untersucht. So ist jeder Schwingkreis mit der Frequenz $\omega = 1/\sqrt{LC}$ die Quelle einer elektromagnetischen Welle: Sowohl das elektrische, wie auch das magnetische Feld sind zeitabhängig.

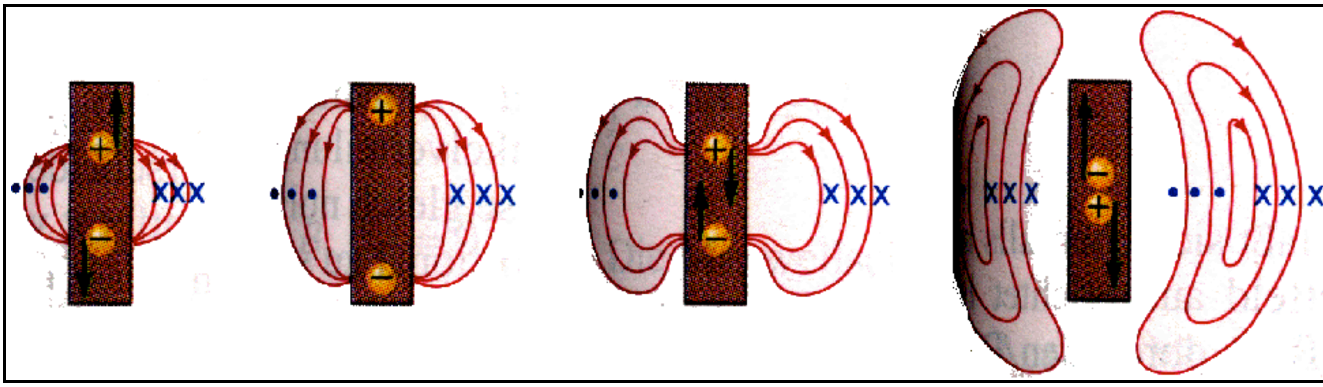
Die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit führt zu einer wellenförmigen Ausbreitung, wobei die Frequenz an jedem Ort durch die Parameter des Schwingkreises gegeben ist.





Bei den üblicherweise verwendeten Spulen und Kondensatoren sind die Felder stark im Inneren lokalisiert. Durch eine andere Anordnung kann man die Felder aber auch nach Außen richten und dadurch eine Abstrahlung begünstigen.

Je höher die Frequenz wird, desto kleiner werden Spulen und Kondensatoren und damit werden die Strukturen offener und ein Abstrahlverhalten stärker ausgeprägt. Ein nützlicher Extremfall ist der eines linearen schwingenden Dipols. Er wird als Hertz'scher Dipol bezeichnet.

