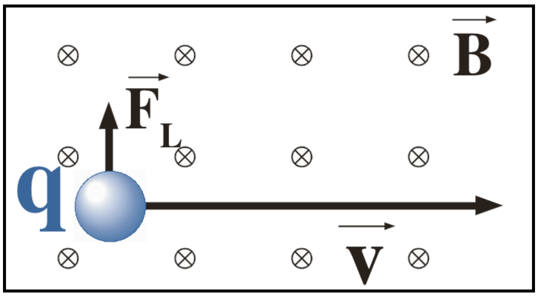
3.5 Bewegte Ladungen im Magnetfeld

3.5.1 Lorentzkraft

Bewegte Ladungen erzeugen Magnetfelder. Umgekehrt erzeugen Magnetfelder Kräfte auf bewegte Ladungen. Während statische Ladungen nur von elektrischen Feldern beeinflusst werden, wirken auf bewegte Ladungen auch in einem magnetischen Feld Kräfte.

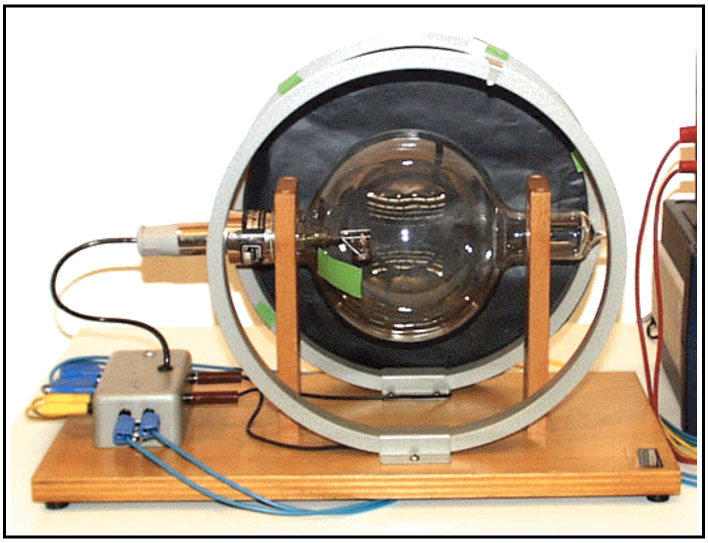
Bewegt sich eine Ladung q mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem Magnetfeld $\vec{B}$, so spürt sie die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) .$$



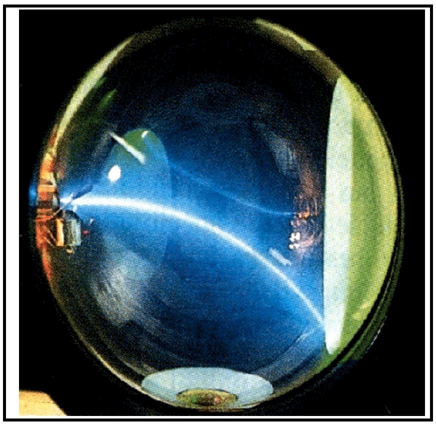
Geschwindigkeitsvektor, Magnetfeldrichtung und Kraftrichtung bilden ein rechtshändiges Koordinatensystem. Die Kraft wird maximal wenn die Bewegung senkrecht zum Magnetfeld erfolgt und verschwindet wenn sie parallel zu den Feldlinien läuft. Da die Kraft, und damit die Beschleunigung senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor stehen ändert sich der Betrag der Geschwindigkeit nicht, sondern lediglich die Richtung. In einem homogenen Magnetfeld bewegen sich geladene Teilchen daher auf Kreisbahnen.

Die Ablenkung der Elektronen in einem Elektronenstrahl durch ein Magnetfeld wird z.B. in Fernsehgeräten und Computermonitoren verwendet.



Exp. 13, 14 Fadenstrahlrohr

Um ein homogenes Magnetfeld zu erhalten verwenden wir ein Spulenpaar in Helmholtz Anordnung.



Die Elektronen werden über eine Beschleunigungsspannung in die Röhre „geschossen“. Um den Elektronenstrahl sichtbar zu machen, wird verdünntes Wasserstoffgas verwendet, welches durch Elektronenstöße zum Leuchten gebracht wird. Ohne ein äußeres Feld bewegen sich die Elektronen geradlinig. Legt man ein Magnetfeld an, so wird der Strahl gebogen. Je stärker das Magnetfeld, desto enger die Kurve. Wird der Radius genügend klein, so kann er vollständig in der Röhre beobachtet werden.

3.5.2 Spezifische Ladung

Bewegt sich ein geladenes Teilchen senkrecht zum Magnetfeld, so wirkt eine Kraft, die senkrecht zum Magnetfeld und zum Geschwindigkeitsvektor steht. Das Teilchen wird dadurch beschleunigt, der Betrag der Geschwindigkeit ändert sich jedoch nicht. Geschwindigkeit und Beschleunigung bleiben in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld, das Teilchen bewegt sich auf einer Kreisbahn. Der Radius r dieser Kreisbahn ist gegeben durch das Gleichgewicht zwischen Zentrifugalkraft F_{ZF} und Lorentzkraft F_L :

$$F_{ZF} = m\, v^2/r = F_L = q\, v\, B\ .$$

Somit ist

$$m\, v = q\, r\, B\ .$$

Wird die Geschwindigkeit v durch Beschleunigung mit einer elektrischen Potenzialdifferenz U erzeugt, so beträgt die kinetische Energie

$$E_{kin} = m/2\, v^2 = q\, U\ .$$

Somit

$$m^2\, v^2 = q^2\, r^2\, B^2 = 2\, m\, q\, U.$$

Der Radius beträgt somit

$$r = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}\ .$$

Umgekehrt kann aus der Messung des Radius das Verhältnis von Ladung zu Masse bestimmt werden

$$q/m = \frac{2\,U}{r^2 B^2}\ ,$$

sofern das Magnetfeld bekannt ist.

Exp. 15: Spezifische Ladung des Elektrons

Diese Messung kann auch im Fadenstrahlrohr durchgeführt werden. Im Experiment wurde eine Beschleunigungsspannung von 200 V verwendet. Der gemessene Strom kann in ein Magnetfeld umgerechnet werden:

$$B = 0.78\ I\ mT/A\ .$$

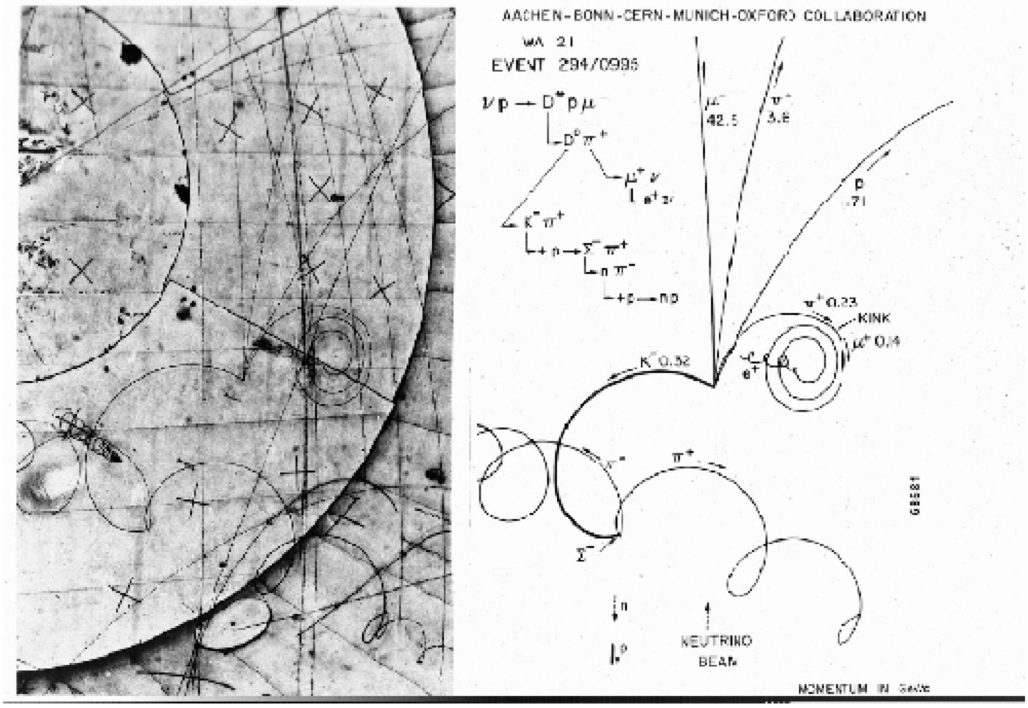
Es wurden folgende Werte für Strom und Bahnradius gemessen:

