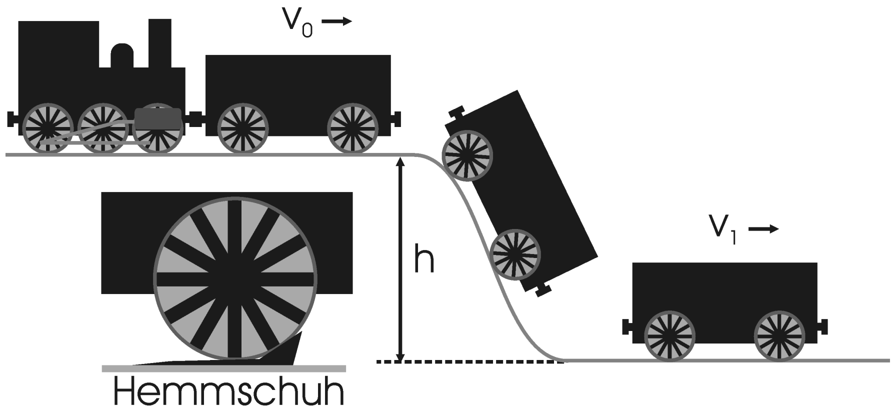
1. Aufgabe (5 Punkte)

Eine Lokomotive schiebt einen einzelnen Güterwagen der Masse $m = 10\,\mathrm{t}$ auf einen Abrollberg der Höhe $h = 4\,\mathrm{m}$, sodaß dieser bei $v_0 = 1\,\mathrm{km/h}$ losgelassen wird. Der Wagen soll einem Zugverband aus 14 Wagen der Masse m hinzugefügt werden. Wie schnell ist der Wagen, wenn er den Zugverband erreicht? Mit welcher Geschwindigkeit wird sich der gesamte Zug bewegen, wenn der Wagen beim Auftreffen sofort angekuppelt wird? Um den Zug zu stoppen wird ein Hemmschuh verwendet. Dieser wird, an entsprechender Stelle, auf dem Gleis unter eines der Räder des ersten Wagens eingeführt. Wie hoch muss der Reibungskoefizent μ sein, um den Zug in $\tau = 5\,\mathrm{s}$ zum Stillstand zu bringen?



[Züge fahren ohne Hemmschuh reibungsfrei. Auf den Hemmschuh wirken $\frac{1}{4}$ des Wagengewichts!]

2. Aufgabe (7 Punkte)

Gravitation in einem eindimensionalen Modell eines Universums.

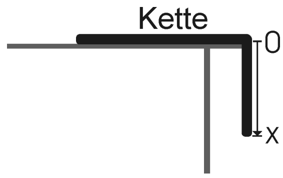
a. Zwei Massen befinden sich bei $x = \pm x_i$. Wie sieht das entsprechende Gravitationspotenzial $U_i(x)$ aus? Berechnen Sie dafür die Gravitationsenergie einer Testmasse m_0 an der Stelle x und dividieren das Resultat durch m_0.

b. $2N$ identische Massen m befinden sich an den Positionen $\pm i\,D$; $i = 1..N$. Verallgemeinern Sie Ihre Antwort aus Aufgabenteil a: finden Sie das Potential $U_N(x)$, und zeichnen Sie $U_N(x)$ für den Fall $N = 4$.

c. Wir betrachten den Fall einer unendliche Reihe von Massen ($N \to \infty$). Wie sieht das Potenzial aus? Befindet sich eine Masse m_0 bei $x = 0$ im Gleichgewicht? Ist das Gleichgewicht stabil? Was passiert bei kleinen Auslenkungen (zeigen Sie dies rechnerisch)? Was können Sie demnach über das dynamische Verhalten des Universums aussagen?

3. Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben sei eine Kette der Länge $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$, die zum Zeipunkt $t = 0$ mit einer Länge x_0 über eine Tischkante ragt. Der Reibungskoeffizient $\mu = 0{,}3$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Geschwindigkeit der Kette $v_0 = 0$.



a. Welche Bedingung muß hinsichlich der überkragenden Länge x_0 erfüllt sein, damit sich die Kette überhaupt bewegt?

b. Wie lautet die Weg-Zeit-Abhängigkeit $x(t)$ des Anfangspunktes der Kette?

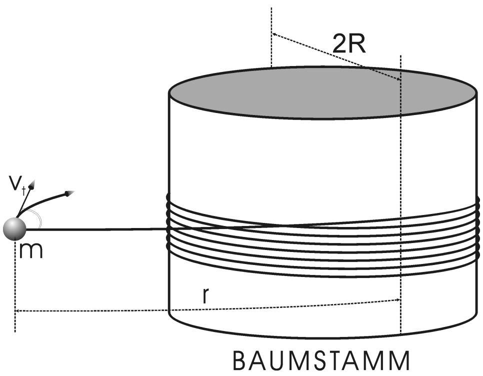
c. Nach welcher Zeit T verlässt die Kette die Tischplatte? Gehen Sie von hier an von $x_0 = 0{,}15\,\mathrm{m}$ aus.

d. Wie lautet die Geschwindigkeit-Zeit-Abhängigkeit bis zum Zeitpunkt T?

e. Wie groß ist die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt T?

4. Aufgabe (6 Punkte)

Ein Seil der Anfangslänge $r = r_0$ ist an einem Baum befestigt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ erhält ein Körper, der am Endpunkt des Seils befestigt ist, die tangentiale Anfangsgeschwindigkeit v_{t0}. Dadurch wickelt sich das Seil um den Baumstamm, der den Durchmesser $D = 2R$ hat. Bestimmen Sie:



a. die Länge des Seils als Funktion des Umschlingungswinkel ϕ und deren zeitliche Änderung $\dot{r}(\phi)$.

b. die tangential Geschwindigkeit v_t in Abhängigkeiten von Zeit t und Winkel ϕ.

[Hinweis:]
Vernachlässigen Sie die Erdanziehung und nehmen Sie an, die tangentiale Beschleunigung sei $a_t = \frac{1}{r}\frac{\partial(v_t r)}{\partial t} = 0$.