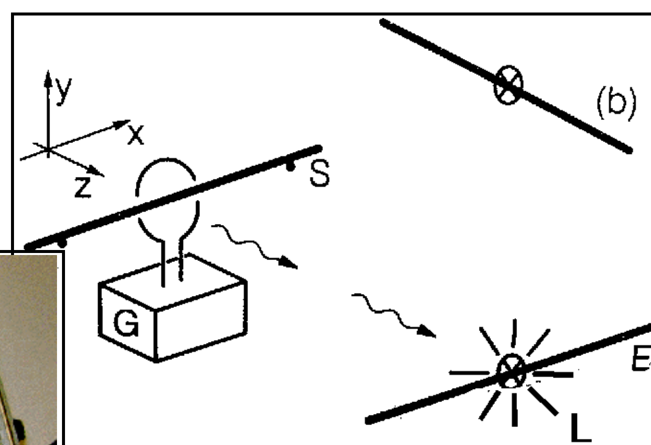


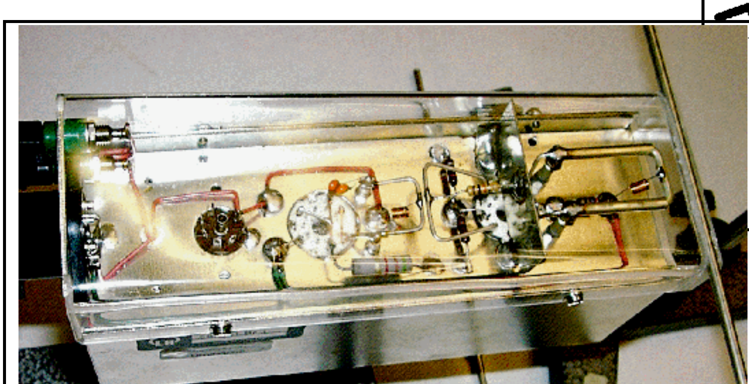
Man kann sich die Entstehung von elektromagnetischen Wellen erklären indem man die Feldlinien eines schwingenden Dipols über eine Periode beobachtet. Wenn die beiden Ladungen getrennt werden entstehen elektrische Feldlinien zwischen den beiden. Da die Verschiebung der Ladungen einem Strom entspricht muss auch ein Magnetfeld entstehen, welches kreisförmig um die Dipolachse liegt. Bei maximaler Amplitude sind auch die Feldlinien auf den maximalen Umfang angewachsen. Wenn die Ladungen sich wieder nähern werden die Feldlinien eingeschnürt und wenn die beiden Ladungen am Ursprung sind verschwinden die Feldlinien. Somit hat sich eine erste Halbwelle vom Dipol abgelöst.

5.4.9 Eigenschaften des Hertz'schen Dipols

Exp. 24 / 27: Hertz'scher Dipol

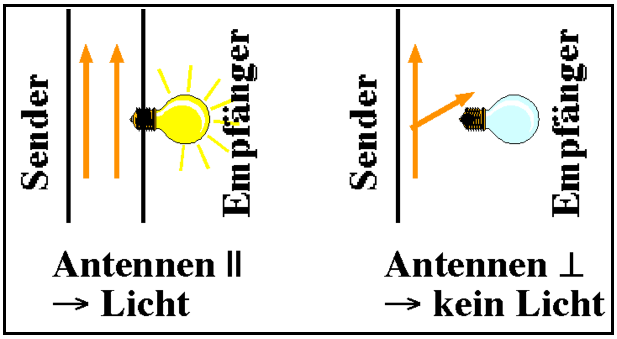
Ein Generator G erzeugt eine elektrische Wechselspannung.

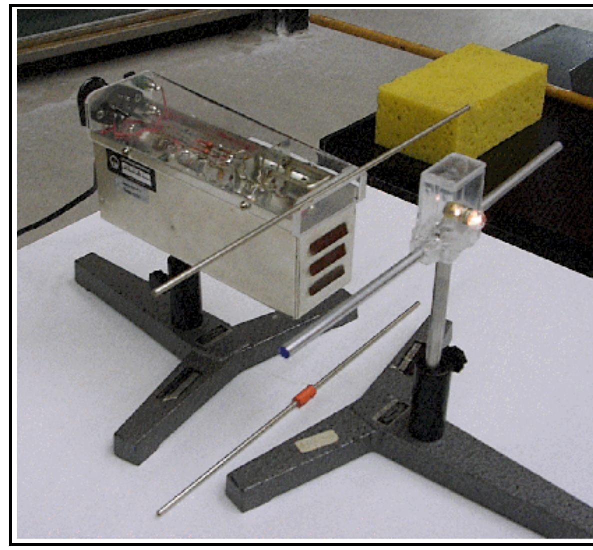




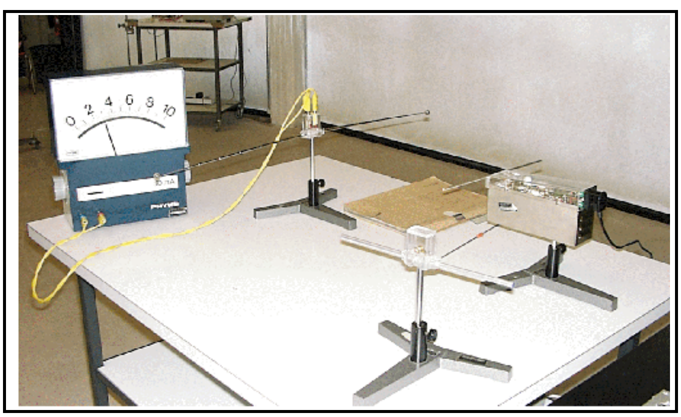
Die Wechselspannung wird an eine Stabantenne eingekoppelt und von dieser abgestrahlt.

