

6. Optik

6.1. Grundlagen

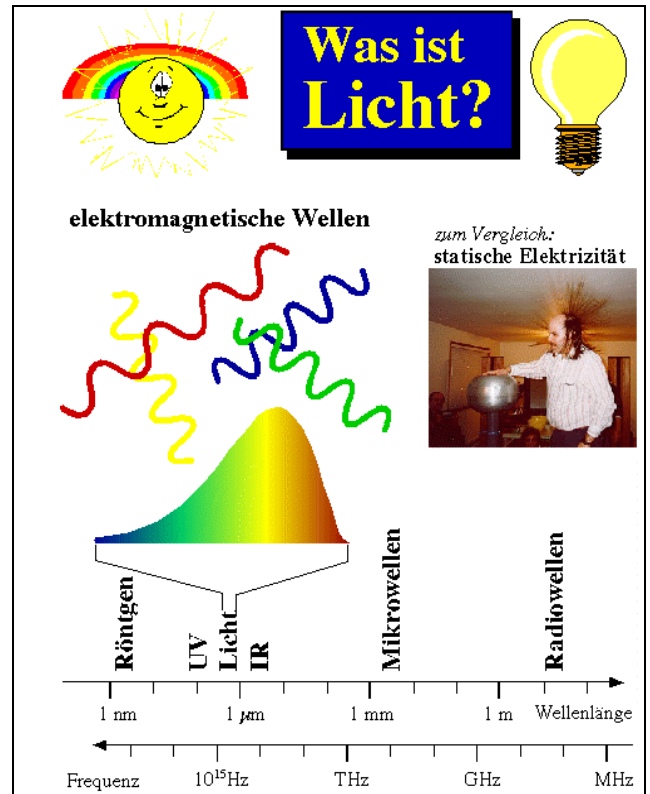
6.1.1. Historisches

Die Natur des Lichtes hat Philosophen und Naturwissenschaftler seit vielen Jahrhunderten beschäftigt und zu engagierten Debatten geführt. Insbesondere wurde heftig darüber debattiert, ob Licht aus Teilchen oder Wellen bestehe. 1672 stellte Newton eine Theorie auf, welche Wellen- und Teilchenaspekte enthielt; die Wellenaspekte traten aber bald in den Hintergrund und seine Theorie wurde im Wesentlichen als Teilchentheorie betrachtet. Dazu gehörten vor allem die geradlinige Ausbreitung; Brechung und Reflexion wurden relativ leicht erklärbar.

1678 stellte Huygens eine Wellentheorie auf, welche Interferenz und Beugung erklären konnte. Newton's Ansehen in der Naturwissenschaft war aber so dominant dass Huygens kaum beachtet wurde. Experimentelle Hinweise auf solche Effekte hatten zuvor die Experimente von Francesco Grimaldi (1618-1663) ergeben.

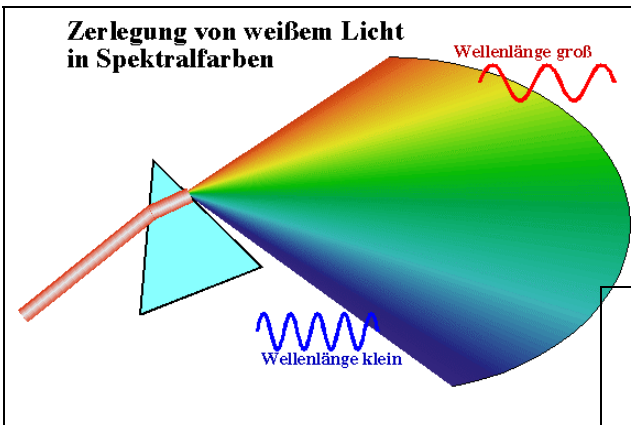
1808 untersuchte Malus und 1815 Fresnel die Polarisations-eigenschaften von Licht. Während wir das als einen Beweis der Wellenaspekte ansehen war das damals für die Wellentheorie eher eine Schwierigkeit, da damals nur Longitudinalwellen bekannt waren, welche Polarisations-eigenschaften nicht erklären können.

1865 stellte Maxwell die Theorie des Elektromagnetismus. Diese stellt heute die Grundlage für die klassische Theorie des Lichtes dar. Es dauerte allerdings noch einige Jahre bis die Experimente von Hertz zeigten, dass Licht ein Beispiel einer elektromagnetischen Welle ist. Damit wurde die Optik ein Teilgebiet der Elektrodynamik. Auch im Bereich des sichtbaren Lichts findet man unterschiedliche Wellenlängen. Diese entsprechen unterschiedlichen Farben des Lichts. Sichtbares Licht enthält unterschiedliche Wellenlängen, wobei wir den kurzwelligen Bereich blau sehen, den langwelligen Bereich rot.



Exp: Spektrum

Man kann dies im Experiment leicht nachweisen indem man einen Strahl weißen Lichts auf ein Prisma schickt. Rotes und Blaues Licht wird darin unterschiedlich gebrochen und kann deshalb dahinter getrennt beobachtet werden.

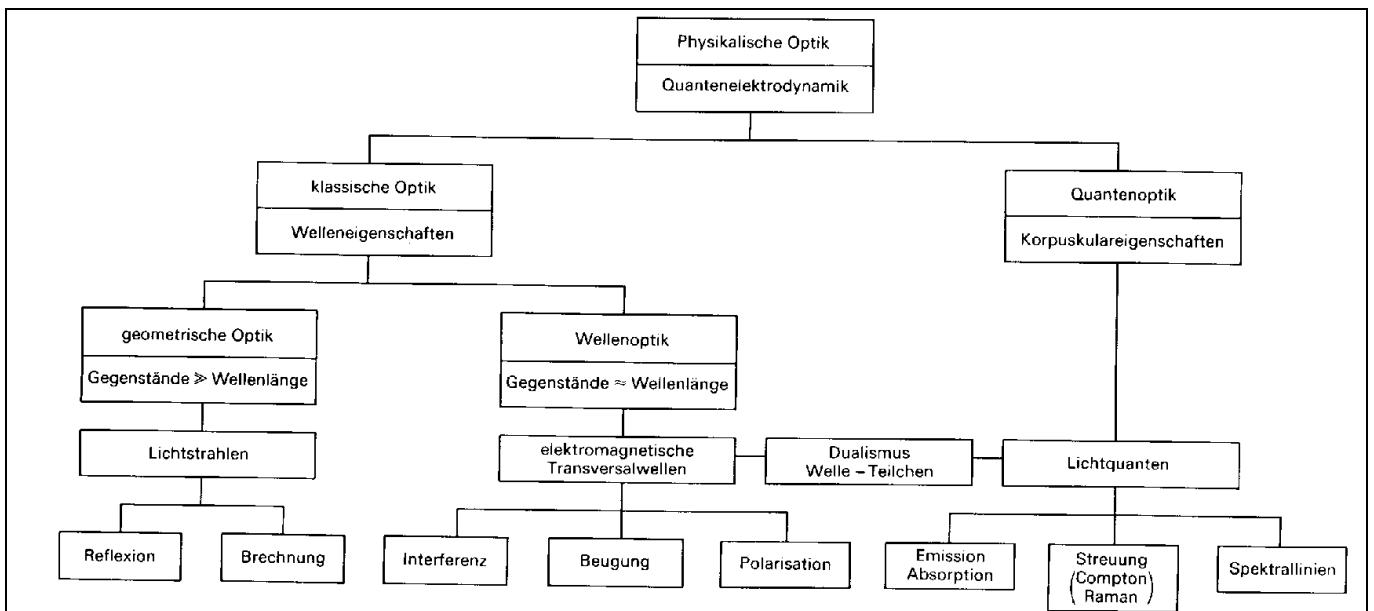


Born und Wolf: Principles of Optics
 Feynman Lectures Band I, Kap. 26-36
 J.Ph. Pérez: Optik
 Bergmann, Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik Band 3: Optik
 Pedrotti & Pedrotti: Introduction to Optics
 Hecht: Optics

Es gibt eine Reihe von Lehrbüchern zu diesem Thema.

6.1.2. Beschreibung

Die physikalische Optik befasst sich mit der Erzeugung, Ausbreitung und dem Nachweis von Licht. In einem weiteren Sinn gehören dazu auch andere Wellen. Prinzipiell können alle Phänomene, die elektromagnetische Strahlung involvieren durch die Quantenelektrodynamik beschrieben werden. Diese ist aber oft zu kompliziert und wird im Rahmen der Grundvorlesungen nicht unterrichtet. Statt dessen kann man unterschiedliche Beschreibungen verwenden, die für einen großen Bereich der interessanten physikalischen Phänomene genügen.