I / A	B / mT	r / cm	q/m / 10^{11} C/kg
1.25	0.998	4.55	1.94
1.5	1.17	3.73	2.10
2.0	1.56	2.91	1.94

Der Literaturwert beträgt, mit der Elementarladung e und der Elektronenmasse m_e:

$$e/m_e = \frac{1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}} = 1.760 \cdot 10^{11}\ \mathrm{C/kg}\ .$$

Diese Möglichkeit wird in der Teilchenphysik intensiv genutzt, z.B. in so genannten Blasenkammern, wo die Messung des Bahnradius wichtige Rückschlüsse auf die Art des erzeugten Teilchens ermöglicht. Die Richtung der Bahnkrümmung erlaubt die Bestimmung des Vorzeichens der Ladung.

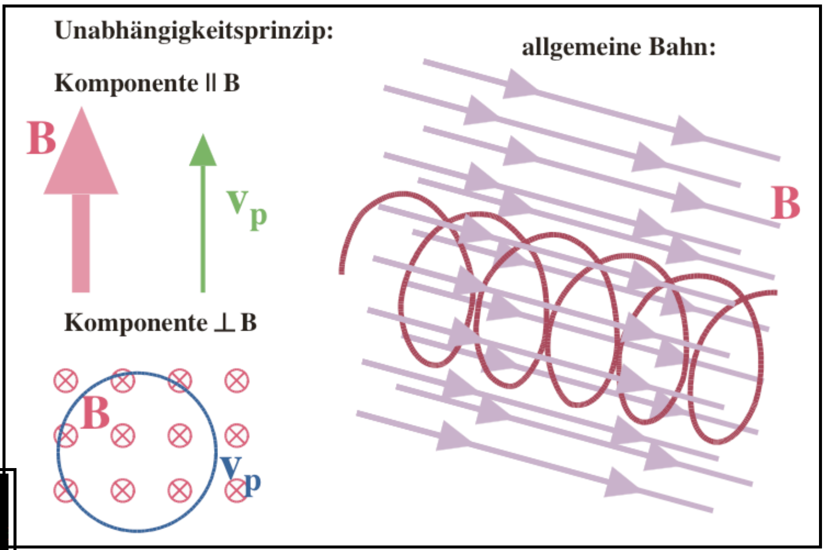


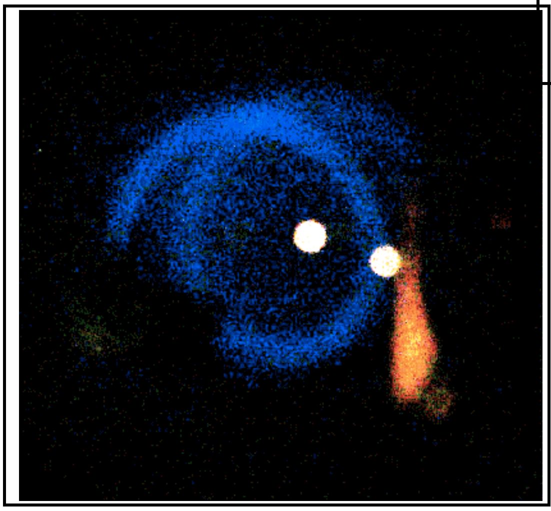
Teilchenspuren in der BEBC (=Big European Bubble Chamber) am CERN

3.5.3 Bahnen im Magnetfeld

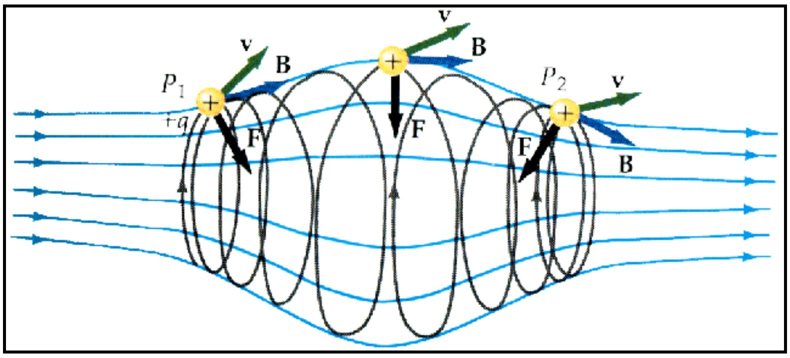
Bewegt sich das Teilchen parallel zu den Magnetfeldlinien so verschwindet das Vektorprodukt $\vec{v} \times \vec{B}$. Somit wirkt in diesem Fall keine Kraft auf das Teilchen, es kann sich entlang der Magnetfeldlinien frei bewegen.

Im allgemeinen Fall hat das Teilchen Geschwindigkeitskomponenten parallel und senkrecht zum Magnetfeld. Während die parallele Komponente nicht beeinflusst wird und deshalb konstant bleibt wird die senkrechte Komponente auf eine Kreisbahn gezwungen. Insgesamt resultiert somit eine Spiralbewegung um die Magnetfeldlinien.



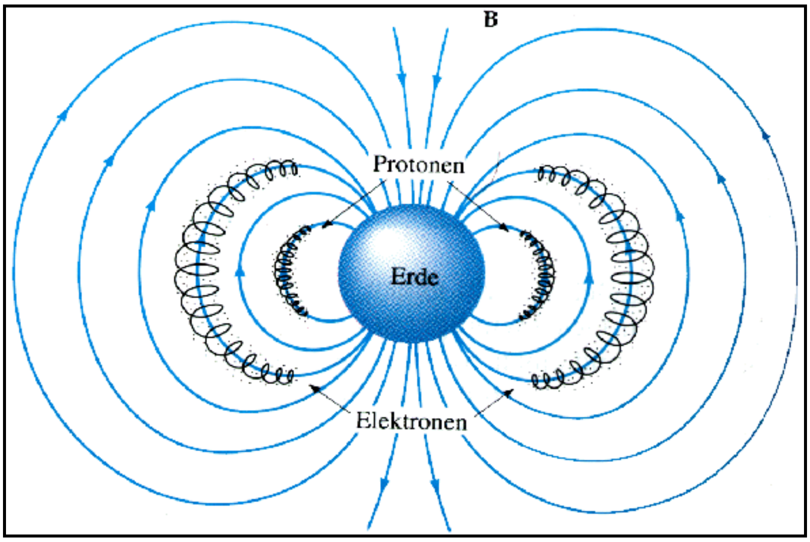


Dies kann wiederum im Fadenstrahlrohr beobachtet werden indem man den Strahl verkippt, so dass er auch eine Komponente parallel zur Achse der Helmholtzspulen aufweist.



