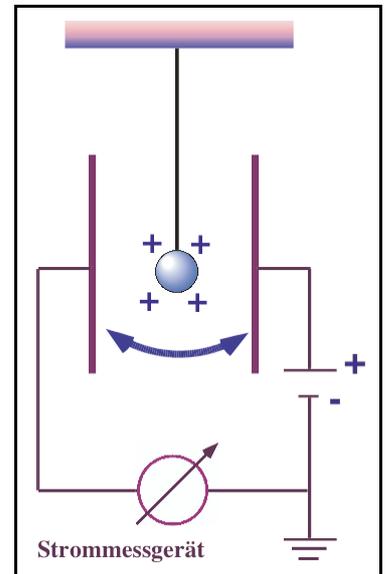


3.3 Stationäre Ströme

3.3.1 Ladungstransport

Bisher haben wir nur stationäre Ladungen diskutiert. In einem elektrischen Feld wirkt immer eine Kraft auf elektrische Ladungen. Sind diese beweglich wird deshalb Ladung transportiert. Man spricht in diesem Fall von einem elektrischen Strom.

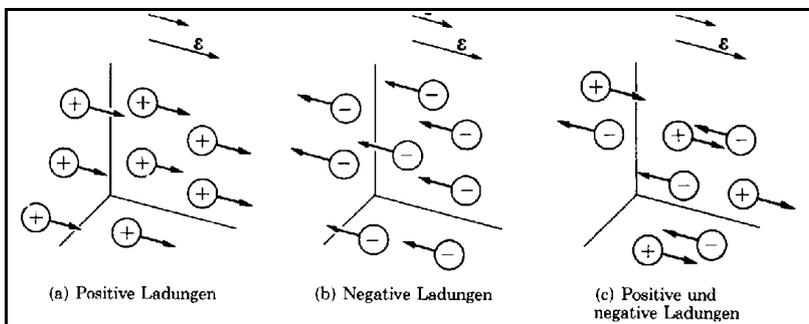
Exp 10: Ladungstransport Wie Ladungen in einem Feld transportiert werden kann man mit mechanischen Hilfsmitteln demonstrieren. In diesem Experiment wird die Ladung von einer Kondensatorplatte auf einen Ping-Pong Ball übertragen. Nachdem dieser geladen ist wird er im Feld zwischen den Platten beschleunigt bis er auf die andere Kondensatorplatte trifft, wo er die Ladung an die Platte abgibt. Er nimmt dort die entgegengesetzte Ladung auf und wird in die umgekehrte Richtung beschleunigt. Je höher die Spannung eingestellt wird, desto schneller wird der Ladungstransport. Man misst mit Hilfe eines Strommessgerätes, dass ein Strom durch den Kondensator fließt.



Wie in diesem Experiment führt eine Spannung allgemein dazu, dass elektrische Ladungen, sofern sie frei beweglich sind, in einem Feld transportiert werden. Die transportierte Ladung pro Zeiteinheit wird als Strom bezeichnet,

$$I = dQ/dt \quad [I] = C/s = A = \text{Ampère}$$

Die Einheit erinnert an André Marie Ampère (1775-1836). Die Stromstärke ist eine der SI-Basisgrößen; vom Standpunkt der Physik ist jedoch eher die Ladung die Grundgröße, während die Stromstärke davon abgeleitet ist. Die Stromrichtung ist definiert als die Richtung, welche dem Transport positiver Ladung entspricht.



Die wirklichen transportierten Ladungen sind natürlich sehr viel kleiner als der Tischtennisball im Demonstrationsexperiment. Wie beim Demonstrationsexperiment

können aber sowohl positive wie auch negative Ladungen transportiert werden. Positive Ladungen bewegen sich in Feldrichtung, negative Ladungen in entgegengesetzter Richtung. Der Stromfluss ist jedoch in beiden Fällen in Feldrichtung.

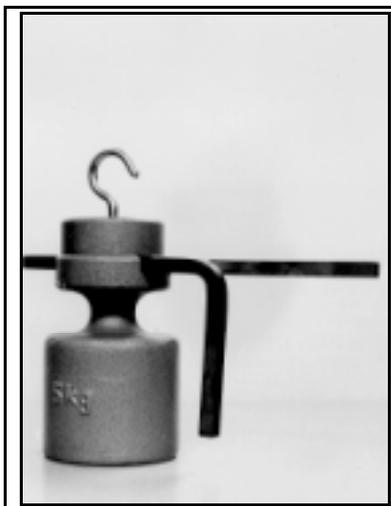
Ladungen können praktisch durch jedes Medium transportiert werden, wobei je nach Material unterschiedliche Träger für die Ladung zur Verfügung stehen. Auch im Vakuum kann Strom fließen. Dies wird z.B. in älteren Verstärkern, Röntgenröhren oder Fernsehern verwendet. Im Vakuum stehen zunächst keine Ladungsträger zur Verfügung. Es können aber Elektronen ins Vakuum emittiert werden und als Ladungsträger dienen wenn z.B. eine Glühkathode verwendet wird oder mit Hilfe von Photoemission. Bei genügend hohen Feldstärken findet auch Feldemission statt; dazu verwendet man feine Spitzen: je kleiner der Radius desto größer die Feldstärke.

3.3.2 Phänomenologie

Strom ist, wie Ladung, immer mit Materie verbunden. Er macht sich auf unterschiedliche Arten bemerkbar:

- er erzeugt Wärme; dieser Effekt kann als Reibungseffekt verstanden werden. Er verschwindet nur in Supraleitern, welche den Strom verlustfrei leiten können. Exp. 20a: Joule'sche Wärme
- er erzeugt ein Magnetfeld; dadurch entstehen Kraftwirkungen auf andere magnetische Materialien und bewegte Ladungen.
- in speziellen Fällen können Ströme chemische Reaktionen bewirken. Man spricht dann von Elektrolyse.

Als Stromquellen werden meist Generatoren verwendet. Weitere Möglichkeiten sind Batterien, thermische Spannungsquellen (Peltier-Elemente), oder optische Stromquellen (Photodioden, Solarzellen).