Eine zweite Empfangsantenne E kann diese Strahlung auffangen und z.B. für die Erzeugung von Licht in einer Glühlampe verwenden.





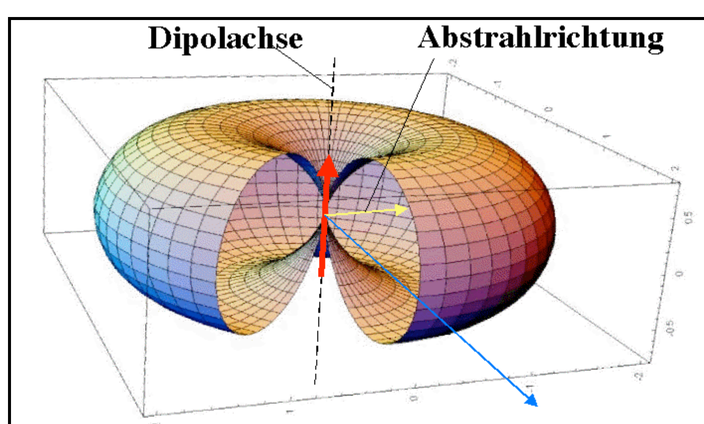
Die Effizienz des Nachweises hängt von der Orientierung der Antennen ab: dreht man sie um 90 Grad so hört das Lämpchen auf zu leuchten. Offenbar ist die ausgesendete Strahlung linear polarisiert. Dies zeigt auch, dass es sich um eine Transversalwelle handeln muss.



Auch bezüglich der Sendeantenne beobachtet man ein Polarisationsverhalten: bringt man die Empfangsantenne in die Verlängerung der Sendeantenne so kann man ebenfalls keine Strahlung messen. Offenbar wird in der Richtung der Antenne keine Leistung abgestrahlt.

Trägt man die Intensität der angestrahlten Welle als Funktion der Richtung auf, so findet man ein charakteristisches Verhalten in Form einer Doppelkeule. Die Maxima sind senkrecht zur Antenne orientiert. Eine genauere Messung ergibt, dass die abgestrahlte Intensität I die Form

$$I \sim \frac{\omega^4 \sin^2 \theta}{r^2}$$



beträgt. Hier stellt θ den Winkel zwischen der Richtung der Sendeantenne und dem Detektionsort dar, ω die Frequenz und r den Abstand von der Antenne. Die Abnahme der Intensität mit dem Quadrat des Abstandes stellt lediglich die Erhaltung der Energie dar: das Integral über eine Kugeloberfläche im Abstand r bleibt konstant. Die Abhängigkeit von der vierten Potenz der Frequenz zeigt, dass Abstrahlung bei höheren Frequenzen wesentlich einfacher zu erreichen ist als bei niedrigen.

5.4.10 Übertragung von Energie und Impuls

Literatur: Jackson, classical electrodynamics, 6.8
Feynman Lectures Band 2: Kap. 27
Lorrain Corson Lorrain, Kap. 32

Bereits aus der Elektrostatik ist bekannt, dass elektromagnetische Felder Energie enthalten:

$$w = 1/2\,(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})\,.$$

Im Unterschied zur Elektrostatik ist diese Energie im Falle von elektromagnetischen Wellen beweglich, d.h. sie fließt durch das System. Wenn sie mit Ladungen in Wechselwirkung treten, so leisten sie Arbeit an diesen; umgekehrt fließt bei der Erzeugung von elektromagnetischen Wellen Energie aus der mechanischen Bewegung von Ladungen in das elektromagnetische Feld. Dieser Transport und Austausch von Energie muss die gesamte Energie des Systems konstant lassen. Die Energieerhaltung für elektromagnetische Felder ist der Inhalt des Theorems von Poynting, der diese Betrachtungen im Jahr 1884 als erster durchführte.