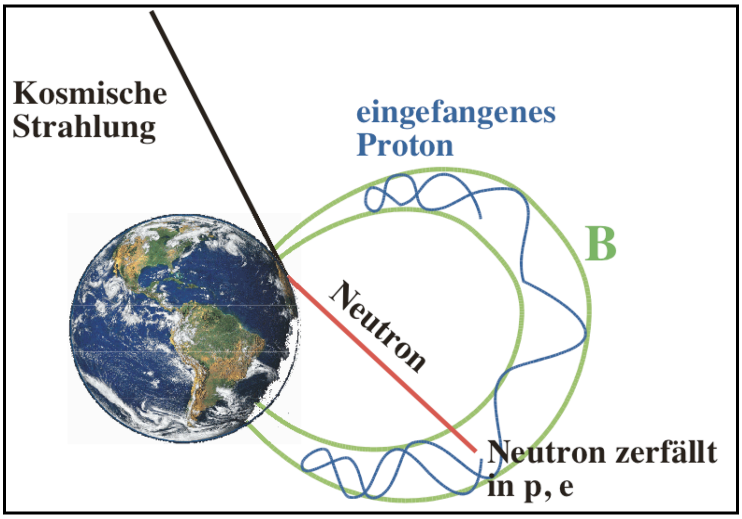
Bewegt sich ein geladenes Teilchen in einem inhomogenen Magnetfeld mit einer Geschwindigkeitskomponente entlang der Magnetfeldrichtung, so wirkt eine Kraft gegen diese Richtung, wie in der Figur gezeigt. Die Geschwindigkeit in Feldrichtung wird dadurch reduziert. Offenbar wirken somit Regionen starken Feldes wie ein Spiegel. "Magnetische Flaschen" können deshalb für den Einschluss von elektrisch geladenen Teilchen verwendet werden.

3.5.4 Geladene Teilchen im Erdmagnetfeld

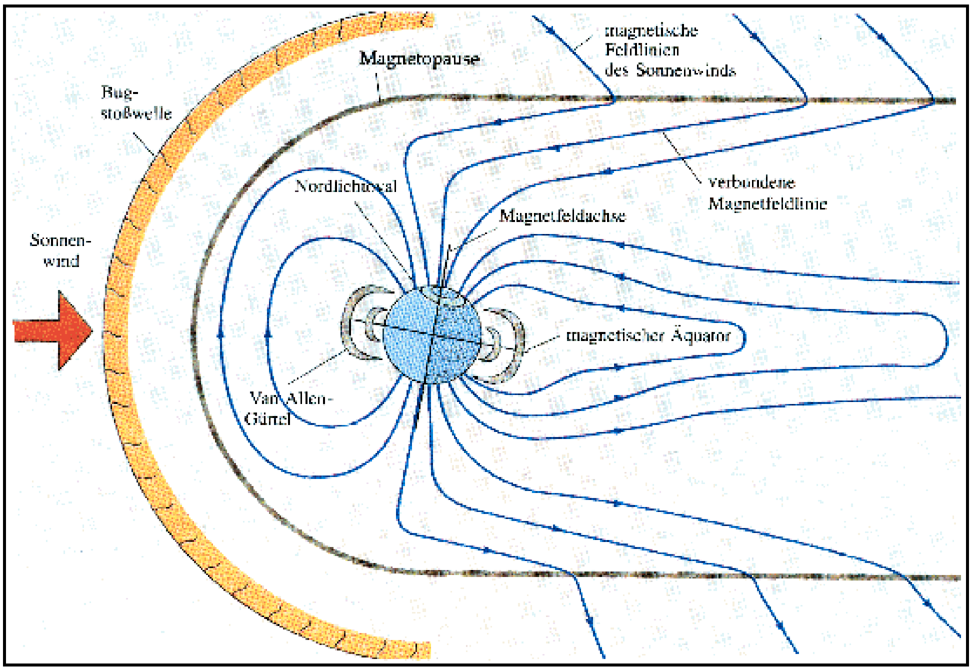


Das Magnetfeld der Erde fängt auf ähnliche Weise elektrisch geladene Teilchen ein.

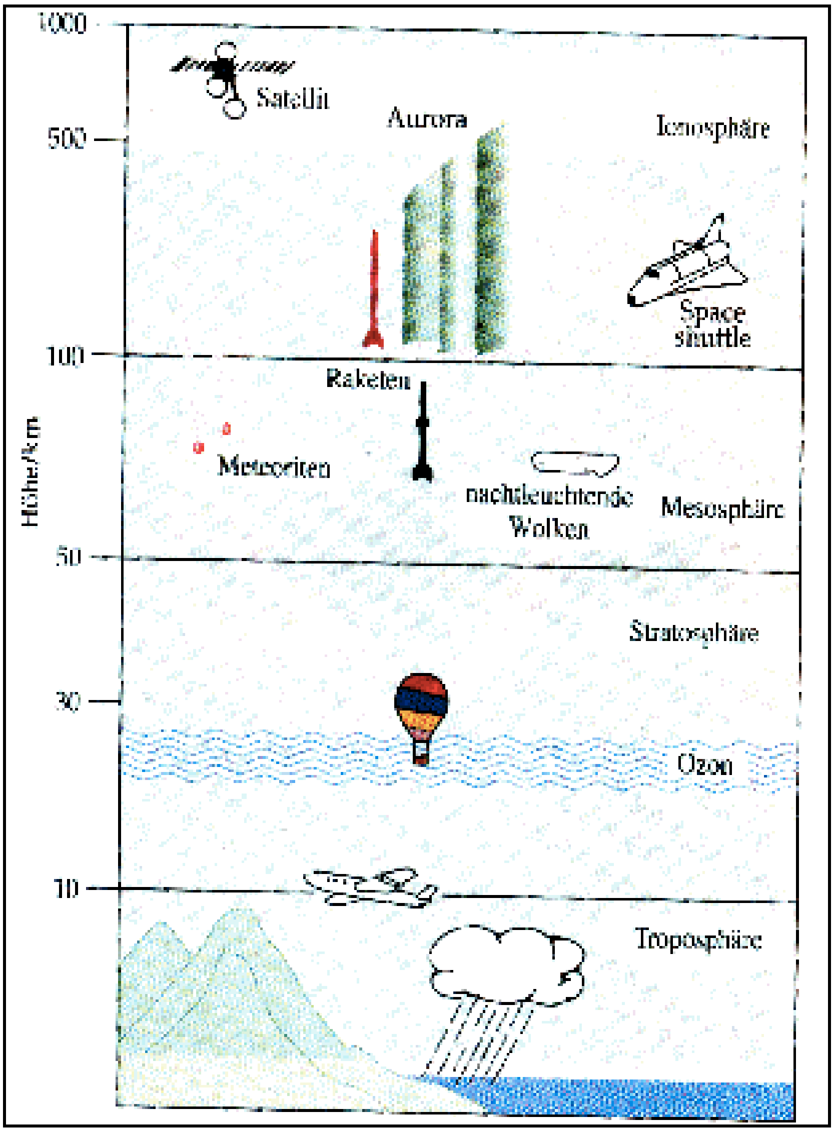
Diese Bewegung von geladenen Teilchen ist u.a. für die Strahlungsgürtel (van Allen Gürtel) um die Erde verantwortlich. Allerdings können geladene Teilchen ebensowenig in diesen Bereich eindringen wie sie ihn verlassen können. Die hier gefangenen Teilchen wurden stattdessen zu einem wesentlichen Teil in der Magnetosphäre erzeugt: Kosmische Strahlen schlagen aus der Erdatmosphäre Neutronen heraus, welche als ungeladene Teilchen vom Magnetfeld der Erde nicht beeinflusst werden. Sie haben jedoch eine endliche Lebensdauer und zerfallen z.T. im Magnetfeld in Protonen. Diese werden vom Magnetfeld eingefangen.