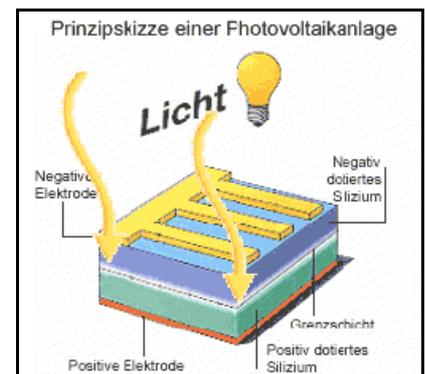


Strom kann auch aus Wärme erzeugt werden. Die so genannten Thermoelemente verwenden Kontakte zwischen unterschiedlichen Metallen. Wenn man an diese Kontakte eine Temperaturdifferenz anlegt fließt ein Strom. In diesem Experiment wird ein Kontakt zwischen Kupfer und Konstantan verwendet; der eine Kontakt wird mit Eiswasser gekühlt, der andere mit einem Bunsenbrenner beheizt. Wird die Temperaturdifferenz genügend hoch so fließt ein hoher Strom durch die Kupferschleife. Dabei kann man auch gleich den zweiten oben genannten Punkt verifizieren: Der Strom erzeugt ein Magnetfeld; dieses wird hier so stark, dass man damit ein 5 kg schweres Gewicht heben kann. Exp. 81: Thermo-Elektromagnet

Weitere Möglichkeiten zur Erzeugung von Strom umfassen Solarzellen (=Photodioden), bei denen Licht absorbiert wird und dabei Elektronen-Loch Paare (=fehlende Elektronen, "positive" Elektronen). Diese werden von metallischen Kontakten gesammelt und über den Verbraucher zurückgeführt.

3.3.3 Definitionen

Neben dem Strom benötigen wir die elektrische Spannung.

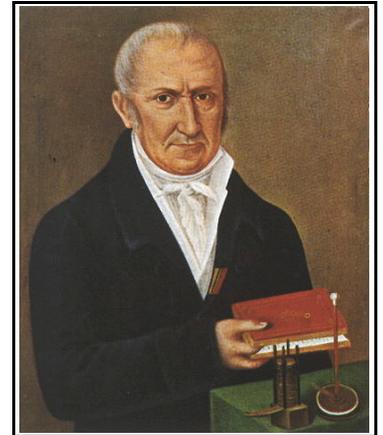


Sie ist definiert über die Arbeit, die für die Trennung von Ladungen verrichtet werden muss:

$$U = W/Q \quad [U] = V = \text{Volt} = J/C .$$

Die Einheit Volt erinnert an Alessandro Volta (1745-1827). Somit wird beim Transport von 1 Coulomb über eine Spannungsdifferenz von 1 V eine Energie von 1 Joule benötigt / frei.

Der elektrische Widerstand R ist ein Maß für die Hinderung des Ladungstransportes



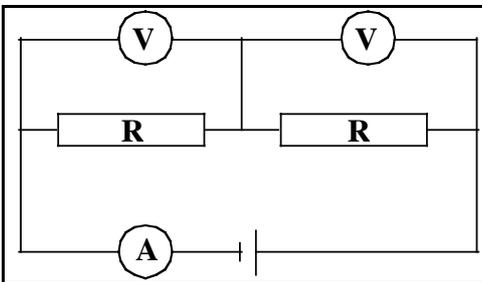
$$R = V / I$$

$$[R] = V/A = \square = \text{Ohm} ,$$

d.h. der Widerstand eines Leiters beträgt ein Ohm wenn bei einem Stromfluss von 1 Ampère eine Spannung von 1 V anliegt. Die Einheit Ohm erinnert an Georg Simon Ohm (1789-1854).

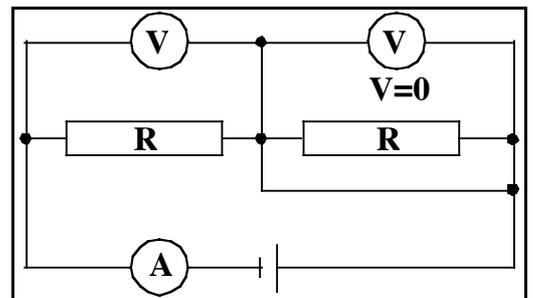
Der Kehrwert des Widerstandes ist der

$$\text{Leitwert } G = 1/R \quad [G] = S = \text{Siemens} = 1/\square .$$



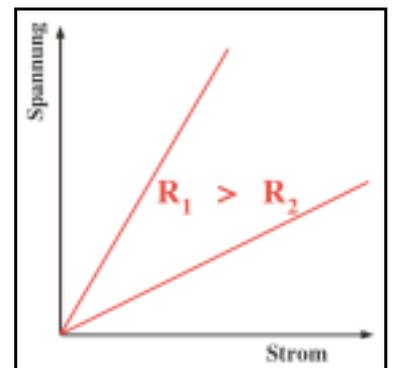
Wir legen an zwei Widerstände Exp. 72c: Ohm'sches Gesetz eine Spannung an und messen den Strom, welcher durch die beiden fließt.

Überbrückt man den zweiten Widerstand so stellt man fest, dass jetzt die ganze Spannung über dem ersten Widerstand abfällt; sie ist um den Faktor 2 gestiegen. Der Strom, welcher vom Messgerät angezeigt wird, hat sich ebenfalls verdoppelt. Man verifiziert weiterhin, dass der Strom proportional zur Spannung steigt wenn wir diese erhöhen.



ber dem ersten Widerstand abfällt; sie ist um den Faktor 2 gestiegen. Der Strom, welcher vom Messgerät angezeigt wird, hat sich ebenfalls verdoppelt. Man verifiziert weiterhin, dass der Strom proportional zur Spannung steigt wenn wir diese erhöhen.

Die lineare Beziehung zwischen Spannung und Widerstand wird als Ohm'sches Gesetz bezeichnet. Es handelt sich aber nicht um ein Naturgesetz, sondern um die Beschreibung eines Verhaltens das man häufig aber nicht immer findet.



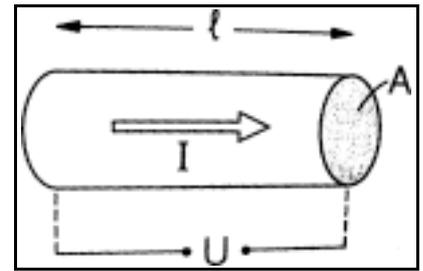
3.3.4 Spezifischer Widerstand in Ohm'schen Leitern