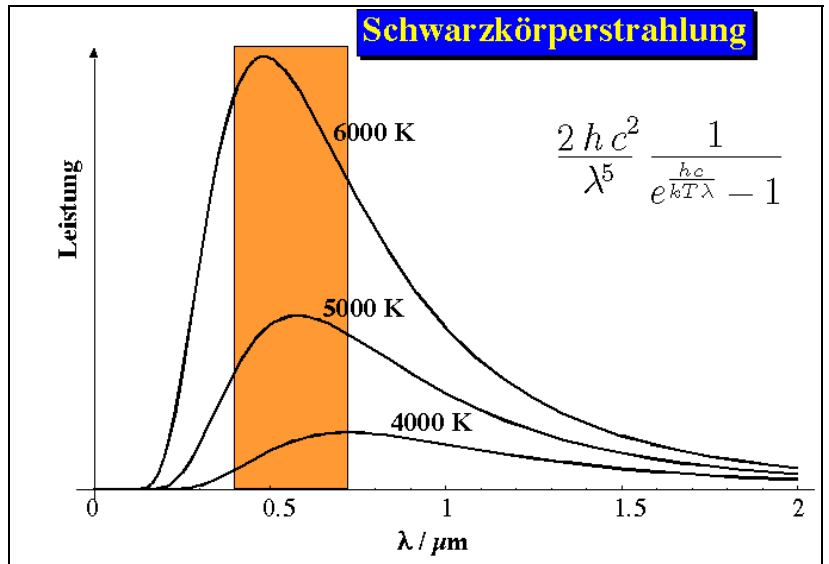
Die meisten Phänomene kann man aber auch mit der klassischen Elektrodynamik beschreiben, welche Licht als eine elektromagnetische Welle betrachtet. Innerhalb der klassischen Optik unterscheidet man zwischen

- geometrische Optik oder Strahlenoptik: Licht kann mit als Strahlen beschrieben werden wenn die interessanten Dimensionen groß sind im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts. Diesen Bereich versucht man immer zu treffen wenn man Abbildungen macht, also z.B. in der Fotografie. Sie Bedingung führt aber z.B. dazu, daß man auch bei sehr viel Licht die Blende nicht beliebig klein machen kann.
- ist diese Bedingung nicht mehr erfüllt, so muß man den Wellencharakter des Lichtes berücksichtigen; es treten zusätzliche Effekte wie Beugung und Interferenz auf. Dieser allgemeinere Bereich wird durch die Maxwell Gleichungen abgedeckt.
- Wenn die Wechselwirkung mit materiellen Systemen involviert ist, so müssen diese meist quantenmechanisch beschrieben werden. Allerdings kann man die Beschreibung des elektromagnetischen Feldes selbst in den meisten Fällen weiterhin klassisch halten. Man nennt dies die semiklassische oder halbklassische Näherung.
- Mit Quantenoptik wird derjenige Teil der Optik bezeichnet, welcher spezifisch quantenmechanische Aspekte behandelt.

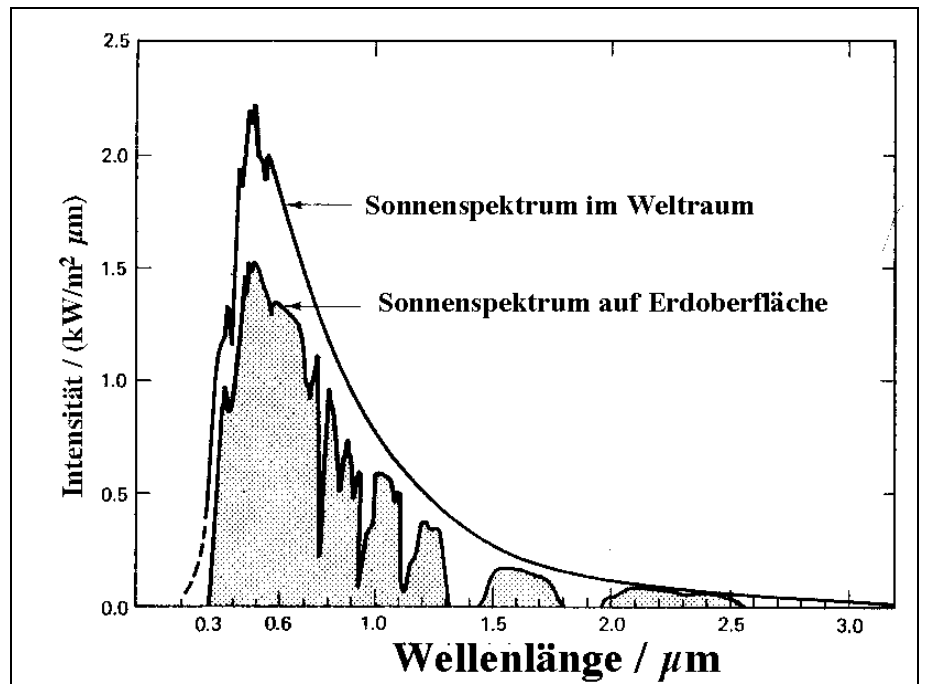
6.1.3. Erzeugung von Licht

Während elektromagnetische Strahlen geringer Frequenz, wie z.B. Radiowellen durch schwingende elektronische Schaltkreise erzeugt werden, ist dies bei sichtbarem Licht nicht mehr möglich. Licht kann aber in einem gewissen Sinn noch einfacher erzeugt werden: indem man einen Körper auf sehr hohe Temperaturen heizt. Solche Quellen werden als thermische Quellen bezeichnet. Das beste Beispiel dafür ist die Sonne, aber natürlich auch eine Glühlampe. Solche Quellen verhalten sich in guter Näherung wie ein Schwarzkörperstrahler. Ein wichtiger Aspekt solcher Quellen ist, dass die spektrale Verteilung der Strahlung nicht vom Material der Quelle abhängt. Jeder schwarze Strahler hat ein Spektrum, welches nur von der Temperatur abhängt.

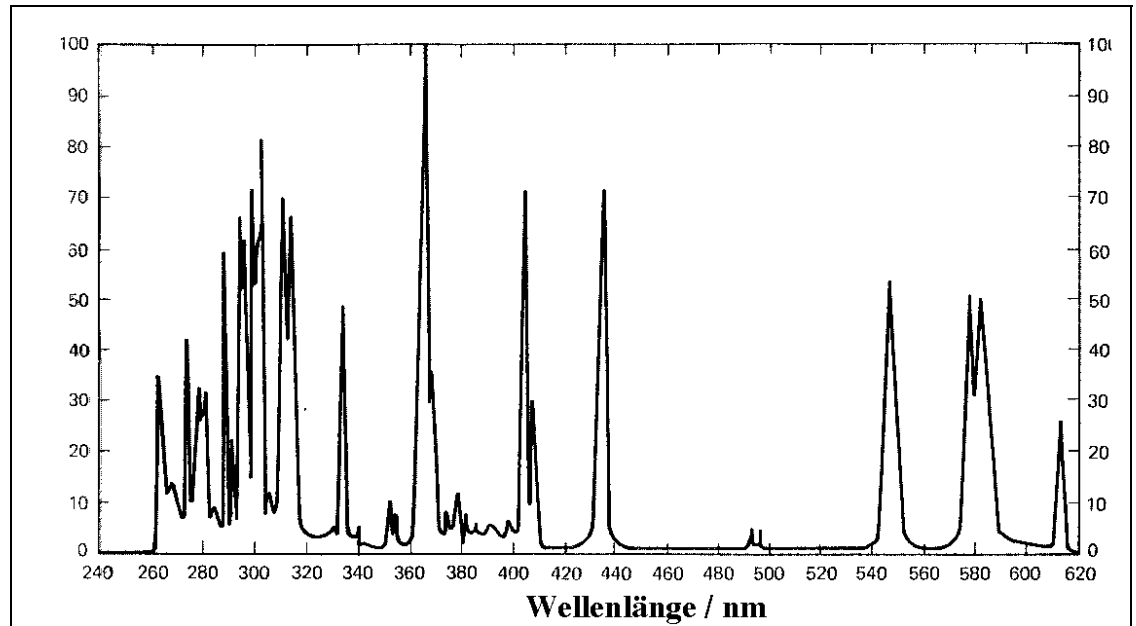
Das Spektrum eines schwarzen Strahlers wird durch das Planck'sche Strahlungsgesetz beschrieben. Es besagt, dass das Maximum der emittierten Strahlung sich mit höheren Temperaturen zu immer kürzeren Wellenlängen verschiebt. Der wichtigste Strahler ist bei weitem die Sonne, die eine Oberflächentemperatur von etwa 6000 Grad aufweist. Das Emissionsmaximum liegt somit bei ca. 500 nm und der größte Teil der emittierten Leistung liegt im Bereich des sichtbaren Lichtes.