Das Magnetfeld der Erde wird verzerrt durch den Sonnenwind. Dieser Effekt kommt dadurch zustande, dass die geladenen Teilchen im Magnetfeld durch die Lorentzkraft in unterschiedliche Richtungen abgelenkt werden. Dadurch fließt netto ein Strom senkrecht zum äußeren Magnetfeld. Dieser Strom erzeugt ein zusätzliches Magnetfeld, welches sich dem vorhandenen überlagert. Das Resultat entspricht einer Kraft auf die Feldlinien: sie werden in der Richtung der bewegten Ladungen gedrückt. Das Magnetfeld der Erde ist deshalb stark asymmetrisch: Auf der Seite der Sonne fällt es nach ca. 10

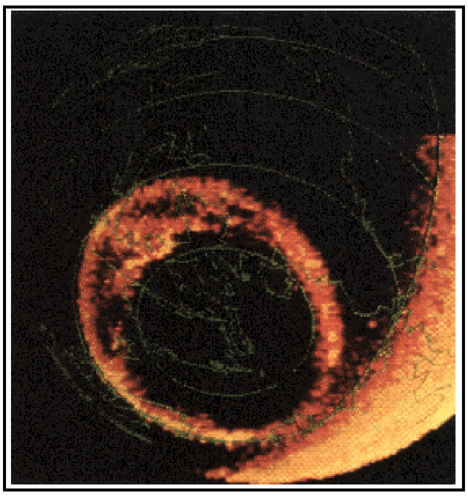


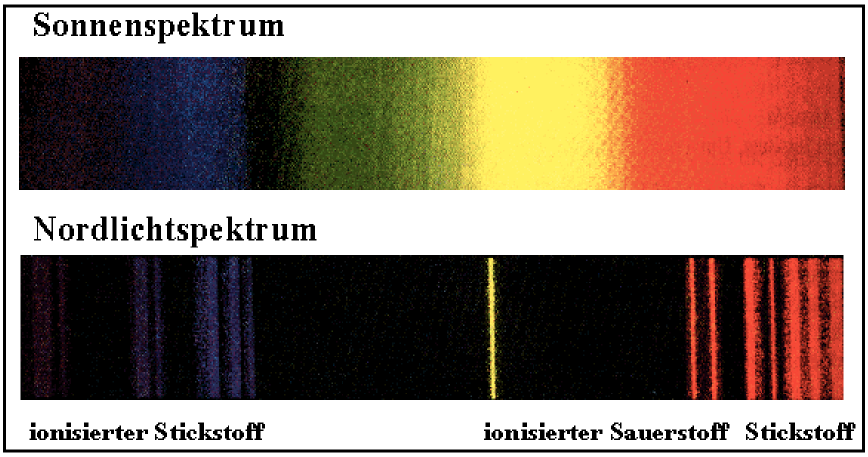
Erdradien auf die Stärke des Magnetfeldes der Sonne ab; auf der sonnenabgewandten Seite reicht es bis auf ca. 1000 Erdradien hinaus.



Die geladenen Teilchen des Sonnenwindes werden vom Magnetfeld der Erde abgelenkt, aber nicht eingefangen. Wenn sie in die Erdatmosphäre eindringen ionisieren sie die Luftmoleküle und regen sie zum leuchten an. Das kann als Nordlicht beobachtet werden. Die Leuchterscheinungen finden in der Ionosphäre, in Höhen von mehreren hundert Kilometern statt, da die Teilchen nicht bis in niedrigere Bereiche der Atmosphäre gelangen.

Diese Satellitenaufnahme zeigt, dass Nordlichter vor allem in der Nähe der magnetischen Pole stattfinden, wo die Magnetfeldlinien des Erdmagnetfeldes in die Erdatmosphäre eindringen.

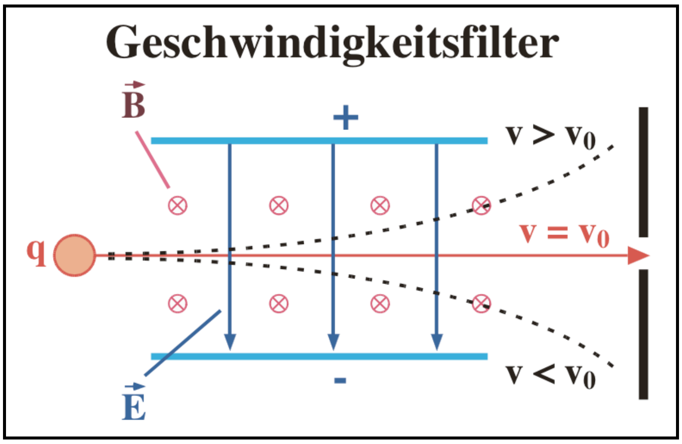




Wie das Licht zustande kommt lässt sich u. A. an seinem Spektrum ablesen: im Gegensatz zum Sonnenlicht, welches ein kontinuierliches Spektrum aufweist (d.h. sämtliche Wellenlängen sind vorhanden), besitzt das Nordlicht ein diskretes Linienspektrum. Die beobachteten Linien kommen dadurch zustande dass die hochenergetischen Teilchen beim Eintreten in die Erdatmosphäre durch Stöße Luftmoleküle ionisieren. Wenn diese aus ihren hoch angeregten Zuständen in niedriger angeregte zurückfallen senden sie Licht von wohl definierter Wellenlänge aus.

3.5.5 <u>Gekreuzte E- und B-Felder</u>

Die Lorentzkraft ist genau so wie die Coulomb-Wechselwirkung proportional zur Ladung. Die Lorentzkraft ist zusätzlich aber auch proportional zur Geschwindigkeit, d.h. sie verschwindet, wenn die Ladung ruht. Man kann diesen Unterschied dazu verwenden, ein Geschwindigkeitsfilter für geladene Teilchen zu konstruieren: Man verwendet dazu ein elektrisches und ein magnetisches Feld im rechten Winkel zueinander. Eine Ladung q, welche sich durch diese beiden Felder bewegt, erfährt die Kraft



$$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})\,.$$

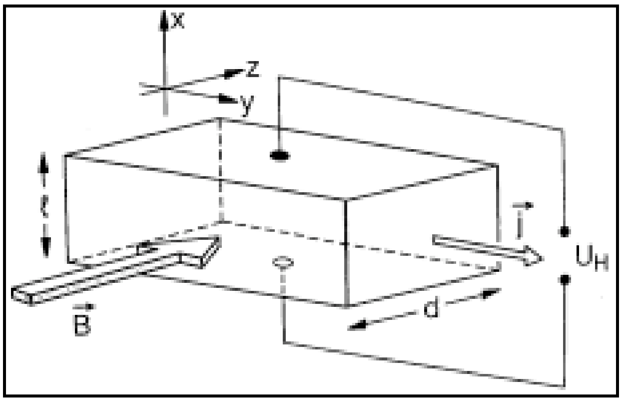
Diese verschwindet wenn

$$v = |E|/|B|\,.$$

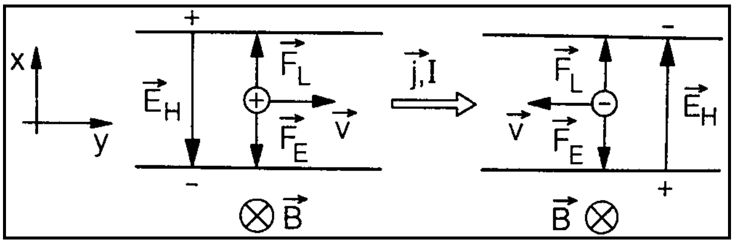
Teilchen, für die diese Bedingung erfüllt ist, treffen durch die Blende am Ende des Apparates, während langsamere oder schnellere Teilchen nach unten oder oben abgelenkt werden.