Der Widerstand R eines Materialelementes ist proportional zur Länge des Elementes und indirekt proportional zu seinem Querschnitt

$$R = \rho \ell / A .$$

Man definiert deshalb den spezifischen Widerstand ρ eines Materials. Die Einheit des spezifischen Widerstandes ist

$$[\rho] = \Omega \cdot \text{m} .$$

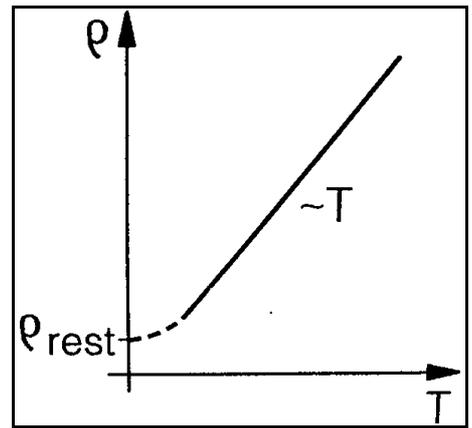


Dieser kann in weiten Bereichen variieren; man unterscheidet Materialklassen nach ihrem spezifischen Widerstand:

Klasse	Material	$\rho / (\Omega \cdot \text{m})$
Isolatoren	Bernstein	10^{18}
	Quarzglas	$5 \cdot 10^{16}$
	Glimmer	$5 \cdot 10^{16}$
	Glas	$5 \cdot 10^{11}$
	Holz	$10^8 \dots 10^{14}$
Halbleiter	Germanium	0.46
	Tellur	$4.36 \cdot 10^{-3}$
	Silizium (rein)	640
Leiter	Kupfer	$1.67 \cdot 10^{-8}$
	Silber	$1.59 \cdot 10^{-8}$
	Quecksilber	$96 \cdot 10^{-8}$
	Aluminium	$2.65 \cdot 10^{-8}$
	Eisen	$9.77 \cdot 10^{-8}$
	Nickel	$6.84 \cdot 10^{-8}$

Ganz besitzen gute Isolatoren spezifische Widerstände $> 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$, Halbleiter können in weiten Bereichen um $1 \Omega \cdot \text{m}$ variieren, während gute Leiter bei $\sim 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ liegen. Die Ursachen für diese enorme Variationsbreite liegen in der quantenmechanischen Struktur der Materie.

Der Widerstand variiert mit der Temperatur. Für Metalle findet man meist ein lineares Ansteigen mit der Temperatur, während er bei niedrigen Temperaturen näherungsweise konstant bleibt.



Exp. 75a) Temperaturabhängigkeit von Widerständen Wir vergleichen z.B. experimentell den Widerstand bei Raumtemperatur und bei der Temperatur von flüssigem Stickstoff.

Dieser Befund kann in der Festkörperphysik interpretiert werden. Ganz grob kann man ihn so erklären, dass ideale metallische Festkörper bei tiefen Temperaturen keinen Widerstand für die elektrische Leitung bieten. Bei endlichen Temperaturen finden Schwingungen der Ionen um ihre Gleichgewichtsposition statt, und diese Schwingungen behindern den Ladungstransport. Je höher die Temperatur, desto stärker die Schwingungen und desto schlechter die elektrische Leitung. Der endliche Widerstand bei tiefen Temperaturen kann auf Kristallfehler zurückgeführt werden.

Während bei den meisten Festkörpern Elektronen für den Ladungstransport verantwortlich sind können auch Ionen Ladung transportieren. Materialien, bei denen dies auftritt, werden als feste Elektrolyte bezeichnet. Ihre technologische Bedeutung steigt momentan da sie eine Grundlage für Brennstoffzellen und Batterien bilden. Die Leitfähigkeit für Ionen steigt mit der Temperatur stark an.

Exp. Paus S. 461 Bei hohen Temperaturen kann die Leitfähigkeit so groß werden, dass genügend Strom durch den Glasstab fließt, dass er von der dabei anfallenden Wärme schmilzt.

3.3.5 Driftgeschwindigkeit

Um den Strom als lokale Größe zu definieren verwendet man die Stromdichte

$$j = dI/dA ,$$

also den Strom dividiert durch die Fläche. Sie kann mikroskopisch als Produkt aus Ladungsdichte $n q$ und Geschwindigkeit v der Ladungsträger geschrieben werden:

$$j = n q v .$$

Wir verwenden diese Beziehung um die Driftgeschwindigkeit v der Ladungsträger zu berechnen, wobei wir annehmen, dass die Dichte der Ladungsträger von der Größenordnung der Dichte der Atome in einem Metall ist. Die Anzahl Atome berechnen wir z.B. für Kupfer. Die Atommasse ist 63.5 u , die Dichte $\rho = 8950 \text{ kg m}^{-3}$. Somit enthält 1 m^3 Kupfer $8.95 \cdot 10^3 / 63.5 = 141 \text{ Mol}$ Atome. Mit der Avogadrozahl $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ erhalten wir die Anzahl Atome pro m^3 :

$$n = 6 \cdot 10^{26} \cdot 8.95 \cdot 10^3 / 63.5 \text{ m}^{-3} = 0.85 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3} \sim 10^{29} \text{ Atome / m}^3 .$$

Für die Stromdichte nehmen wir $1 \text{ A/mm}^2 = 10^6 \text{ A/m}^2$ an, einen typischen Wert. Wir erhalten

$$v = j/(n q) = \frac{10^6}{10^{29} \cdot 1.6 \cdot 10^{19}} \frac{\text{A}}{\text{m}^2 \cdot \text{m}^3 \text{C}} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 60 \mu\text{m/s} .$$

Elektronen in einem Draht bewegen sich somit sehr langsam!

Interessant ist auch, dass die Geschwindigkeit direkt proportional zum Feld, also zur äußeren Kraft ist. Dies kontrastiert mit dem Bild eines freien Ladungsträgers, bei dem die Beschleunigung proportional zur Kraft ist. Ein solches Verhalten erhält man bei einer reibungsbehafteten Bewegung, d.h. für eine Bewegungsgleichung

$$m \, dv/dt = q E - \eta v .$$

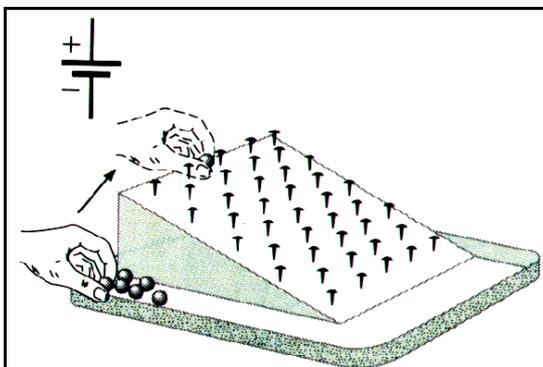
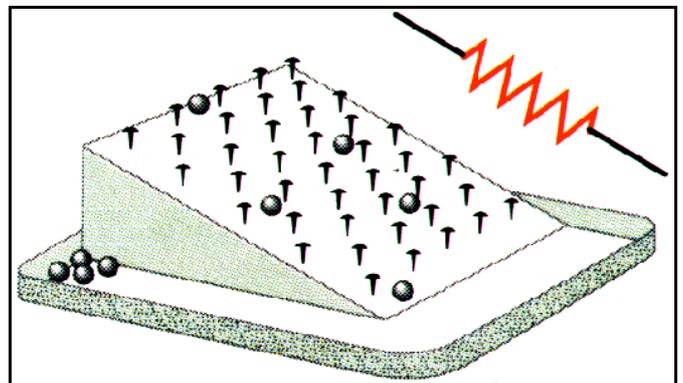
Ein stationärer Zustand wird dann erreicht wenn die resultierende Kraft auf der rechten Seite verschwindet, $q E = \eta v$. Die berechnete Driftgeschwindigkeit ist somit gegeben durch das Verhältnis