Allerdings gelang nicht alle Strahlung bis auf die Erdoberfläche - ein Teil wird durch die Atmosphäre absorbiert, insbesondere im UV-Bereich.



Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung von Licht benutzt sogenannte elektronische Übergänge in atomaren Spektren: Hier gehen Elektronen von energetisch höher liegenden Zuständen in tiefere über und senden dabei Licht aus.



Dies werden Sie in der Quantenmechanik im nächsten Semester noch genauer kennen lernen.

Eine weitere Möglichkeit für die Erzeugung von Licht ist der Laser. Dies ist eine Quelle die besonders nützliche Eigenschaften hat. Laserlicht kann auf verschiedene Arten erzeugt werden und hat je nach Erzeugungsart unterschiedliche Eigenschaften. Die Eigenschaften von Laserlicht werden in Kapitel 6.7 im Detail diskutiert.

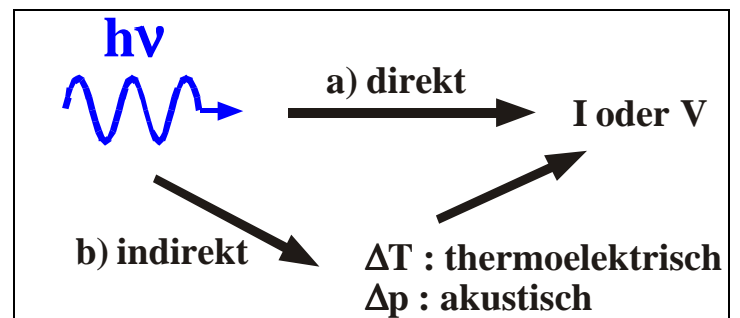
Z: Spektrum eines Lasers

6.1.4. Nachweis von Licht

Chemische Sensoren: Hier regt das Licht ein Elektron in einem Molekül in einen höher angeregten Zustand an. Das angeregte Elektron kann anschließend für chemische Reaktionen verwendet werden. Dieses Prinzip wird insbesondere in der Natur benutzt, z.B. durch die Sinneszellen im menschlichen Auge, aber auch durch das Chlorophyll in Pflanzen etc. Die frühesten Detektoren für Licht (neben dem menschlichen Auge) waren fotografische Filme, also dünne Schichten von lichtempfindlichem Material, in dem beim Auftreffen von Licht eine chemische Umwandlung stattfindet. Diese haben eine recht hohe Empfindlichkeit und können in einer Fläche Licht detektieren. Heute werden sie aber im Labor kaum mehr verwendet, weil die Information erst nach dem Entwicklungsprozeß zur Verfügung steht.

Z: chemischer Nachweis

Heute ist bei praktisch allen verwendeten Detektoren das resultierende Signal eine elektrische Spannung und steht somit unmittelbar für die Messung zur Verfügung. Während einige Detektoren direkt Photonen in einen Strom oder eine Spannung umwandeln benutzen andere Detektoren verschie-

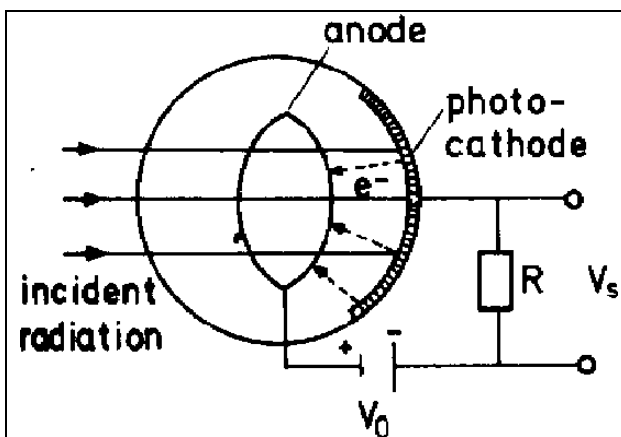
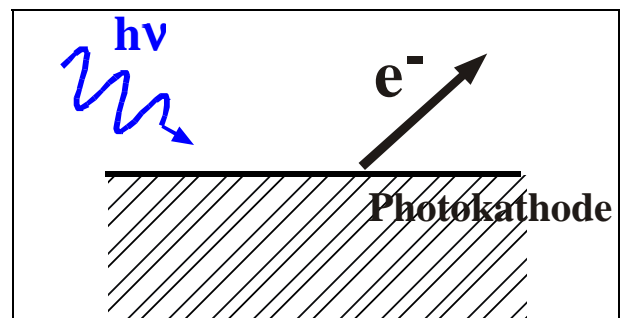


dene Zwischenstufen. So kann das einfallende Licht zunächst in Wärme umgewandelt werden und anschließend wird die Temperaturerhöhung in ein elektrisches Signal umgewandelt. Solche Detektoren kommen u.a. dann zur Anwendung wenn der Detektor über einen möglichst großen Wellenlängenbereich eine konstante Empfindlichkeit aufweisen soll. Eine weiterer Anwendungsbereich ist der Nachweis von Strahlung im infraroten Teil des Spektrums, wo Detektoren, die direkt ein elektrisches Signal erzeugen, eine zu geringe Empfindlichkeit aufweisen. Dieses Prinzip benutzt man z.B. wenn man die Sonne auf der Haut spürt. Physikalische Detektoren, die auf diesem Prinzip basieren sind

- Bolometer: Widerstandsänderung in einem Metall
- Thermistoren: Widerstandsänderung in einem Halbleiter
- Pyroelektrische Detektoren: Die Temperaturerhöhung ändert eine Oberflächenladung

Eine weitere Möglichkeit nutzt den Photoeffekt: Licht, das auf eine Metalloberfläche auftrifft kann aus dieser Elektronen herauslösen. Diese Elektronen werden anschließend vervielfacht und nachgewiesen. Diesen Effekt wird Herr Reya in der letzten Semesterwoche noch genauer diskutieren.

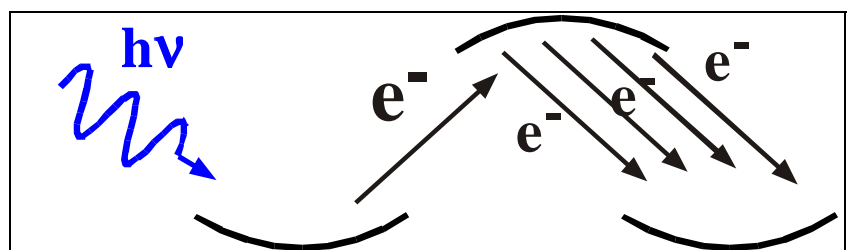
Dabei lösen Photonen aus der Oberfläche eines Metalls Elektronen heraus. Eine solche Metalloberfläche wirkt also als Quelle für Elektronen und wird als Photokathode bezeichnet.



Man kann die emittierten Elektronen auf einer Anode einfangen und den so erzeugten Photostrom direkt messen. Dafür muß sich das Elektrodenpaar im Vakuum befinden.