3.5.6 <u>Hall Effekt</u>

Während wir bisher nur die Bewegung geladener Teilchen im Vakuum diskutiert haben findet man die gleichen Prozesse auch in Materie. So kann die Kompensation von gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern in Halbleitern beobachtet werden. Er wird dort als Hall-Effekt bezeichnet.



Fließt ein Strom in einem dünnen Plättchen der Dicke ℓ, und ist ein Magnetfeld senkrecht dazu angelegt, so erfahren die Ladungsträger eine Lorentzkraft, welche sie in dieser Figur nach oben oder unten ablenkt. Die Lorentzkraft wird dann kompensiert wenn sich durch die abgelenkten Ladungsträger ein elektrisches Feld senkrecht zur Flussrichtung aufgebaut hat.



Handelt es sich bei den Ladungsträgern um Elektronen, so kompensiert das Feld die Lorentzkraft wenn

$$e\, E_x = e\, U_x/\ell = -\, e\, v_y\, B_z$$

Diese resultierende Spannung

$$U_x = -\, \ell\, v_y\, B_z$$

wird als Hall-Spannung bezeichnet.

Die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger kann über die Stromdichte und Ladungsträgerdichte bestimmt werden:

$$j = I / (\ell\, d) = n\, q\, v_y.$$

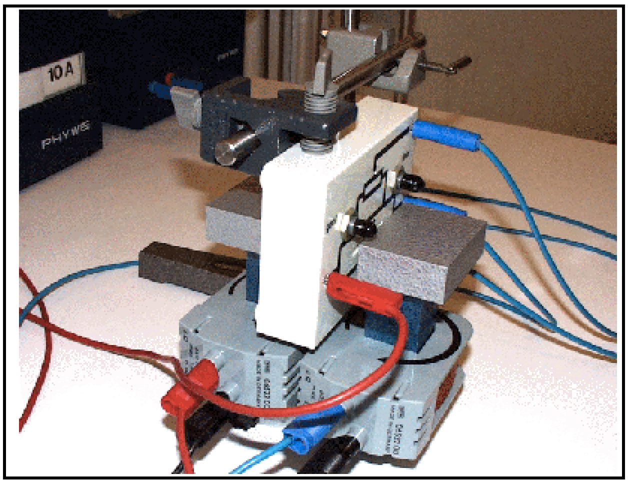
Hier stellt n die Dichte der Ladungsträger dar. Damit erhalten wir für die Hall Spannung

$$U_H = U_x = -\, \ell\, j\, B_z / (n\, q) = -\, I\, B_z / (n\, q\, d).$$

Die Messung der Hall Spannung kann deshalb zur Messung der magnetischen Flussdichte B_z (bei bekannter Ladungsträgerdichte) oder zur Messung der Ladungsträgerdichte (bei bekannter Flussdichte) verwendet werden.

Die Hall Spannung ist indirekt proportional zur Dichte der Ladungsträger. Der Grund ist, dass bei geringerer Ladungsträgerdichte die Geschwindigkeit der Ladungsträger bei gegebenem Strom größer ist und somit die Lorentzkraft stärker wirkt. Deshalb macht sich der Halleffekt bei Halbleitern, wo die Ladungsträgerdichte gering ist, stärker bemerkbar als bei Metallen mit hoher Ladungsträgerdichte.

Exp. 53 Halleffekt



Im Experiment wird ein Wismut Plättchen mit einer Breite von d = 2 mm verwendet. Die Ladungsträgerdichte n e von Wismut beträgt $2 \cdot 10^{6}$ C m^{-3}. Bei einem Strom von 4 A und einem Feld von B = 35 mT erhält man eine Hall Spannung von

$$U_H = \frac{4\,\mathrm{A}\; 35 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}}{2 \cdot 10^{6}\,\mathrm{C m}^{-3}\; 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 35\ \mu\mathrm{V}\ .$$

Wismut ist für Hall-Experimente wegen der geringen Ladungsträgerdichte besonders geeignet. Für Kupfer findet man im Experiment eine Hallkonstante (Materialkonstante)

$$K_H = 1/ne = -0.55 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{C}\ .$$

Das Vorzeichen besagt dass die Ladungsträger negativ (d.h. Elektronen) sind.

Mit –e = $-1.6 \cdot 10^{-19}$ C findet man für die Dichte der Ladungsträger

$$n = \frac{1}{K_H e} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\; 0.55 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{C}} = 11.3 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}\ .$$

Diesen Wert kann man vergleichen mit der Dichte der Atome in Kupfer:

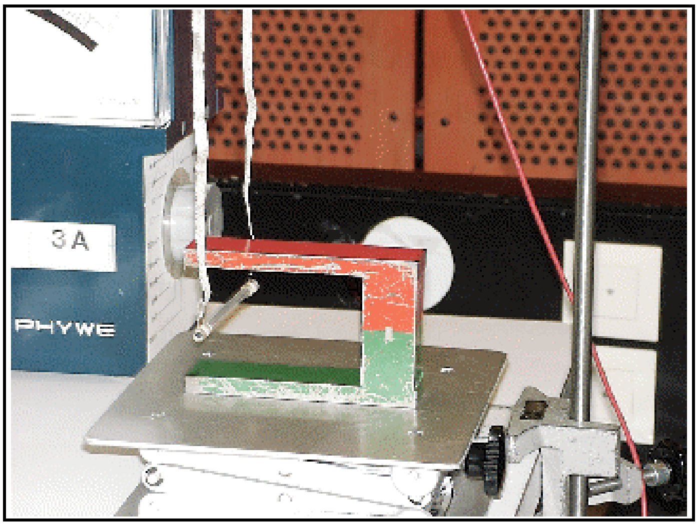
$$n_{Cu} = \frac{N_A\,\rho}{M} = \frac{6.02 \cdot 10^{23}\; 8.91 \cdot 10^{6}}{63.55}\,\mathrm{m}^{-3} = 8.46 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}\ .$$

Offenbar tragen pro Cu-Atom 1.5 Elektronen zur elektrischen Leitung bei. Man kann dies verallgemeinern: In metallischen Leitern ist das Verhältnis der Leitungselektronen zu Atomen von der Größenordnung eins.

Aus dem Vorzeichen der Hall Konstanten kann man auch die Art der Ladungsträger bestimmen. In den meisten Metallen sind die Ladungsträger negativ geladen, d.h. es handelt sich um Elektronen.

3.5.7 Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld

Befinden sich die bewegten Ladungen in einem Leiter, so wirkt eine entsprechende Kraft auf den Leiter. Die Summe der Lorentzkräfte auf alle N = n V bewegliche Elektronen im Volumen V beträgt



Exp. 35a / 37: Leiterschaukel im Magnetfeld

$$\vec{F}_L = V\, n\, e\, (\vec{v} \times \vec{B}) = V\, (\vec{j} \times \vec{B})\ .$$

Hier wurde die Stromdichte

$$j = I/A = n\, e\, v$$

verwendet, wobei angenommen wurde, dass sie über das betrachtete Volumen konstant sei. Dies ist für infinitesimale Volumenelemente erfüllt; es ist deshalb sinnvoll, die Kraft auf das entsprechende Volumenelement zu beziehen:

$$\vec{F}_L/\Delta V = (\vec{j} \times \vec{B})\ .$$

Offenbar ergibt das Vektorprodukt von Stromdichte und Flussdichte die Kraftdichte. Diese Gleichung enthält keine Proportionalitätskonstante; dies ist kein Zufall: Die Flussdichte B wurde so definiert, dass in dieser Gleichung die Proportionalitätskonstante = 1 wird.