$$v_D = q E / \eta ,$$

d.h. sie wird bestimmt durch das Verhältnis von elektrischer Kraft zur inneren Reibung für die Ladungsträger.

3.3.6 Modelle für Leitfähigkeit

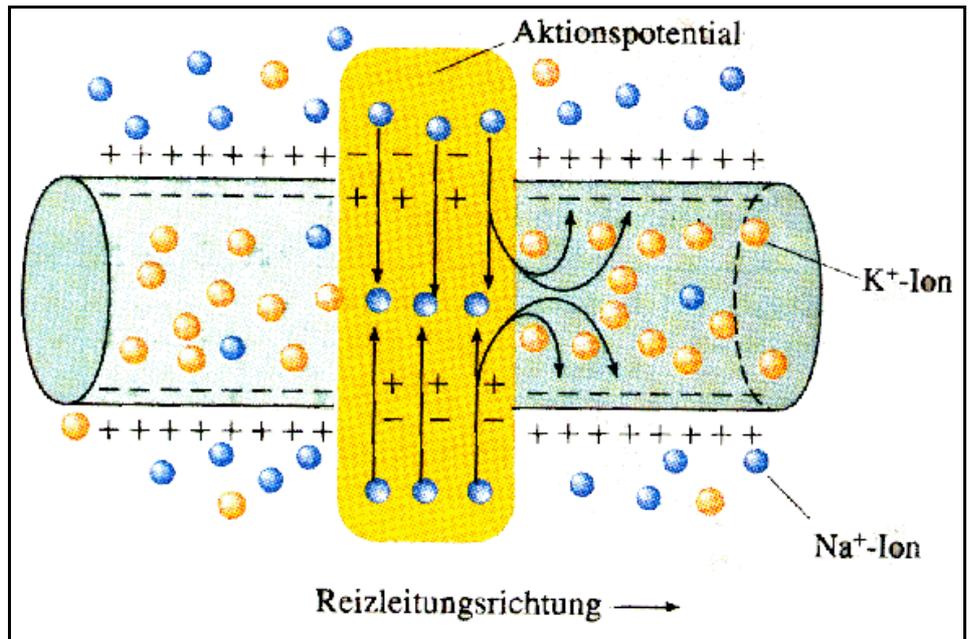
In einem mechanischen Modell kann man sich das so vorstellen, dass die Ladungsträger als Kugeln eine schiefe Ebene hinunterrollen. Normalerweise würden sie durch die Schwerkraft beschleunigt. Sind jedoch auf dieser schiefen Ebene Hindernisse vorhanden, so stoßen die Kugeln damit und werden so langsamer hinunterrollen.



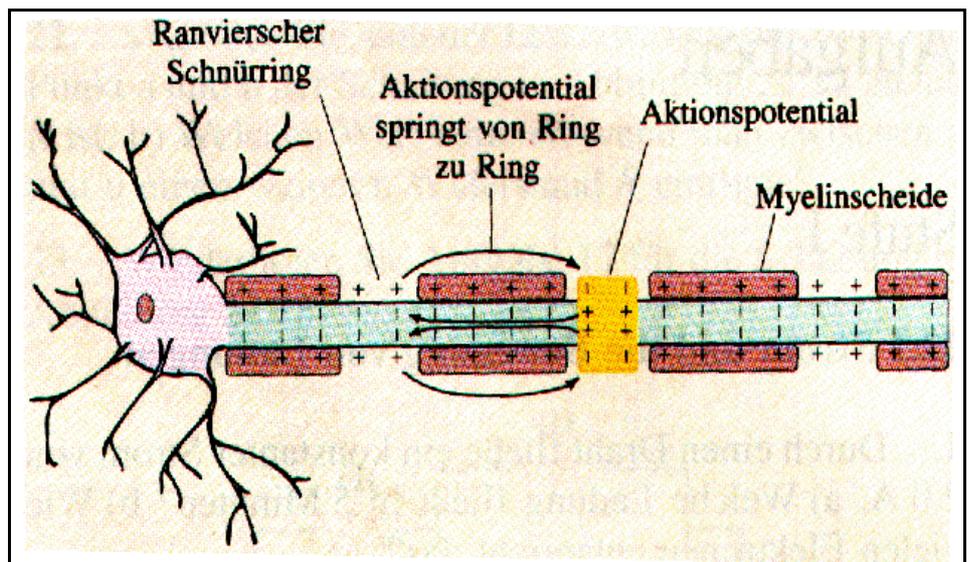
Die Energie, welche die Kugeln bei den Stößen an die Hindernisse abgeben, wird durch das Anheben in das System hineingegeben. Im elektrischen Leiter wird diese Energie durch die Spannung zugeführt und an die Ionen übergeben. Dies führt zu einer Aufheizung des Materials.

Elektrische Signale werden praktisch mit Lichtgeschwindigkeit übertragen: die Signal-Übertragungsgeschwindigkeit ist durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Spannung, also des elektrischen Feldes bestimmt, nicht durch die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger.

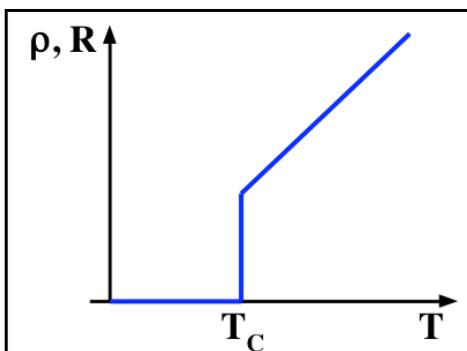
Eine ähnliche Situation findet man auch bei der Signalübertragung in Nerven: die Signale werden elektrisch übertragen. Allerdings findet der Ladungstransport senkrecht zur Reizleitungsrichtung statt, welche mit der Richtung der Nervenfasern zusammenfällt. Das Signal wird durch die Spannung definiert, welche zwischen dem Inneren der Zelle und ihrer Umgebung anliegt. Ladungsträger sind hier nicht Elektronen, sondern Natrium (Na^+) und Kalium (K^+) Ionen.