Aus der Beziehung zwischen elektrischer und magnetischer Feldstärke

$$|E|/|H| = \sqrt{\frac{\mu_r\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}$$

sehen wir dass die elektrische und magnetische Energiedichte,

$$w_E = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0\varepsilon_r\,E^2 = \frac{1}{2}\,\mu_0\mu_r\,H^2 = w_H$$

gleich sind. Die gesamte Energiedichte ist somit

$$w = w_E + w_H = \varepsilon_0\varepsilon_r\,E^2 = \mu_0\mu_r\,H^2 = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}\;E\,H = n/c\;E\,H.$$

Der Energiefluss ist die Energiedichte multipliziert mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, also

$$S = c/n\;w = E\,H\,.$$

Wie man aus der Lösung der Wellengleichung sieht ist der Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

in Ausbreitungsrichtung orientiert und hat den Betrag des Energieflusses. Er wird als Poyntingvektor bezeichnet und bezeichnet den (orts- und zeitabhängigen) Energiefluss. Der Poyntingvektor besitzt offenbar die Einheiten

$$[S] = [E]\,[H] = \mathrm{V/m\;A/m} = \mathrm{W/m^2} = \mathrm{kg/s^2}\,,$$

also Leistung pro Fläche.

Die Intensität ist definiert als der Mittelwert des Energieflusses über eine Periode,

$$I = \frac{1}{2}\, E_0\, H_0 \,.$$

In ähnlicher Weise wie die transportierte Energie kann man auch den Impuls des Feldes berechnen. Die Impulsdichte der Welle beträgt im Vakuum

$$\vec{p}_{feld} = \vec{D} \times \vec{B} = \varepsilon_0\, \mu_0\, \vec{E} \times \vec{H} = 1/c^2\, \vec{S} \,.$$

Die Existenz eines Impulses für die elektromagnetische Welle kann man sich leicht plausibel machen wenn man die Bewegung eines geladenen Teilchens im elektromagnetischen Feld der Welle betrachtet.

Eine Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet, deren elektrisches Feld in x-Richtung und das magnetische in y-Richtung liegt, erzeugt zunächst eine Coulomb-Kraft auf die Ladung, welche diese in x-Richtung beschleunigt. Damit führt sie eine Bewegung senkrecht zum B-Feld durch, welche eine Lorentzkraft bewirkt. Damit erhält das Teilchen eine Beschleunigung in z-Richtung, also einen Impulsübertrag, welcher aus der Welle stammen muss. Damit ist auch klar, dass die Impulsdichte proportional zum Produkt aus E und B sein muss.

Damit übt eine Welle einen Strahlungsdruck aus, welcher proportional zu ihrer Intensität ist. Wird eine Welle vollständig absorbiert, so beträgt der Impulsübertrag pro Zeit- und Flächeneinheit

$$\vec{P}_S = \frac{1}{2}\, c\, \vec{p}_{feld} = \frac{1}{2}\, 1/c\, \vec{S} = I/c\, \frac{\vec{k}}{k} \,.$$

Der Strahlungsdruck ist somit proportional zur Intensität einer Welle.