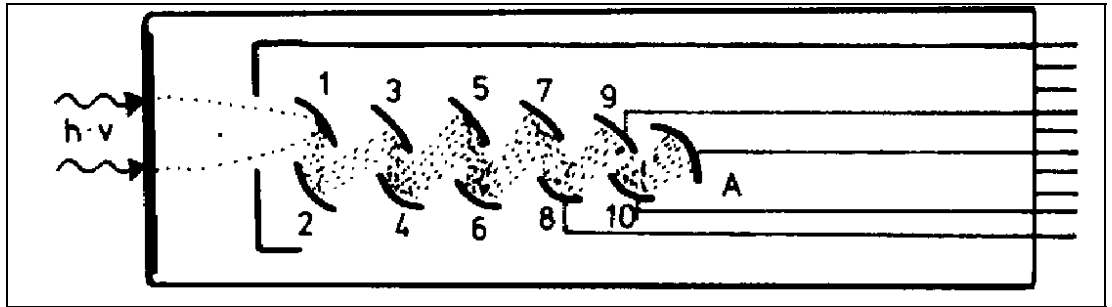
Wenn die Lichtintensität relativ gering ist kann es aber vorteilhaft sein, das Signal noch zu verstärken. Die geschieht meistens über einen Elektronenvervielfacher:

Dabei werden die freiwerdenden Elektronen in einem Potential beschleunigt und auf die Oberfläche einer sekundären Elektrode (Dynode) fokussiert. Elektronen, die mit einigen 100 eV auftreffen lösen aus



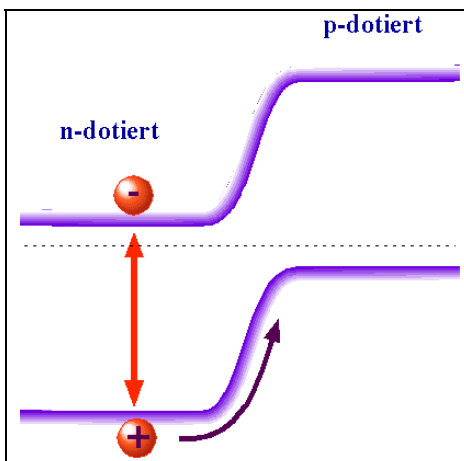
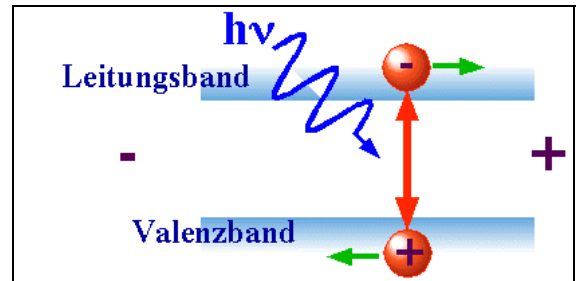
der Metalloberfläche wiederum mehrere Elektronen heraus, welche anschließend wiederum beschleunigt werden können.

Eine Reihe solcher Vervielfacherstufen kann somit pro Photon z.B. 10^7 Elektronen erzeugen, welche anschließend sehr viel einfacher detektiert werden können.



Eine andere Gruppe von Detektoren wandelt Photonen in einen elektrischen Strom um, indem in einem Halbleiter durch Einfangen der Photonen Elektron-Loch Paare erzeugt werden.

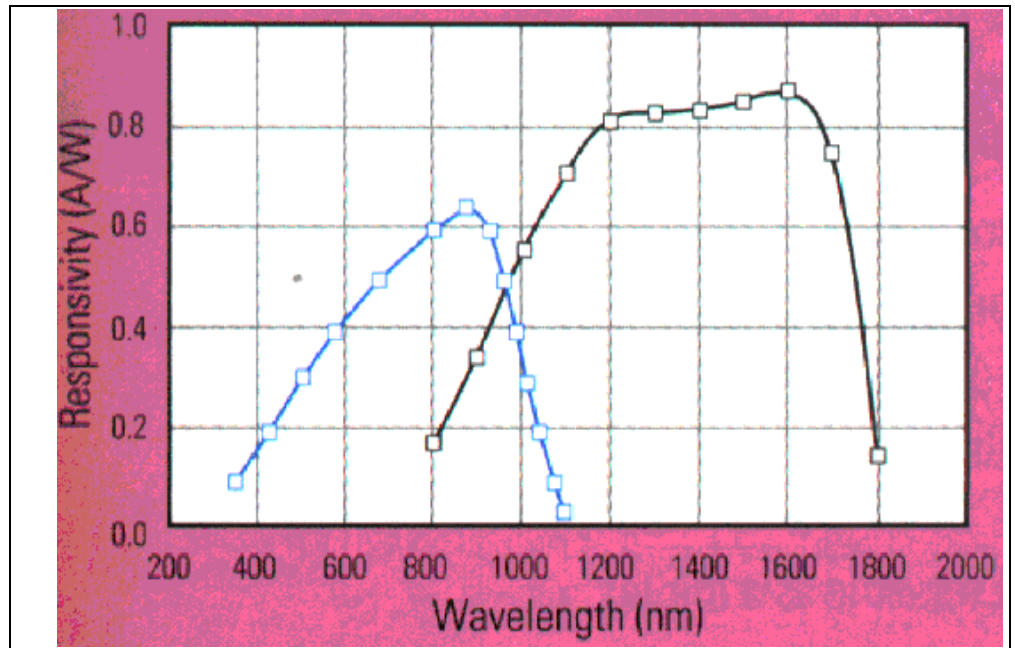
Die so erzeugten Ladungen machen das Material photoleitend. Es ist somit möglich, das Licht durch die Änderung des Widerstandes zu detektieren.



Wenn die in der Nähe eines p-n Übergangs geschieht, so werden die Ladungen getrennt, so daß die Rekombination vermieden wird und ein elektrischer Strom fließt. Nach diesem Prinzip arbeiten Photodioden und Solarzellen. Photodioden sind heute der weitest häufigste Detektortyp. Sie benötigen im Gegensatz zu einem Photomultiplier keine Hochspannung und kein Vakuum, sondern sind reine Festkörpertektoren. Damit sind sie sehr viel zuverlässiger und werden außerdem nicht durch Magnetfelder beeinflusst. Sie sind sehr kompakt und billig. Die Quantenausbeute kann mehr als 90%

betragen, sofern die Oberfläche mit einer Antireflexbeschichtung versehen wird: typische Halbleiter haben einen hohen Brechungsindex (z.B. GaAs $n = 3.6$), so daß bei unbehandelten Oberflächen auch bei senkrechtem Einfall 25% des Lichtes an der Oberfläche reflektiert wird.

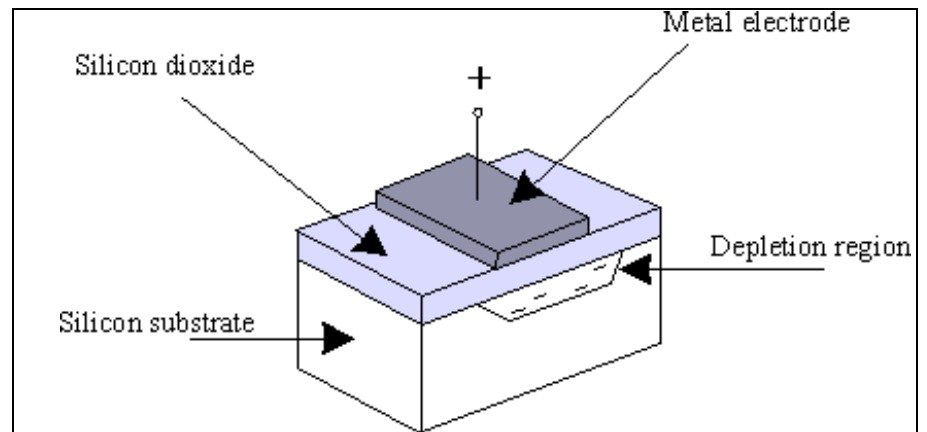
Die Empfindlichkeit als Funktion der Wellenlänge hängt von der Bandlücke des verwendeten Materials ab. Gegenüber Photomultipliern besitzen Sie immer noch den Nachteil eines größeren Dunkelstroms, so daß sie für den Nachweis kleiner Signale weniger geeignet sind. Immerhin ist es auch bei Photodioden möglich, die erzeugten Photoelektronen



zu vervielfachen, indem man an geeignete Photodioden eine hohe Spannung anlegt. In diesen Avalanche-Photodioden können die beschleunigten Elektronen ihrerseits wieder Ladungsträger erzeugen, so daß ein Photon einen hohen Spannungspuls erzeugen kann, ähnlich wie bei Photomultipliern. Allerdings findet die Verstärkung hier im Festkörper statt, nicht im Vakuum.