Genau wie die Ladungen wird der stromdurchflossene Leiter senkrecht aus dem Magnetfeld hinaus gedrückt. Die Kraft beträgt für ein infinitesimales Leiterstück $d\vec{\ell}$

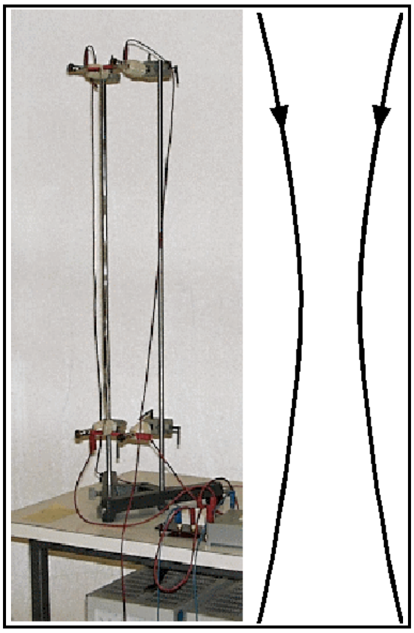
$$d\vec{F} = I\, (d\vec{\ell} \times \vec{B})\ .$$

Man verifiziert im qualitativen Vorlesungsexperiment dass sowohl eine Umkehrung der Stromrichtung wie auch eine Umkehrung der Richtung des Magnetfeldes eine Umkehr der Kraftwirkung ergeben.

Den gleichen Effekt kann man auch über das Magnetfeld erklären: Der stromduchflossene Leiter erzeugt ein kreisförmiges Magnetfeld, welches dem äußeren Magnetfeld überlagert wird. Das gesamte Magnetfeld ist auf einer Seite des Leiters schwächer als auf der anderen Seite. Da Magnetfeldlinien sich gegenseitig abstoßen resultiert dies in einer Kraft auf den Leiter, welche so wirkt, dass die Feldstärke ausgeglichen wird.

3.5.8 Parallele stromduchflossene Leiter

Exp. 38: Kraft auf parallele stromdurchflossene Leiter



Analog wirkt eine Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern. Man kann dies verstehen indem man die Kraft, die auf den Leiter 2 wirkt, beschreibt als Resultat des Stromflusses im Magnetfeld des Leiters 1 (und umgekehrt): Der eine Leiter erzeugt ein Magnetfeld

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r} \quad \Rightarrow \quad B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r} .$$

Der stromdurchflossene zweite Leiter erfährt damit eine Kraft

$$\vec{F}_2 = I_2\, \vec{\ell} \times \vec{B}_1 .$$

Die Richtung der Kraft ist offenbar senkrecht zum Leiter und senkrecht zum Feld. Das Feld ist wiederum senkrecht zur Ebene in der sich die beiden Leiter befinden. Damit wirkt die Kraft in der Ebene der Leiter. Der Betrag ist

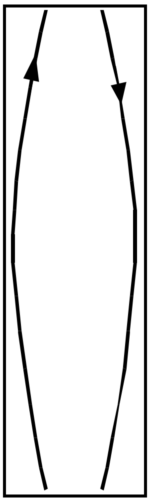
$$|\vec{F}_2| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{l}{r}\; I_1 I_2 .$$

Numerisch erhalten wir mit $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Vs/Am für $I_1 = I_2 = 1$ A, $\ell = r = 1$ m, $|F| = 2\cdot 10^{-7}$ N.

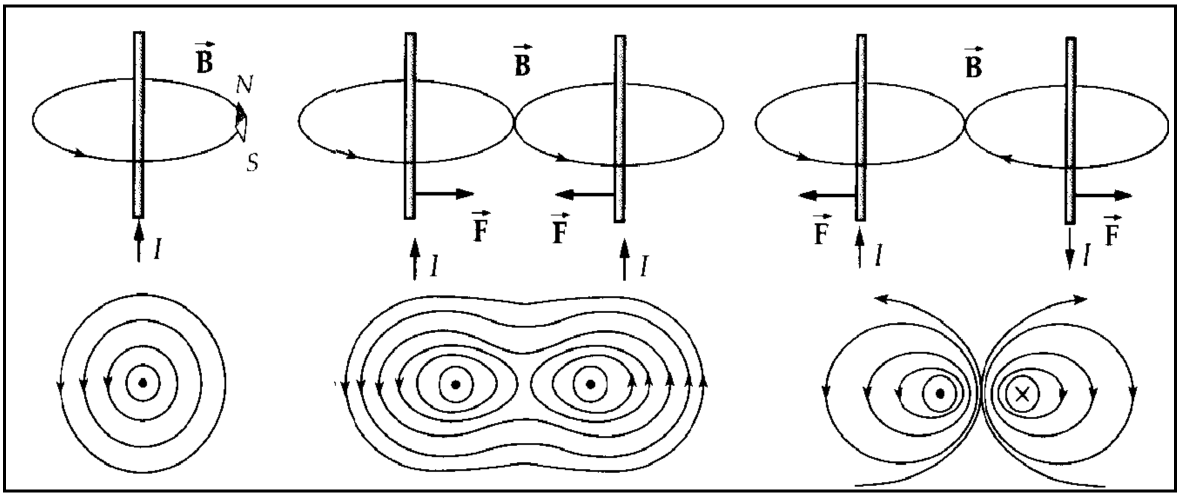
Dieser Effekt dient zur Definition der Stromstärke, der einzigen elektromagnetischen Grundeinheit im SI-System: bei einem Strom von 1 A üben zwei parallele Drähte eine Kraft von $2\cdot 10^{-7}$ N pro Meter Länge aufeinander aus. Für praktische Realisierungen werden allerdings etwas andere Geometrien verwendet.

1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stroms, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft

$2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorruft.

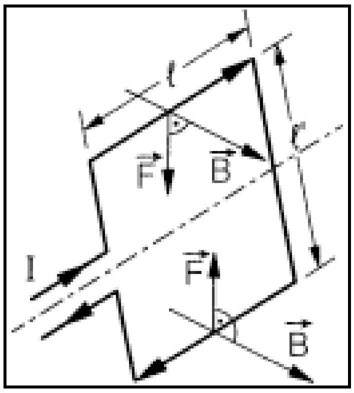


Genau so groß ist natürlich die Kraft, welche Leiter 2 auf Leiter 1 ausübt. Die Richtung der Kraft ist anziehend, sofern die beiden Ströme parallel fließen, abstoßend wenn sie in entgegengesetzte Richtungen fließen.



Man kann den Effekt auch auf eine etwas symmetrischere Weise herleiten, indem man die Überlagerung der Feldlinien betrachtet. Fließen die beiden Ströme parallel so kommt es zwischen den beiden Leitern zu einer Reduktion der Feldstärke und damit zu einer anziehenden Kraft. Fließen die beiden Ströme in entgegengesetzter Richtung, so verstärken sich die Felder zwischen den Leitern und die Abstoßung der Feldlinien führt zu einer Abstoßung der Leiter.

3.5.9 Drehmoment auf Leiterschleife

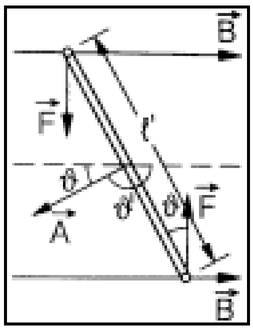


Wir verwenden diese Resultate um das Drehmoment zu berechnen, welches auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld wirkt. Wir brauchen hier nur die beiden parallelen Teilstücke der Länge ℓ zu betrachten. Sie liegen senkrecht zu den Magnetfeldlinien, so dass der Betrag der Kraft durch

$$F = I\,\ell\,B$$

gegeben ist.

Zusammen bilden sie ein Kräftepaar und erzeugen ein Drehmoment



$$M = F\,\ell' \sin\vartheta = I\,\ell\,\ell'\,B \sin\vartheta = I\,A\,B \sin\vartheta\,,$$

also proportional zum Produkt aus Strom, stromumflossener Fläche und Flussdichte. Das Drehmoment wird maximal wenn die Flächennormale zur Schleife senkrecht zu den Feldlinien liegt.