Die Nervenfasern sind von einer Hülle umgeben, welche eine abschirmende Wirkung hat. Die Signalübertragung findet so statt, dass das Aktionspotential von einem Ring (=“Ranvierscher Schnürring“) zwischen zwei Myelinscheiden zum nächsten springt.

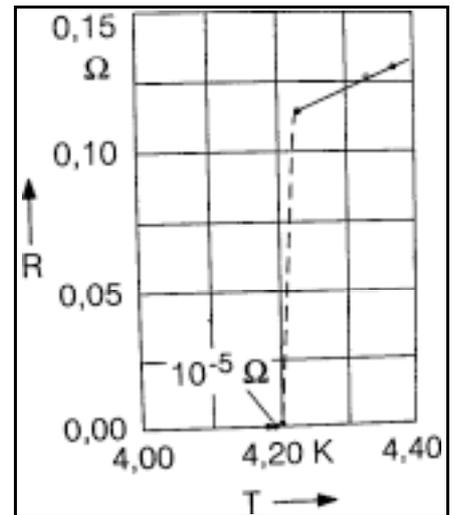


3.3.7 Supraleiter

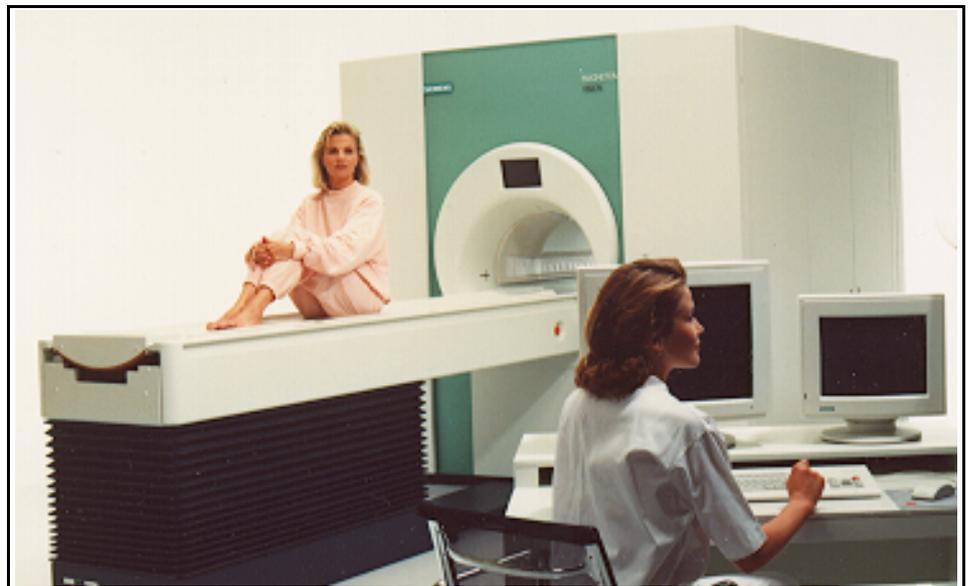


Bei Supraleitern findet bei tiefen Temperaturen ein Übergang statt zu einem Zustand, wo der elektrische Widerstand verschwindet.

Dieser Effekt wurde 1911 von Kamerlingh Onnes entdeckt, nachdem es ihm gelungen war, Helium zu verflüssigen. Hier ist die Originalmesskurve für Quecksilber aufgetragen: bei 4.2 K sinkt der Widerstand auf Null. Der plötzliche Übergang entspricht einem Phasenübergang, ähnlich wie der Siedepunkt; er tritt bei einer kritischen Temperatur T_C auf. Viele Elemente und Verbindungen werden bei unterschiedlichen Temperaturen supraleitend. Einige kritische Temperaturen sind



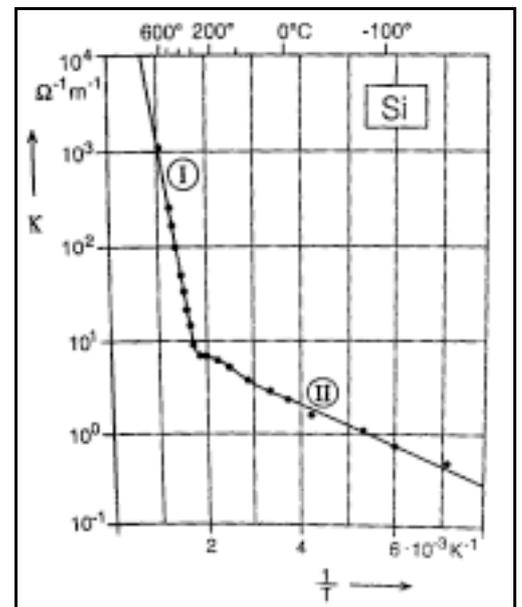
Stoff	T_C/K
Al	1.19
Be	0.026
Hg	4.15
Zn	0.9
Wo	0.012
Pb	7.2
V_3Si	17.1
Nb_3Sn	18.0
$Nb_3Al_8Ge_{0.2}$	20.7
$YBa_2Cu_3O_{6+x}$	90
$HgBa_2CuO_{4+\square}$	133
$CsRb_2C_{60}$	31



Die verlustlose Leitung von elektrischem Strom ist für verschiedene Anwendungen interessant, so für die Erzeugung von starken Magnetfeldern, wie sie z.B. in Kernspintographen benötigt werden.

3.3.8 Halbleiter

Im Gegensatz zu Metallen sinkt bei Halbleitern sinkt der Widerstand mit zunehmender Temperaturen, d.h. die Leitfähigkeit nimmt zu. Man unterscheidet hier zwei Bereiche: im Hochtemperaturbereich I dominieren die intrinsischen Ladungsträger; ihre Zahl nimmt mit der Temperatur exponentiell zu. Bei niedrigeren Temperaturen (II) dominieren Ladungsträger, welche durch Fremdatome eingebracht wurden, wie z.B. Phosphor. Durch das Einbringen von Fremdatomen kann man die elektrischen Eigenschaften von Halbleitern in weiten Grenzen variieren; dies ist der wichtigste Grund für die enorme Rolle, welche Halbleiter heute spielen.



Ob ein Material als Halbleiter oder Isolator betrach-

tet wird ist zu einem guten Teil temperaturabhängig.