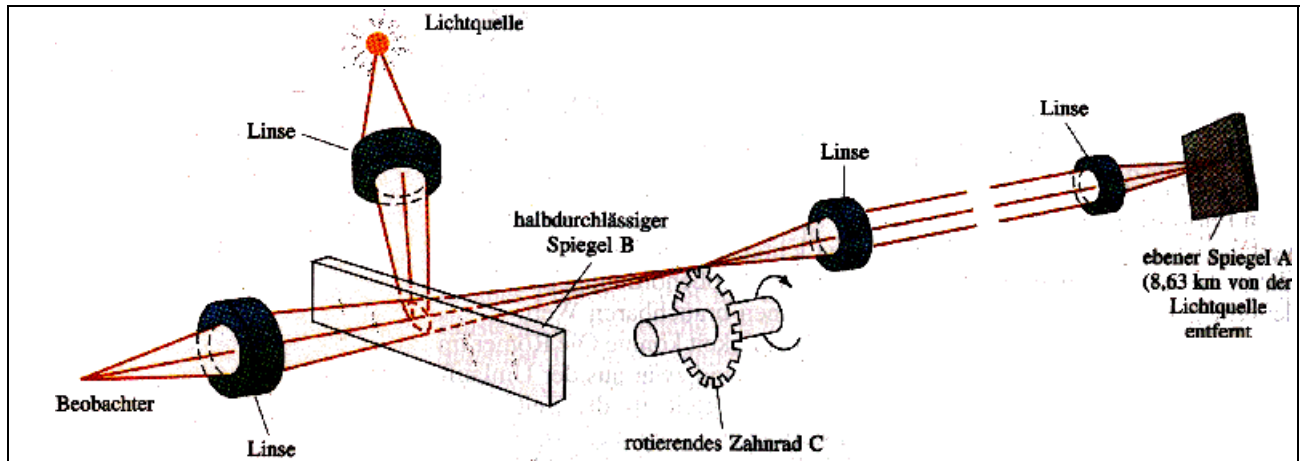
Einer der populärsten Detektoren ist heute der CCD (=Charge Coupled Device). CCD's bestehen aus einzelnen lichtempfindlichen Elementen, die in einem zweidimensionalen Raster angeordnet sind.

Die einzelnen Elemente sind enthalten eine Silizium-Verarmungszone, in der das einfallende Licht Ladungen erzeugt. Durch eine geeignete Vorspannung und Dotierung wird eine Ansammlung der Ladungen unterhalb der Oberfläche erreicht.



6.1.5. Lichtgeschwindigkeit

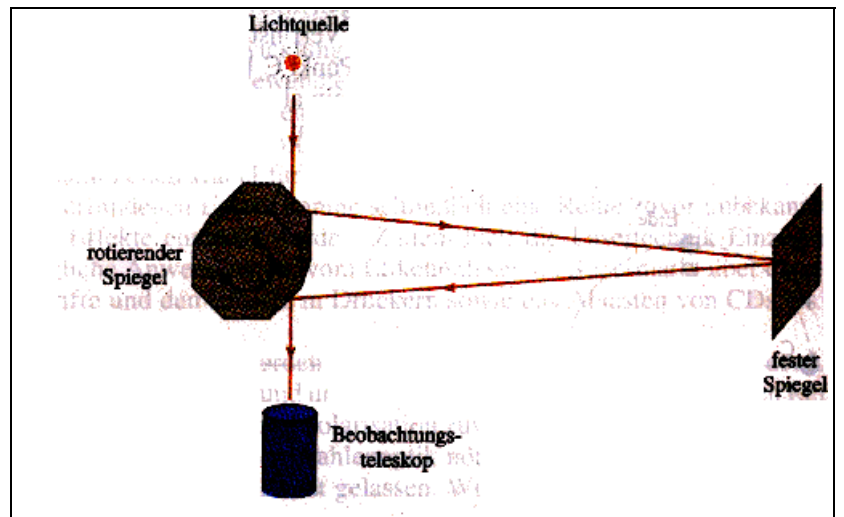
Gemäß Maxwell Gleichungen breiten sich im Vakuum alle elektromagnetischen Felder mit der Geschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ aus.



Während man lange Zeit annahm dass die Lichtgeschwindigkeit unendlich sei wurde im 19. Jhd intensiv an der Messung der Lichtgeschwindigkeit gearbeitet. Eine Möglichkeit besteht darin, einen Lichtstrahl über eine große Distanz zu reflektieren und ihn dabei durch eine schnell drehende Sektorscheibe periodisch zu unterbrechen. Wenn die Unterbrechungsfrequenz gerade mit der Zeit für die Zurücklegung des Weges übereinstimmt trifft kein Licht beim Beobachter ein.

Eine andere Möglichkeit ist die Reflexion eines Lichtstrahls auf einem sich drehenden Spiegel. Die zeitliche Verzögerung während des Durchlaufens des Reflexionsarmes führt dazu, dass der Spiegel sich weiter dreht und der Strahl deshalb an einem etwas anderen Ort beim Beobachter eintrifft.

Später wurde die Lichtgeschwindigkeit ohne bewegliche Teile gemessen indem man die Frequenz und die Wellenlänge maß. Heute kann man die Lichtgeschwindigkeit nicht mehr messen – sie ist definiert als die Geschwindigkeit $c = 299'792'458$ m/s, von der die Länge abgeleitet wird.



Heute kann man die Lichtgeschwindigkeit nicht mehr messen – sie ist definiert als die Geschwindigkeit $c = 299'792'458$ m/s, von der die Länge abgeleitet wird.

In Materie ist die Lichtgeschwindigkeit geringer.

Tabelle 30.1 Brechzahlen einiger Substanzen, bezogen auf gelbes Natriumlicht ($\lambda = 589 \text{ nm}$).

Substanz	Brechzahl n	Substanz	Brechzahl n
Festkörper		Flüssigkeiten bei 20 °C	
Diamant (C)	2,417	Benzol	1,501
Eis (H ₂ O)	1,309	Ethanol (C ₂ H ₅ OH)	1,36
Flußspat (CaF ₂)	1,434	Glyzerin	1,473
Kochsalz (NaCl)	1,544	Leinöl	1,486
Quarz (SiO ₂)	1,544	Methanol (CH ₃ OH)	1,329
Zirkon (ZrSiO ₄)	1,923	Schwefelkohlenstoff (CS ₂)	1,628
Gläser (typische Werte)		Terpentinöl	1,472
Borat-Flintglas	1,565	Tetrachlorkohlenstoff (CCl ₄)	1,460
Quarzglas	1,458	Toluol	1,496
Silicat-Flintglas	1,612	Wasser (H ₂ O)	1,333
Silicat-Kronglas	1,503	Zedernholzöl	1,505

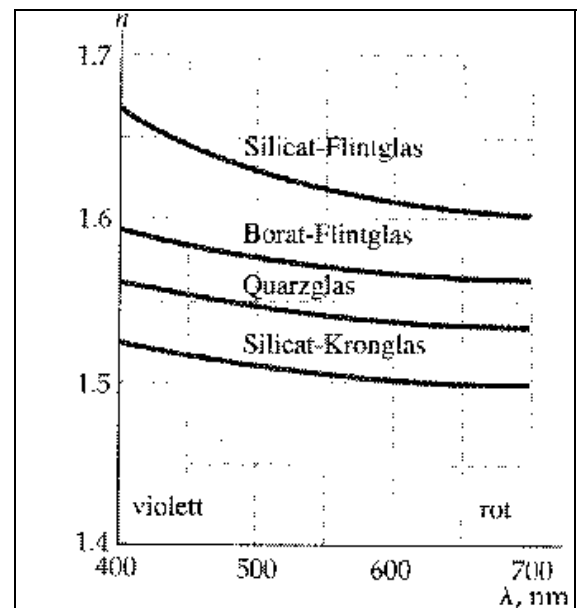
Sie ist reduziert um die Brechzahl, welche je nach Material zwischen 1 und 3 liegt.

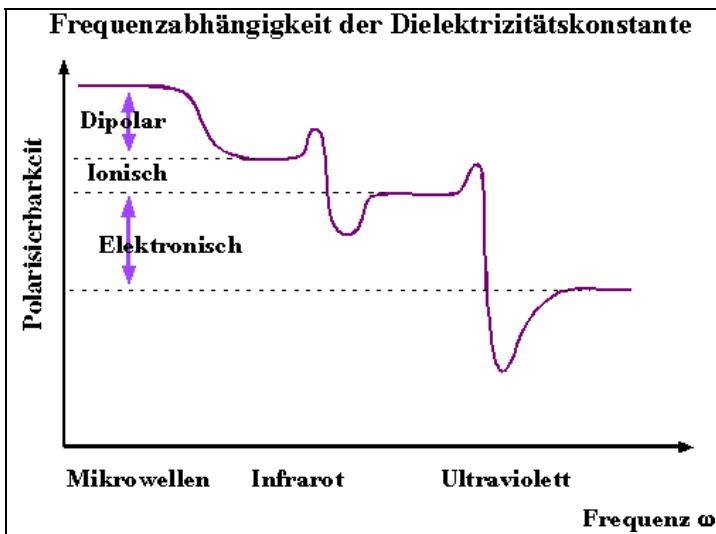
Die Brechzahl ist abhängig von der Wellenlänge. In vielen Materialien steigt die Brechzahl an wenn die Wellenlänge kürzer wird, d.h. mit zunehmender Frequenz.