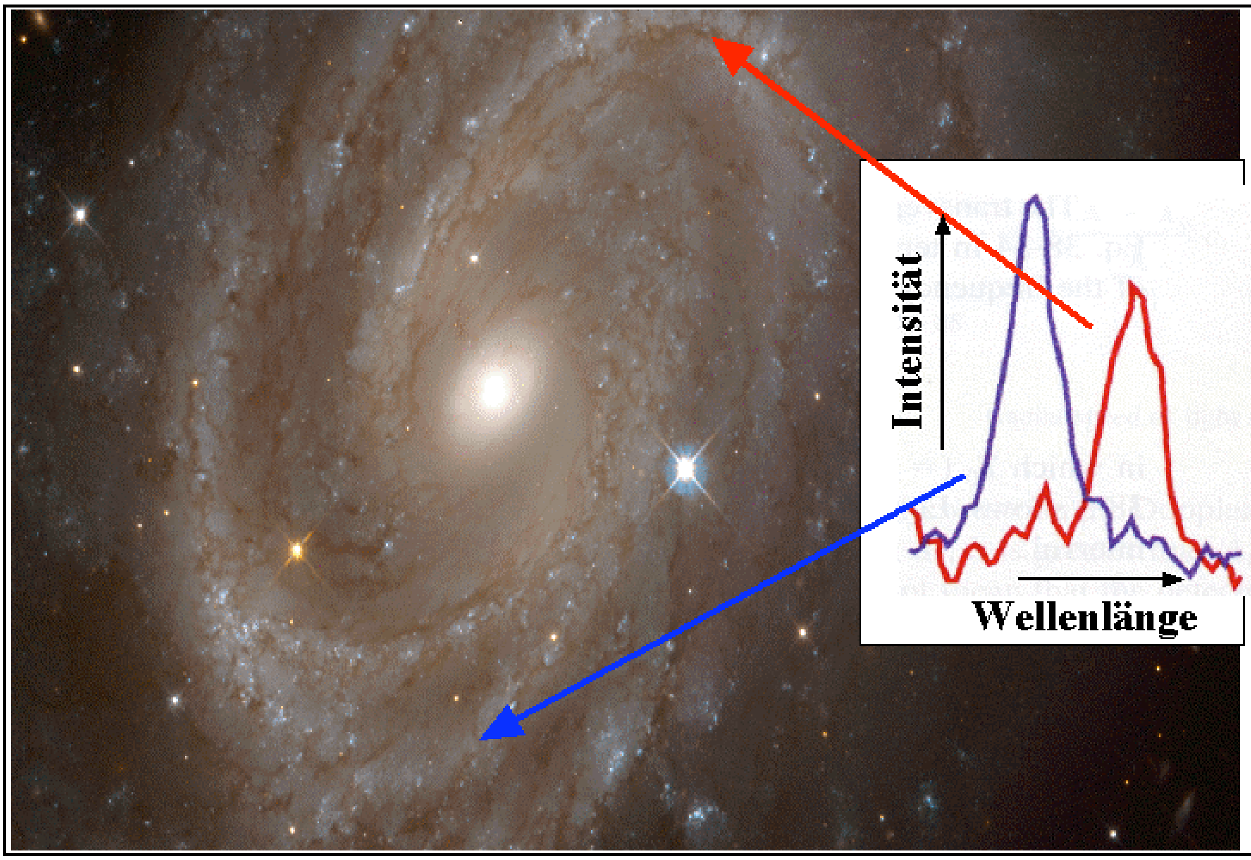
5.4.11 Dopplereffekt

Der Dopplereffekt tritt auch bei elektromagnetischen Wellen auf. Allerdings gilt dafür die hier durchgeführte Behandlung nicht, da Licht für die Ausbreitung kein Medium benötigt. Dies wurde von Michelson und Morley 1887 in einem berühmten Experiment gezeigt: sie wollten die Geschwindigkeit der Erde gegenüber dem Äther messen, der als Medium für die Lichtausbreitung betrachtet wurde. Sie fanden aber, dass die Relativgeschwindigkeit Null war, was nur dadurch erklärt werden konnte, dass für die Lichtausbreitung kein Medium notwendig war. Beim Licht findet man deshalb einen anderen Dopplereffekt:

$$\nu_B = \nu_Q \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \,.$$

Hier stellt c die Lichtgeschwindigkeit, also die Phasengeschwindigkeit von Licht im Vakuum dar und v die Relativgeschwindigkeit, mit der sich Beobachter und Quelle nähern. Entfernen sie sich müssen die beiden Vorzeichen getauscht werden.

Der Dopplereffekt für elektromagnetische Strahlung wird z.B. bei Radar-Geschwindigkeitsmessungen verwendet. Er zeigt sich auch in der Spektroskopie, wo Bewegung von Atomen oder Molekülen als Verschiebungen von Resonanzlinien beobachtet werden können. Er wird beim Wetterradar verwendet, um Windgeschwindigkeiten zu messen.



Die größten Effekte findet man in der Astronomie, wo man aus der Dopplerverschiebung bestimmen kann, wie schnell sich weit entfernte Sterne bewegen.