Exp. 79: Leitfähigkeit von Glas bei hohen Temperaturen

So ist Glas bei tiefen Temperaturen ein sehr guter Isolator; bei hohen Temperaturen werden jedoch einzelne Ionen beweglich und man erhält eine erhebliche Leitfähigkeit.

3.3.9 Ladungstransport in Gasen und Flüssigkeiten

Auch in Gasen können Ladungen transportiert werden. Die Elektronen **Exp. 12: Gasentladung** werden dabei beschleunigt bis sie wieder auf Gasteilchen treffen und schlagen weitere Elektronen aus diesen heraus.

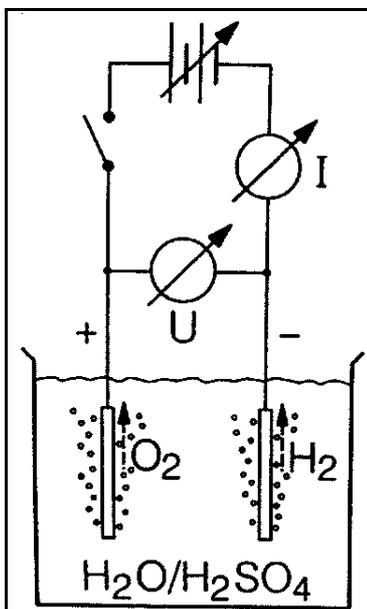
Man kann den Effekt z.B. in Luft nachweisen.

Exp. 79a) Leitfähigkeit ionisierter Luft.

Dadurch findet man häufig ein nichtlineares Verhalten, da die Ladungen in einem elektrischen Feld beschleunigt werden, dadurch genügend kinetische Energie erhalten um weitere Ladungen durch Stoßionisation zu erzeugen, welche selber ebenfalls kinetische Energie erhalten.

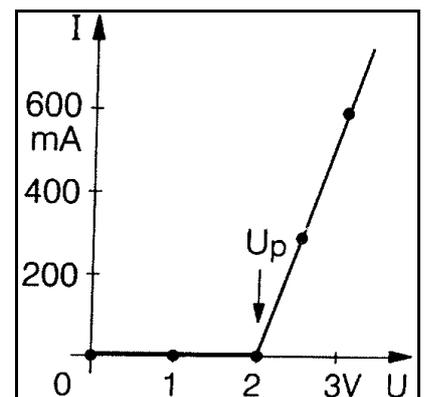
In Flüssigkeiten und Gasen können Ladungen durch Ionen transportiert werden. Sind keine geladenen Teilchen vorhanden können diese z. T. auch durch Dissoziation (Elektrolyse) erzeugt werden.

Exp. 21 Ionenwanderung



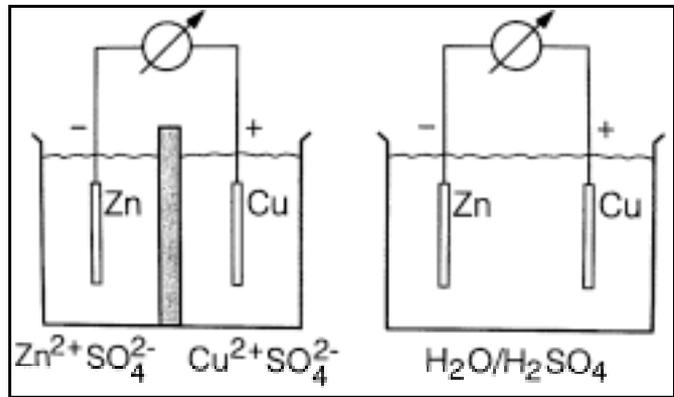
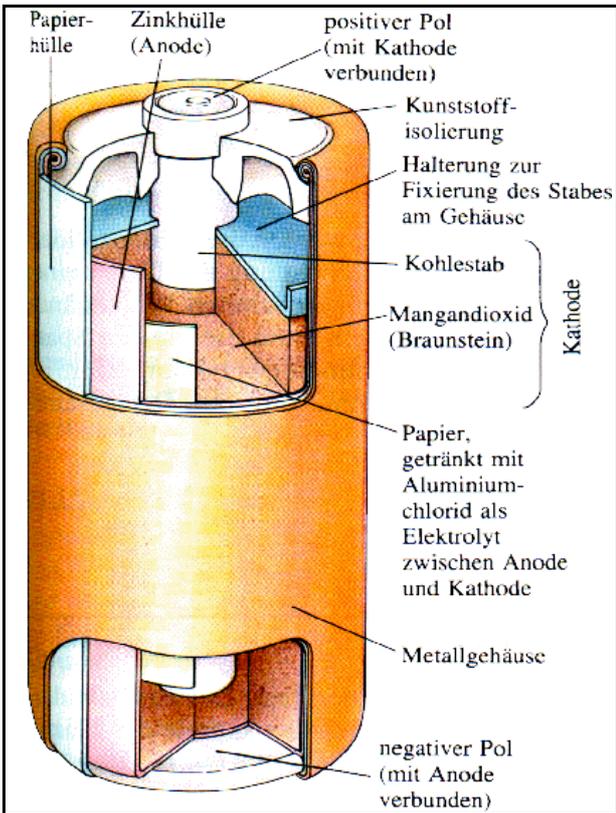
So findet man in verdünnter Schwefelsäure H^+ , HSO_4^- und SO_4^{2-} Ionen, welche im elektrischen Feld diffundieren. Hier wird der Strom somit von positiven und negativen Ladungsträgern transportiert.

Bei niedrigen Spannungen fließt in Elektrolyten kein Strom; die Polarisationsspannung U_p wird durch das unterschiedliche chemische Potenzial der beiden Elektroden hervorgerufen. Oberhalb dieser Spannung verhält sich das System in guter Näherung wie ein Ohm'scher Leiter.



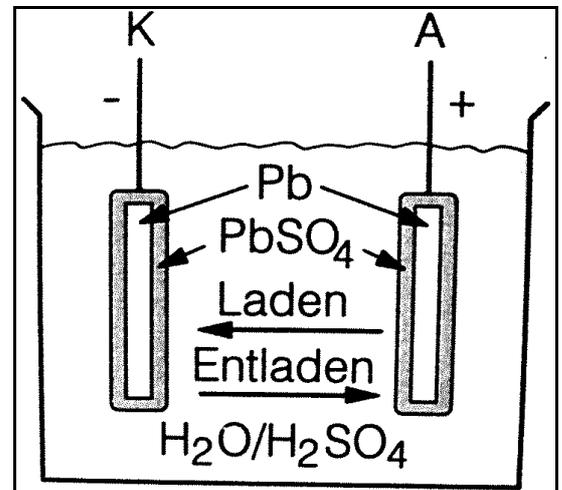
Wenn die Ionen die Elektroden erreichen geben sie ein Elektron an die Elektrode ab, resp. nehmen es von dort auf. Diese Art von Reaktion wird als Elektrolyse bezeichnet. Sie wird für verschiedene technische Anwendungen verwendet, wie z.B. die Spaltung von Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff.