Man kann dieses Resultat auch sehr kompakt schreiben als

$$\vec{M} = I\,\vec{A} \times \vec{B},$$

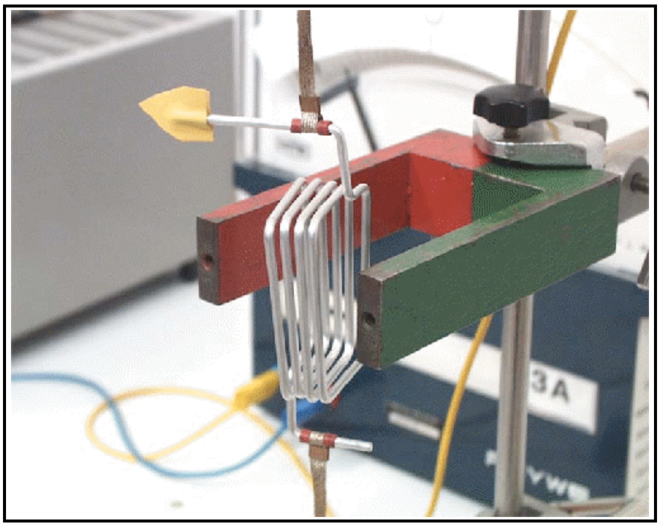
wobei $\vec{A}$ wie üblich senkrecht auf der Fläche A steht und sein Betrag gleich der Fläche ist. Dieses Resultat gilt allgemein, nicht nur für rechteckige Stromschleifen. In Analogie zum entsprechenden Resultat der Elektrostatik kann man ein magnetisches Dipolmoment $\vec{\mu}$ definieren

$$\vec{\mu} = I\,\vec{A}$$

und erhält

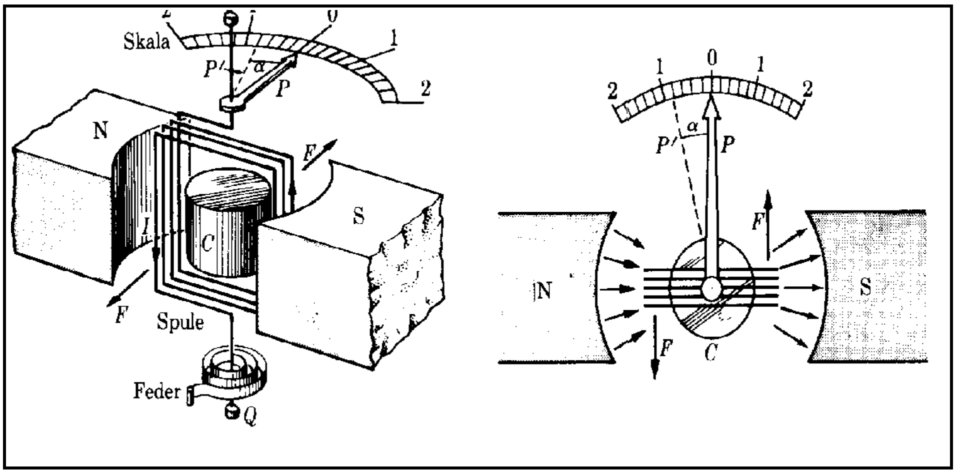
$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}.$$

Exp. 36: Spule im B-Feld

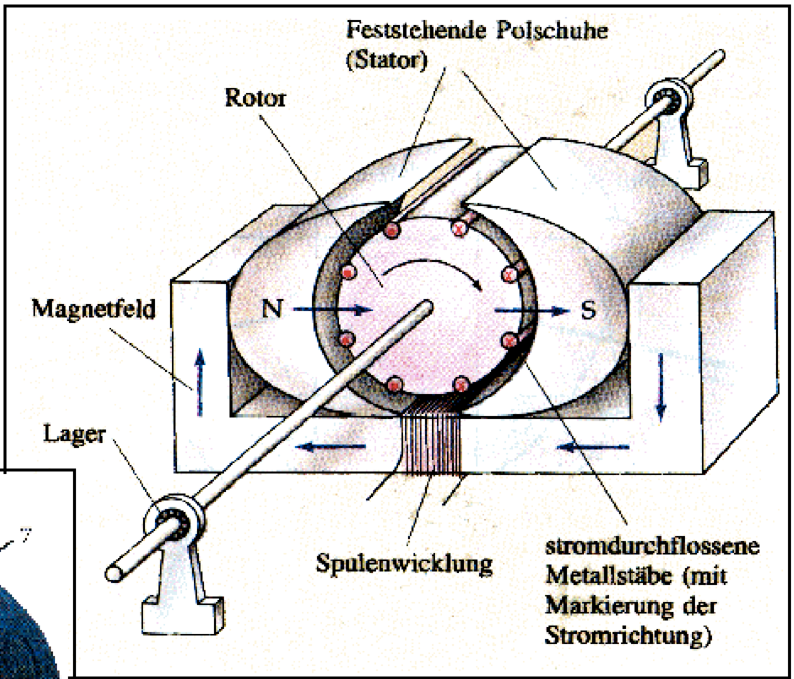


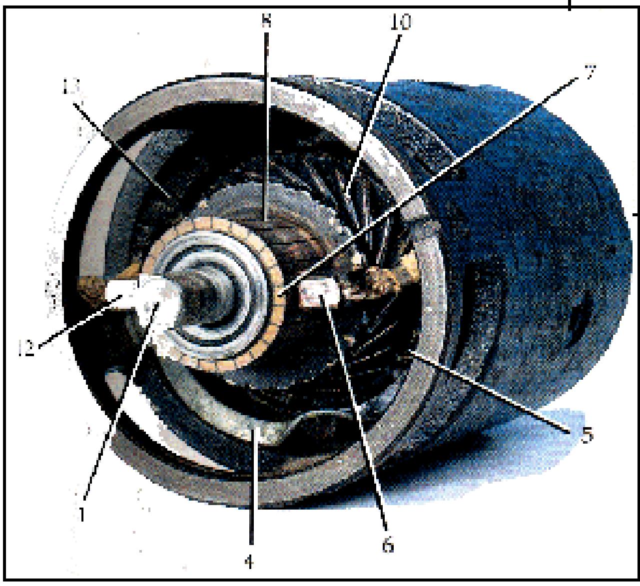
Man kann diesen Effekt leicht verifizieren indem man eine stromdurchflossene Spule in das Magnetfeld eines Permanentmagneten bringt.

Dieses Prinzip kann z.B. für die Messung eines Stroms verwendet werden: man lässt ihn durch eine Leiterschleife fließen, welche sich in einem Magnetfeld befindet. Die beiden Teilstücke, welche senkrecht zu den Feldlinien laufen, erzeugen ein Drehmoment, welches über einen Zeiger nachgewiesen wird.



Nach dem gleichen Prinzip sind auch Elektromotoren konstruiert. Hier verwendet man einen statischen Magneten (Stator) und stromdurchflossene Leiter, welche einen magnetischen Dipol erzeugen, der sich im Magnetfeld des Stators ausrichtet. Indem man diesen Dipol in eine andere Richtung dreht erreicht man eine Drehung des Rotators.