Bei der Diskussion von elektromagnetischen Wellen hatten wir gefunden dass die Geschwindigkeit durch

$$c/n = c/\sqrt{\epsilon}$$

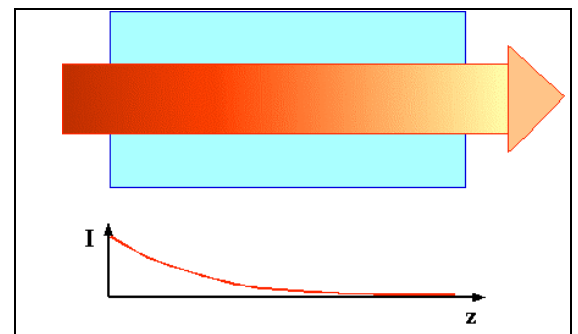
gegeben sei. Die Dielektrizitätskonstante und der Brechungsindex sind stark von der Frequenz (resp. Wellenlänge) der Strahlung abhängig.





So beträgt die Dielektrizitätskonstante von Wasser bei konstanten Feldern ($\omega=0$) 81, während der Brechungsindex für sichtbares Licht in der Gegend von 1.33 liegt. Der Grund liegt darin, dass die unterschiedlichen Beiträge unterschiedlich schnell sind. Im optischen Bereich können nur noch die elektronischen Beiträge der äußeren Anregung folgen, während dipolare oder ionische Anregungen gemittelt erscheinen.

6.1.6. Absorption und Dispersion



Wenn Licht sich in Materie ausbreitet nimmt die Intensität ab. Dies ist auf Absorption zurückzuführen. In den meisten Fällen ist die Verringerung der Intensität des Lichtes bei der Durchquerung einer dünnen Schicht direkt proportional zur Intensität des einfallenden Lichtes,

$$dI/dz = -\alpha I,$$

wobei die Proportionalitätskonstante α offenbar die Dimension einer inversen Länge aufweist. Die Lösung ist offenbar

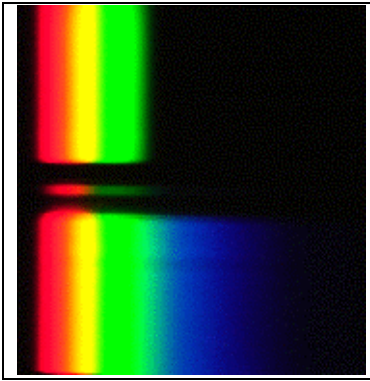
$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z},$$

d.h. die Intensität fällt exponentiell ab. Die Proportionalitätskonstante α ist somit das Inverse der Distanz, über welche die Intensität auf $1/e$ abfällt. Diese Distanz wird als Absorptionslänge bezeichnet.

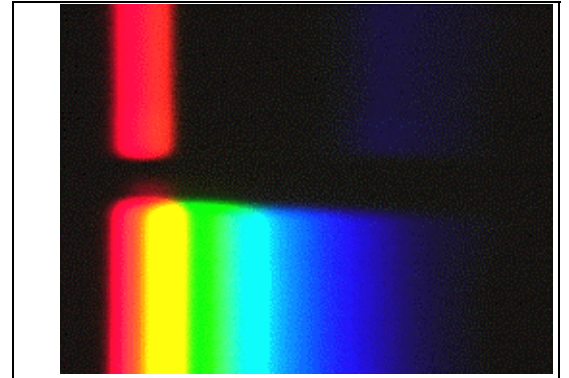
Absorption und Dispersion sind eng miteinander verknüpft; auf einer mikroskopischen Ebene stellen beide nur unterschiedliche Aspekte des gleichen Phänomens dar, nämlich der resonanten Anregung von elektromagnetischen Schwingungen im Material, welche bei wohl definierten Wellenlängen, resp. Frequenzen auftreten.

Exp III/83a Absorption

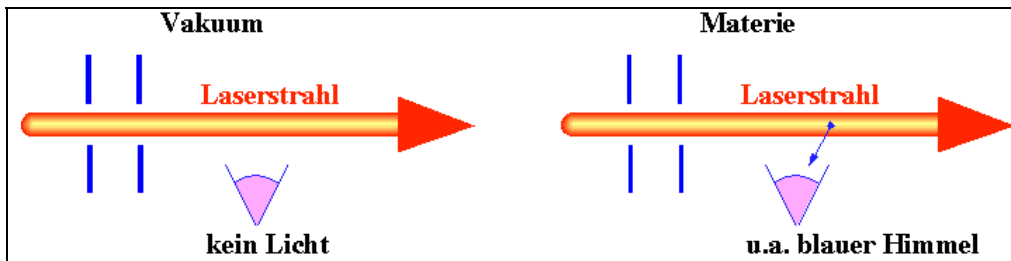
Die Absorption ist wiederum stark von der Wellenlänge abhängig. In diesem Beispiel ist unten das Spektrum einer Bogenlampe dargestellt, im oberen Teil wurde der kurzwellige Teil des Spektrums durch Fluorescein absorbiert. Da Blau absorbiert wird erscheint eine Fluorescein-Lösung gelb.



Im Falle von Kaliumpermanganat wird blau, grün und gelb absorbiert, während Rot und Violett transmittiert werden. Die Stärke und Wellenlänge der Absorption werden durch die mikroskopische Struktur des Materials bestimmt. Meist sind es Moleküle oder Atome, welche bestimmen, welche Wellenlänge absorbiert wird.



Die Stärke und Wellenlänge der Absorption werden durch die mikroskopische Struktur des Materials bestimmt. Meist sind es Moleküle oder Atome, welche bestimmen, welche Wellenlänge absorbiert wird.



Licht wird auch gestreut wenn das Medium inhomogen ist. In diesem Fall ist die Wellenlängenabhängigkeit nicht (nur) durch die molekulare Struktur des Materials bestimmt,

sondern (auch) durch die Größe der Partikel, welche die Streuung verursachen. Über einen gewissen Bereich ist die Streuung proportional zu $1/\lambda^4$, d.h. kürzere Wellenlängen werden wesentlich stärker gestreut als lange.

Diese Abhängigkeit führt u.a. dazu dass der Himmel blau ist: Der kurzwellige Anteil des Sonnenlichtes wird durch Partikel in der Erdatmosphäre stärker gestreut und erscheint als diffuses Hintergrundlicht auf der Erde.

Der längerwellige rote Teil des Spektrums wird weniger stark gestreut. Der Effekt ist am stärksten wenn die Sonne einen langen Weg durch die Atmosphäre zurückgelegt hat, z.B. am Abend. Deshalb erscheint die Sonne bei Sonnenuntergang rot.

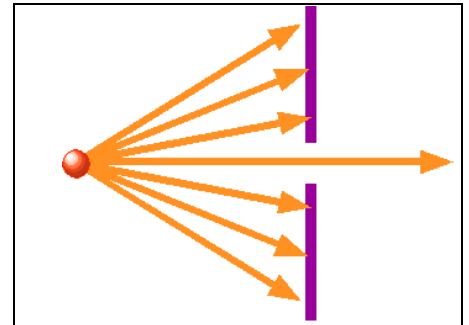
6.1.7. Geometrische Optik

Die geometrische Optik (auch: Strahlenoptik) beschreibt die Lichtausbreitung mit Hilfe von Lichtstrahlen, die sich in einem homogenen Medium geradlinig ausbreiten. Dieses Bild entspricht primär dem Korpuskularbild. Man kann die geometrische Optik aber sehr leicht



aus der Wellenoptik ableiten: die "Strahlen" beschreiben die Ausbreitung der Wellen und stehen an jeder Stelle senkrecht auf den Wellenfronten.

Bei einer punktförmigen Lichtquelle werden die Strahlen kreisförmig abgestrahlt. Man kann sie "sichtbar machen" indem mit Hilfe einer Blende ein Teil der Kugelwelle ausgeblendet wird. Das resultierende Licht wird als Strahlenbündel bezeichnet. Ist die Dimension der Öffnung sehr klein im Vergleich zum Abstand von der Lichtquelle, so erhält man ein näherungsweise paralleles Lichtbündel. Eine andere Möglichkeit, ein paralleles Lichtbündel zu erhalten, erhält man indem man einen Laser verwendet, d.h. kohärentes Licht.