Die umgekehrte Reaktion verwendet man in Batterien; sind die Prozesse reversibel so kann man entsprechende Elemente zur Speicherung von elektrischem Strom



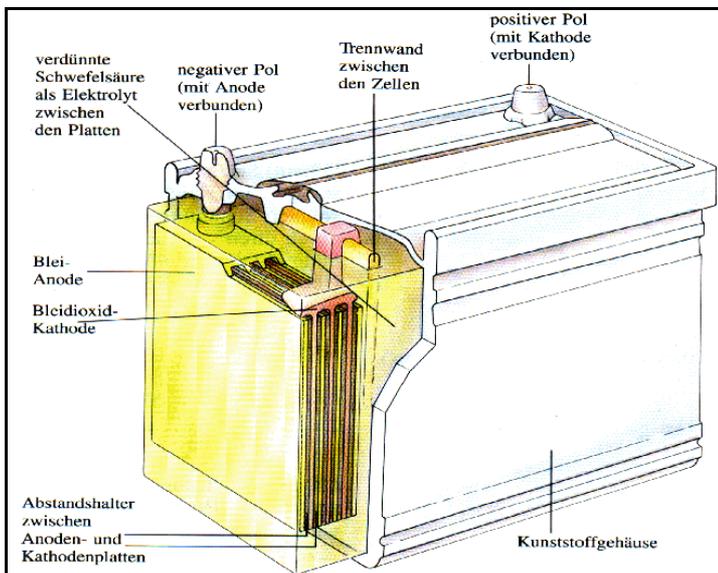
verwenden.

Bei gewöhnlichen Batterien besteht die Kathode aus einem Kohlestab und Manganoxid als Reaktionsmittel, während die Anode aus einem Zinkblech besteht.



Das am weitesten verbreitete System ist wohl die Bleibatterie, wo die Umwandlung von Blei in Bleisulfat in verdünnter Schwefelsäure verwendet wird.

Bei anderen Elektrolyten (z.B. $AgNO_3$) wird an einer der Elektroden Metall (Ag) abgeschieden. Solche Systeme werden verwendet für das Veredeln von Werkstücken durch Beschich-



ten mit einer Metallschicht.

3.3.10 Elektrische Leistung

Ein Strom der durch einen Widerstand fließt leistet Arbeit: der Widerstand wird aufgeheizt. Die Leistung ist gegeben durch das Produkt aus Spannung und Strom,

$$P = U I = U^2/R = I^2 R .$$

Sind mehrere Widerstände hintereinander angeordnet so hängt die Leistung, welche an einem Widerstand anfällt, von beiden Widerständen ab. Exp. 20b: Leiterkette

Daraus kann man Messinstrumente bauen. Exp. 40 Hitzdrahtinstrument

3.3.11 Elektrische Schaltelemente

Elektrische Schaltungen werden aus unterschiedlichen Elementen aufgebaut. Die Menge an möglichen Elementen ist natürlich unbegrenzt. Es ist aber sinnvoll, einige besonders wichtige Elemente aufzulisten, wobei sie immer idealisiert werden.

- Ohm'sche Widerstände; sie zeichnen sich durch eine lineare Beziehung zwischen Strom und Spannung aus: Exp. 76 / 77: Kennlinien

$$V = R I .$$

- Kondensatoren; wie bereits diskutiert findet man hier (im Idealfall) eine lineare Beziehung zwischen der gespeicherten Ladung und der Spannung:

$$V = Q/C .$$

- Induktivitäten (Spulen). Hier besteht eine lineare Beziehung zwischen der zeitlichen Änderung des Stroms und der Spannung

$$V = L dI/dt .$$

- Dioden zeigen für negative Spannungen einen geringen Strom; für positive Spannungen ist der Strom deutlich größer und nichtlinear. Bei Röhrendioden erreicht er einen Sättigungswert, der von der Heizleistung abhängt. Bei Halbleiterdioden steigt der Strom an bis die Schädigungsgrenze erreicht wird.

Man kann Dioden dazu verwenden, den Strom gleichzurichten Exp. 78 / 78a, c, d : Gleichrichtung

oder um eine Begrenzung einzubauen ... Exp. 78e: Strombegrenzung

- In einer Gasentladung nimmt der Widerstand mit zunehmendem Strom so stark ab, dass die nötige Spannung sogar absinkt. Man spricht hier von einem negativen differentiellen Widerstand.

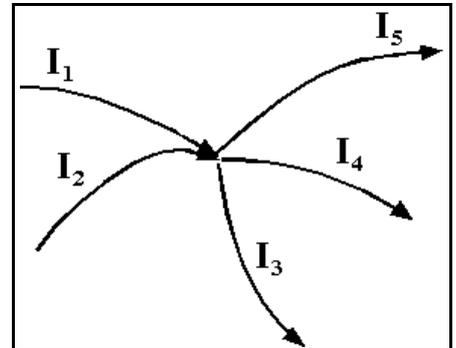
3.3.12 Kirchhoff'sche Gesetze

Die Kirchhoff'schen "Gesetze" sind nützliche Regeln für die Analyse elektrischer Stromkreise. Das 1. Kirchhoff'sche Gesetz wird auch als Knotenregel bezeichnet; es ist eine direkte Konsequenz des Erhaltungsgesetzes für elektrische Ladung.

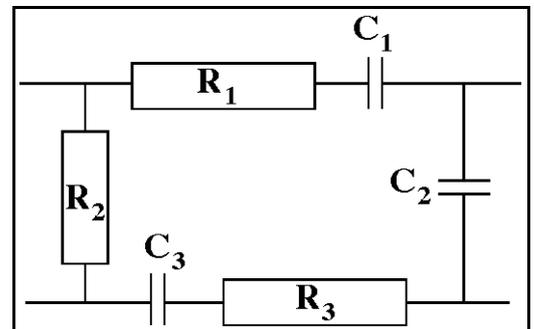
Es lautet: die Summe aller Ströme die in einen Knoten hinein fließen ist gleich der Summe aller Ströme die aus dem Knoten heraus fließen

$$\sum_i I_i = 0 .$$

Die bedeutet im Wesentlichen, dass im Knoten keine Ladungen gespeichert, erzeugt oder vernichtet werden.