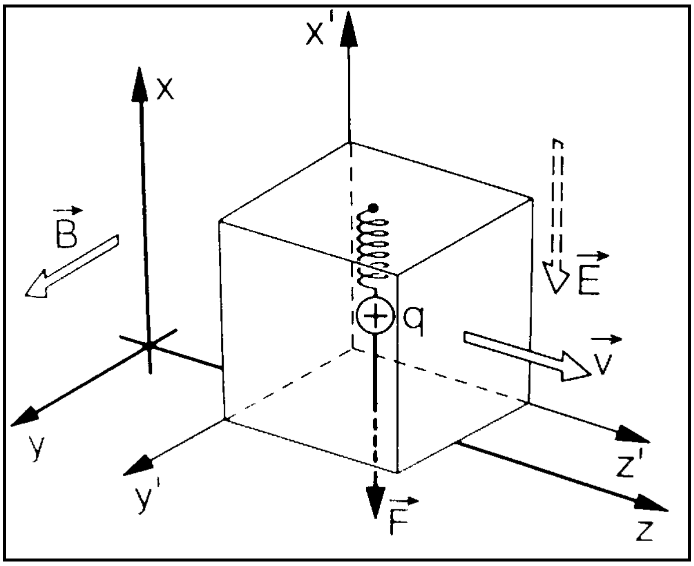




Dazu müssen die Ströme im richtigen Moment auf andere Leitersätze übertragen werden. Dies leisten die sogenannten Bürsten oder Schleifkontakte.

3.5.10 Elektromagnetische Bezugssysteme

Die elektrischen und magnetischen Felder sind eng miteinander verknüpft; bei einem Wechsel des Bezugsystems gehen die einen (teilweise) in die andern über.



Wir betrachten eine Box, in der eine Ladung an einem Kraftmesser aufgehängt ist. Wird diese Box durch ein horizontales (IIy) Magnetfeld bewegt wirkt eine Lorentzkraft

$$\vec{F}_1 = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$$

nach unten.

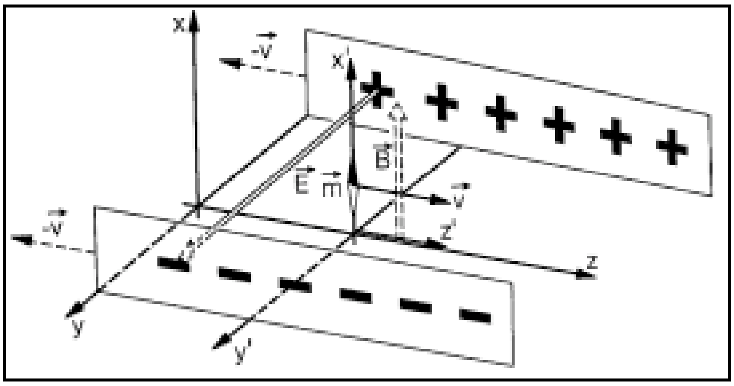
Für einen Beobachter, der sich mit der Box mitbewegt wird v = 0 und die Lorentzkraft verschwindet. Er sieht aber trotzdem die Auslenkung. Offenbar existiert in seinem Bezugsystem ein elektrisches Feld, welches eine Kraft

$$\vec{F}_2 = q \cdot \vec{E}$$

bewirkt. Offenbar entsteht durch den Übergang ins bewegte Bezugsystem ein zusätzliches Feld

$$\vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B} .$$

Ein analoges Gedankenexperiment kann man für magnetische Wechselwirkungen durchführen. Eine Magnetnadel bewegt sich zwischen zwei geladenen Platten. Ein Beobachter, der sich mit der Nadel mitbewegt, sieht auf beiden Seiten eine Flächenstromdichte, welche ein Magnetfeld erzeugt. Die Stärke dieses Magnetfeldes beträgt (ohne Herleitung)



$$B' = - \varepsilon_0 \mu_0 (\vec{v} \times \vec{E}) ,$$

wobei $\vec{E}$ das Feld ist, welches im Ruhesystem durch die Ladungsverteilung erzeugt wird.

Beide Felder – das elektrische wie das magnetische – sind jeweils senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zum ursprünglichen Feld orientiert. Die Feldkomponenten entlang der Bewegungsrichtung werden jeweils nicht betroffen.

Die hier diskutierten Beziehungen müssen modifiziert werden wenn die Geschwindigkeit sich der Lichtgeschwindigkeit c nähert.

Sie lauten dann für eine Bewegung in x-Richtung mit Geschwindigkeit $v_x = \beta c$:

$$E_x' = E_x \qquad H_x' = H_x$$

$$E_y' = \gamma(E_y - v_x B_z) \qquad H_y' = \gamma(H_y + v_x D_z)$$

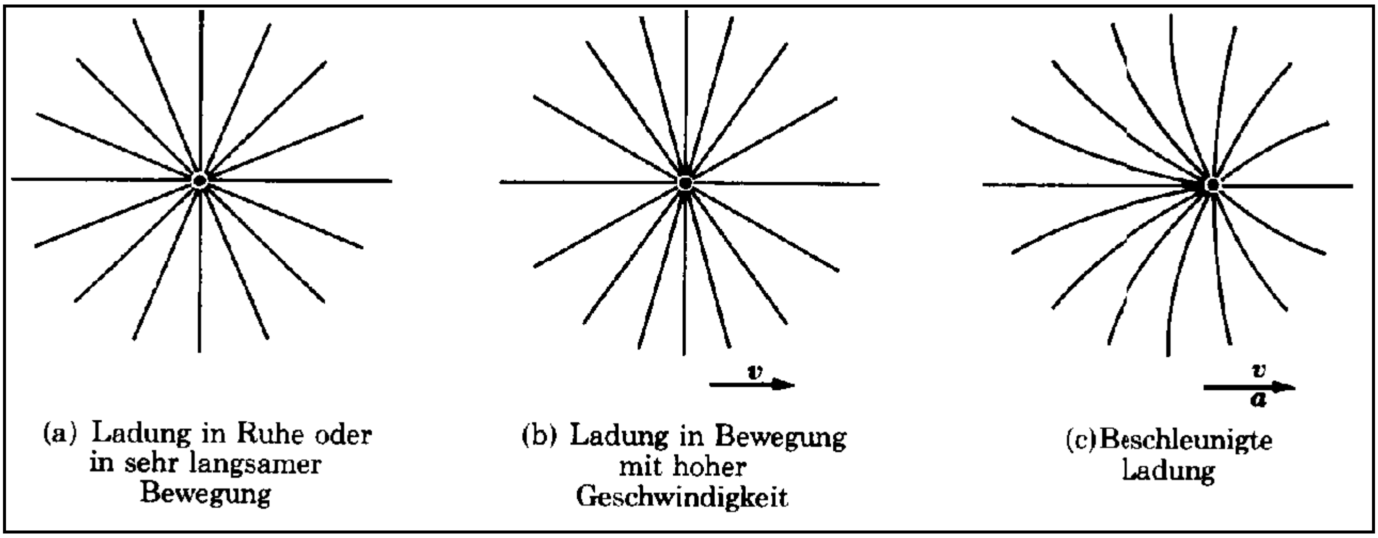
$$E_z' = \gamma(E_z + v_x B_y) \qquad H_z' = \gamma(H_z - v_x D_y) .$$

Die Größe

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ist ~ 1 so lange die Geschwindigkeit klein ist im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit. Wie in der Relativitätstheorie gezeigt wird kann die Geschwindigkeit nicht größer als c werden. Wenn $v \to c$ wird γ sehr groß.

Diese Transformation der Feldgleichungen kann auch verwendet werden um z.B. das Biot-Savart'sche Gesetz aus dem Coulomb-Gesetz herzuleiten.



Die Feldlinien sehen dementsprechend anders aus: für sehr schnelle Teilchen sind die Feldlinien in einer Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung konzentriert.

Dies ist auch der Grund dafür dass die Strahlung bei relativistischen Teilchen größtenteils in Vorwärtsrichtung abgestrahlt wird. Das wichtigste Beispiel dafür sind Elektronen in einem Speicherring (wie z.B. DELTA).