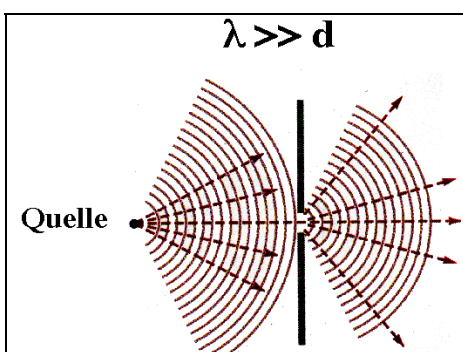
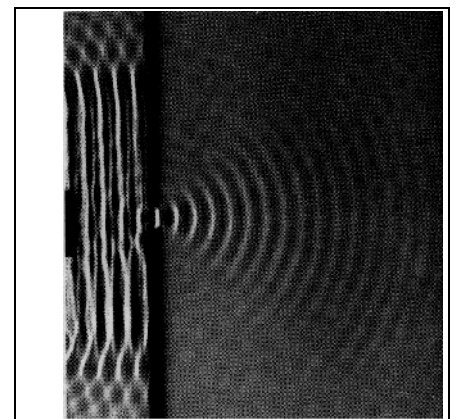
Zu den hervorstechenden Eigenschaften von Licht gehört dass die Lichtstrahlen sich nicht gegenseitig beeinflussen. Außerdem ist der Lichtweg immer umkehrbar.

Die geometrische Optik ist dann anwendbar wenn die Dimensionen der Gegenstände groß sind im Vergleich zur Wellenlänge des Lichtes. Da die Wellenlänge von sichtbarem Licht deutlich unter $1 \mu\text{m}$ liegt ist das für makroskopische Aspekte fast immer der Fall.

Die geometrische Optik ist eine vereinfachte Theorie für die Berechnung der Ausbreitung von Licht. Sie gilt solange die Dimensionen der Apparate, welche das Licht beschränken gross sind gegenüber der Wellenlänge. Dann kann das Licht in guter Näherung als eben Welle beschrieben werden, welche sich geradlinig ausbreitet.

Daß Wellen durch "Strahlen" approximiert werden können gilt nicht nur in der Optik.

Auch Wasserwellen mit kurzen Wellenlängen bewegen sich etwa linear durch eine Öffnung, die groß ist im Vergleich mit der Wellenlänge.



Werden die Dimensionen zu klein, so treten Beugungseffekte auf. Diese Effekte wurden teilweise bereits diskutiert. Aspekte, die speziell für die Optik relevant sind, werden in Kapitel 6.6 genauer beleuchtet.

6.1.8. Das Prinzip von Fermat

Bei der Berechnung des Weges, welchen das Licht beim passieren eines optischen Instrumentes nimmt leistet das Prinzip von Fermat nützliche Dienste. Es ist ein Extremalprinzip, welches praktisch identisch ist mit dem Hamilton'schen Prinzip. Die Grundidee stammt von Hero von Alexandria aus dem 2. Jhd v. Chr.

Hero of Alexandria or **Heron**, fl. A.D. 62, mathematician and inventor. His origin is uncertain, although he wrote in Greek on the measurement of geometric figures and invented many contrivances operated by water, steam, or compressed air, including a fountain and a fire engine.

Es lautete: Das Licht nimmt den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten. Fermat hat es erweitert auf Systeme mit mehr als einem Brechungsindex.

Fermat, Pierre de, 1601–65, French mathematician and magistrate. Although his work in mathematics was done for recreation, he was a founder of modern number theory and probability theory.

In der Formulierung von Fermat lautet es: "Licht nimmt den Weg, für den es die kürzeste Zeit braucht". Mathematisch ausgedrückt lautet dies

$$\int_{P_0, P_1} n \, ds = \int_{P_0, P_1} c/v_p \, ds = c \int_{P_0, P_1} dt = \text{Minimum} ,$$

wobei P_0 , P_1 Anfangs- und Endpunkt des Weges bezeichnen und das Minimum sich auf all möglichen Wege bezieht. Heute schreibt man diese Bedingung meist als Extremalprinzip. In der Form einer Variation lautet es

$$\delta \int_{P_0, P_1} n \, ds = 0 .$$

Das einfachste Beispiel ist natürlich die Ausbreitung im freien Raum in einem homogenen Medium. Hier ist offenbar der direkte Weg der kürzeste.

Z: Gerader Weg

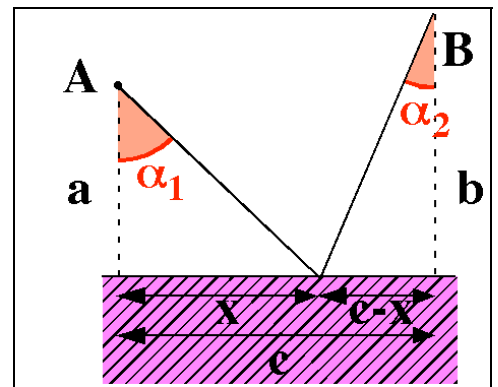
Als weiteres Beispiel betrachten wir Licht, das auf einem Spiegel reflektiert wird. Wir suchen also den kürzesten Weg, auf dem das Licht vom Punkt A über den Spiegel zu Punkt B gelangt. Die Länge des Weges beträgt

$$\Delta = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (c-x)^2} .$$

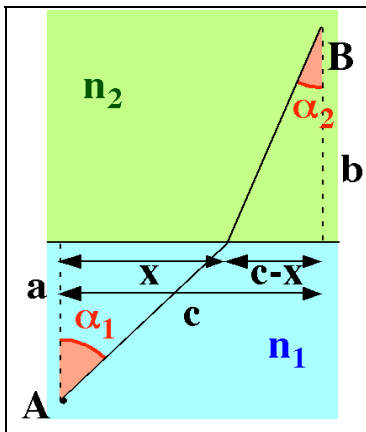
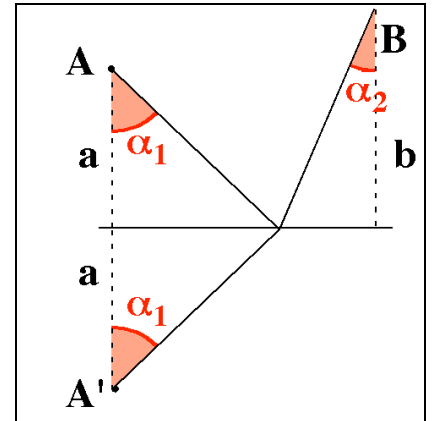
Dieser Weg wird minimal wenn er sich bei einer infinitesimalen Änderung von x nicht ändert, d.h. wenn

$$d\Delta/dx = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c-x}{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}} = 0 ,$$

d.h. wenn die beiden Winkel gleich sind, $\alpha_1 = \alpha_2$.



Wir können dieses Problem auf das Problem im freien Raum zurückführen indem wir (geometrisch) den Ausgangspunkt und den Weg bis zum Spiegel in diesem reflektieren. Damit ist wiederum die direkte Verbindung die kürzeste, und man sieht leicht, daß in diesem Fall der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel wird, d.h. wir haben mit Hilfe des Prinzips von Fermat sehr einfach das Reflexionsgesetz hergeleitet.



Wirklich wichtig wird das Prinzip erst wenn das Medium nicht mehr homogen ist, z.B. wenn wir zwei Halbräume mit unterschiedlichem Brechungsindex betrachten. Hier erreicht das Licht offenbar das Ziel am schnellsten wenn der Weg im langsameren Medium gering gehalten wird. Der optische Weg beträgt jetzt

$$\Delta = n_1 \sqrt{a^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b^2 + (c-x)^2} .$$

Der Extremalwert wird erreicht für

$$d\Delta/dx = n_1 \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - n_2 \frac{c-x}{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}} = 0 ,$$

d.h. für

$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 .$$

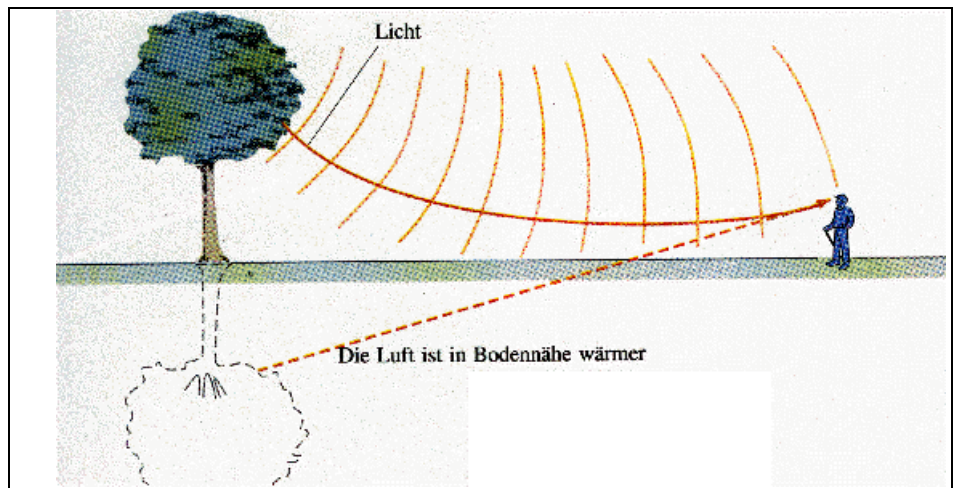
Diese Beziehung wird als Snellius'sches Brechungsgesetz bezeichnet.