Das zweite Kirchhoff'sche Gesetz wird auch als Maschenregel bezeichnet: In einem geschlossenen Stromkreis (=Masche) ist die Summe aller Spannungen gleich Null. Die Spannung als vorzeichenbehaftete Größe muss dabei immer in der gleichen Richtung gemessen werden.



3.3.13 Einfache Schaltungen

Als einfaches Anwendungsbeispiel betrachten wir den Spannungsabfall über zwei in Reihe geschalteten Widerständen.

Der Strom muss gemäß Maschenregel überall gleich sein, .



$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots .$$

Für die Spannung finden wir

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots = R_1 I + R_2 I + R_3 I + \dots .$$

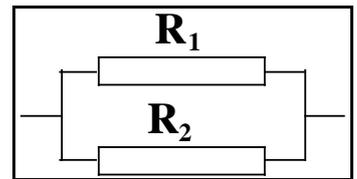
Wir berechnen nun den Widerstand, welcher die gleiche Wirkung hat wie zwei in Serie geschaltete Widerstände. Gemäß Definition ist das

$$R = U/I = \sum_i R_i ,$$

d.h. der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der einzelnen Widerstände.

Im Experiment verbinden wir zwei Widerstände von $R_1 = R_2 = \text{Exp. 72a) Serien- / Parallelwiderstand}$ $R = 80 \Omega$. Wenn wir eine konstante Spannung von 20 V über einen Widerstand legen beträgt der Strom 250 mA; liegt die gleiche Spannung an der Serienschaltung so sinkt der Strom auf 125 mA, entsprechend einem Widerstand von 160Ω . Dies kann auch direkt durch eine Widerstandsmessung verifiziert werden.

Als zweites Anwendungsbeispiel betrachten wir den Spannungsabfall über zwei parallel geschalteten Widerständen. Gemäß dem zweiten Kirchhoff'schem Gesetz muss die Summe der beiden Spannungen (im Kreis gemessen) verschwinden, d.h. sie müssen entgegengesetzt gleich sein. Messen wir beide Spannungen von links nach rechts müssen die Spannungen gleich sein, $U_1 = U_2 = U$. Somit fließen über die beiden Widerstände die Ströme



$$I_1 = U/R_1 \quad I_2 = U/R_2 ,$$

oder

$$I_1 / I_2 = R_2/R_1 \quad .$$

Gemäß dem ersten Kirchhoff'schem Gesetz muss die Summe der Ströme über die beiden Widerstände gleich dem zugeführten Strom sein, $I_1 + I_2 = I$. Daraus können wir den Widerstand der Parallelschaltung bestimmen:

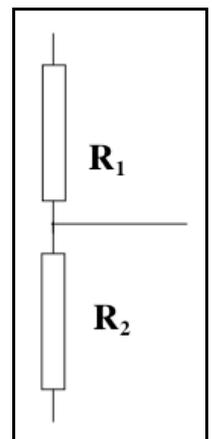
$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2} = \frac{U}{U/R_1 + U/R_2} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2}$$

oder

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} .$$

Auch dieses Resultat wird im Experiment verifiziert.

Als nächstes Beispiel betrachten wir einen Spannungsteiler. Er besteht aus zwei in Serie geschalteten Widerständen. Gemäß Knotenregel fließt durch beide Widerstände der gleiche Strom $I = I_1 = I_2$. Der Spannungsabfall über dem ersten Widerstand $U_1 = I R_1$ und über dem zweiten Widerstand $U_2 = I R_2$. Da der gesamte Spannungsabfall gemäß der Maschenregel der treibenden Spannung U_0 entsprechen muss erhalten wir



$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} , \quad U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} ,$$

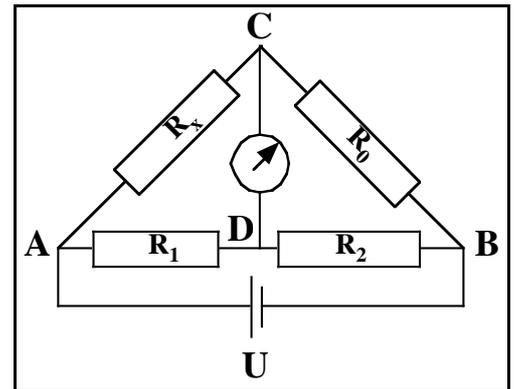
d.h. die Spannung wird im Verhältnis der Widerstände geteilt.

Wir verifizieren dies für einen Schiebewiderstand.

Exp. 74a: Spannungsteiler

3.3.14 Wheatstone'sche Brückenschaltung

Ein solcher Spannungsteiler wird auch verwendet in der Wheatstone'schen (Charles Wheatstone 1802-1875) Brücke, welche als Grundlage für die Messung von Widerständen verwendet wird. Der zu messende Widerstand R_x wird dabei mit bekannten Widerständen R_0 , R_1 und R_2 verglichen, wobei das Verhältnis von R_1 zu R_2 so eingestellt wird, dass durch das Strommessgerät kein Strom fließt und somit auch keine Spannung abfällt. Solche Messungen sind besonders empfindlich und wenig störanfällig.



Der Strom durch das Messinstrument verschwindet wenn für die Masche ACD $U_1 = U_x = R_1 I_1 = R_x I_x$ und für die Masche CBD $R_2 I_2 = R_0 I_0$. Außerdem muss gelten $I_1 = I_2$ und $I_x = I_0$. Division der beiden ersten Gleichungen ergibt

$$R_1 I_1 / R_2 I_2 = R_x I_x / R_0 I_0 = R_1 / R_2 = R_x / R_0$$

oder

$$R_x = R_0 R_1 / R_2 .$$

Im Experiment verwenden wir $R_0 = 25 \Omega$. Die Messung ergibt ein Exp. 73: Wheatstone-Brücke Verhältnis $R_1 / R_2 = 30.2 / 69.8 = 0.433$. Somit erhalten wir

$$R_x = R_0 R_1 / R_2 = 10.82 \Omega .$$

Die direkte Messung ergibt $R_x = 11.2 \Omega$.

Kondensatoren können wie Widerstände kombiniert werden, wobei die Kapazität einem Leitwert entspricht: bei Parallelschaltung addieren sich die Kapazitäten, bei Serienschaltung addieren sich die Kehrwerte.

Exp. 47a/b: Serien / Parallelschaltung von Kondensatoren

Dies kann im Experiment verifiziert werden.