Z: Überqueren eines Flusses / Licht durch planparallele Platte

Als weiteres Beispiel betrachten wir den Weg durch eine planparallele Platte. Das Prinzip von Fermat besagt dass die Platte in der sich das Licht langsamer ausbreitet, auf einem möglichst kurzen weg durchquert werden sollte, um die gesamte Zeit zu minimieren.

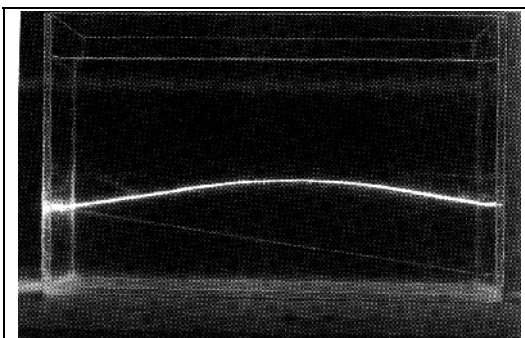
6.1.9. Gekrümmte Lichtstrahlen

Wenn der Brechungsindex variiert, so kann der optische Weg auch krumm sein.



Ein Sonnenstrahl erreicht uns am schnellsten wenn er **Z: untergehende Sonne** einen möglichst langen Teil des Weges in den dünnen oberen Luftschichten der Atmosphäre zurücklegt und erst gegen Ende "nach unten abbiegt". Dies führt z.B. auch dazu, daß wir die Sonne noch sehen auch wenn sie sich rein geometrisch schon unter dem Horizont befindet.

Exp 35: gekrümmter Lichtstrahl

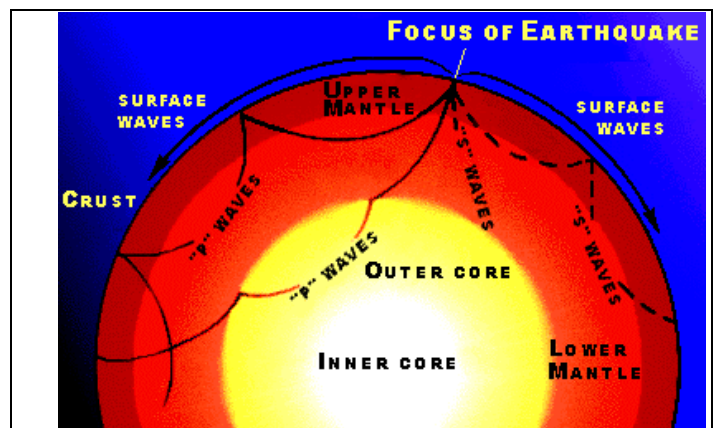


Dies kann man bei entsprechend großer Variation des Brechungsindexes auch im Labormaßstab reproduzieren: in der Flüssigkeit besteht ein Gradient des Brechungsindexes. Der Lichtstrahl wählt den Weg so, daß die Zeit vom Anfangs- zum Endpunkt minimiert wird.

Das gleiche Prinzip gilt auch für andere Arten von Wellen, wie z.B. seismische Wellen. Diese verlaufen im Erdinneren nicht geradlinig, sondern werden durch den Dichtegradienten gebogen.

6.1.10. Huygens'sches Prinzip

Natürlich könnte man dieses Beugungsmuster berechnen indem man die Maxwell Gleichungen für den gesamten Raum lösen würde, wobei man als Grenzbedingungen die Quellen und die Schirme berücksichtigen müsste. Wir können uns diese Aufgabe aber wesentlich erleichtern indem wir die bisherigen Erkenntnisse berücksichtigen.



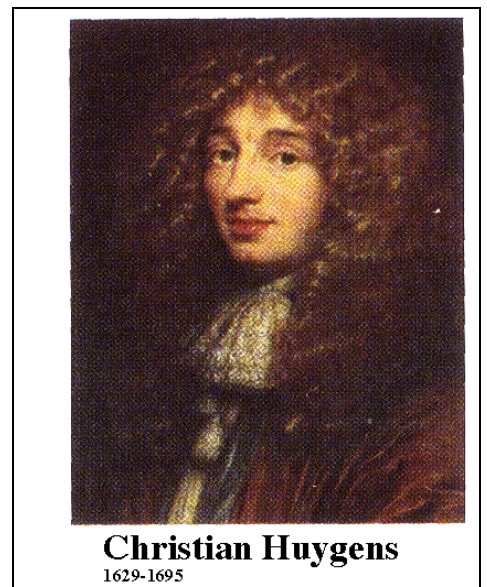
Die Lichtausbreitung von der Quelle bis zur Blende können wir mit Hilfe der geometrischen Optik berechnen. Wenn wir annehmen, dass der Schirm auftreffende Wellen vollständig absorbiert und die Quelle genügend weit entfernt ist, so können wir damit sagen, dass die Blende von einer ebenen Welle beleuchtet wird. Damit können wir die Maxwell Gleichungen nur für den Bereich der Blende lösen, wobei wir als Randbedingung annehmen, daß das Licht im Bereich der Blende eine ebene Welle darstellt. Die Blende stellt damit eine sekundäre Quelle dar.

Z: Lichtausbreitung

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn man zunächst den Vektorcharakter des elektromagnetischen Feldes vernachlässigt und das Licht als eine skalare Welle beschreibt. Dieses Vorgehen wird als Prinzip von Huygens bezeichnet: Man beschreibt damit die Lichtausbreitung unter der Annahme, dass von jedem Punkt eine kugelförmige Lichtwelle ausgeht.

Huygens, Christiaan, 1629-1695; Zeitgenosse Newtons

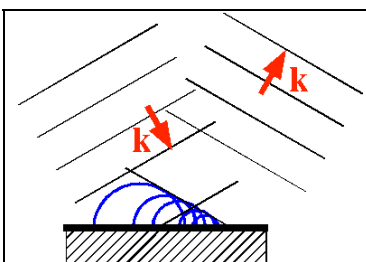
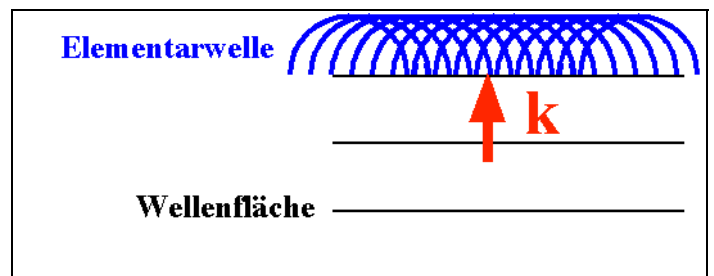
Dutch physicist and astronomer who discovered Saturn's rings (1655), pioneered the use of the pendulum in clocks (1657), and formulated Huygens' principle.



Exp. / Folie: Primär / Sekundärwelle

Das Huygens'sche Prinzip kann man experimentell sichtbar machen: Trifft eine Welle auf ein punktförmiges Hindernis, so wird dieses zu einer Quelle einer Sekundärwelle, welche sich kreisförmig um dieses Hindernis ausbreitet. Die Ausbreitung des gesamten Feldes ergibt sich durch Summierung über alle elementaren Sekundärwellen. Diese Beobachtung überträgt man von materiellen auf mathematische Punkte und betrachtet jeden Punkt im Raum als die Quelle einer Elementarwelle, wobei Amplitude, Phase und Frequenz durch die einfallende Welle bestimmt werden.

Wie dies funktioniert kann man schon am Beispiel einer ebenen Welle zeigen: Jeder Punkt auf einer Wellenfront kann als Quelle einer sekundären Elementarwelle verstanden werden.



Auf ähnliche Weise erlaubt einem das Prinzip von Huygens z.B. das Reflexionsgesetz im Wellenbild zu erklären: trifft eine ebene Welle auf eine Oberfläche, so werden dort zuerst Elementarwellen ausgestrahlt, wo die Wellenfront zuerst eintrifft. Die Überlagerung der einzelnen Elementarwellen ergibt wieder eine ebene Welle, die im gleichen

Winkel gegenüber der Normalen auf der Oberfläche läuft wie die einfallende Welle.