

Ausgabe: 07.06.2019
Abgabe: bis 14.06.2019 12:30 Uhr
Biefkästen: 247, 248, 249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Zylinder in einer Flüssigkeit

8 Punkte

Ein Zylinder mit der Masse m und dem Radius r wird in eine Flüssigkeit der Dichte ρ getaucht. Auf den Zylinder wirkt nur die Gewichtskraft F_g und Auftriebskraft F_A . Vernachlässigen Sie die Reibung. Die Dichte des Zylinders ist kleiner als die Dichte des Wassers, sodass dieser schwimmt.

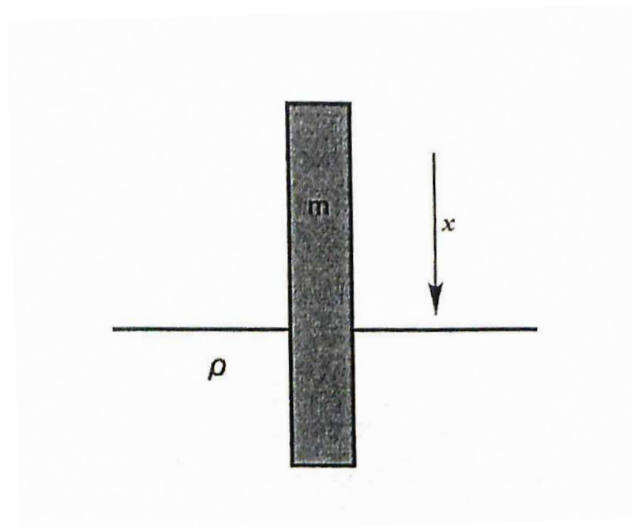


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Zylinders in der Flüssigkeit.

- Wie lautet das Archimedische Prinzip? Stellen Sie einen Kraftansatz auf und berechnen Sie die Gleichgewichtslage x_G , also die Tiefe, in der der Zylinder in der Flüssigkeit steht.
Hinweis: In der Summe wirken keine Kräfte auf den Zylinder
- Nehmen Sie nun an, dass der Zylinder aus der Gleichgewichtslage um den Weg x nach unten gedrückt wird. Wie verändert sich die Auftriebskraft? Stellen Sie mithilfe dieser Information und dem zweiten Newton-Axiom eine Differentialgleichung auf, die das System beschreibt. Was für eine Bewegung wird durch diese Differentialgleichung beschrieben?
Hinweis: Es werden kleine Auslenkungen x betrachtet. Der Zylinder wird dabei nicht untergetaucht.
- Lösen Sie die Differentialgleichung. Die Lösung der Differentialgleichung enthält zwei Konstanten. Bestimmen Sie diese mit den Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$. Nehmen Sie für die Anfangsbedingungen folgendes an: $x(t = 0) = x_0$, $\dot{x}(t = 0) = 0$.
- Wie hängt die Periodendauer T mit der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz ω zusammen? Berechnen Sie allgemein die Periodendauer dieser Schwingung. Bestimmen Sie dann T , f und ω dieser Schwingung in Wasser, wenn ein Zylinder der Masse $m = 4$ g und dem Radius $r = 1$ cm leicht untergetaucht wird.
Hinweis: $\rho_{\text{Wasser}} = 1000$ kg/m³

Aufgabe 2: Einheiten-Wirr-Warr**5 Punkte**

Beachten Sie beim Lösen der Teilaufgaben auf die folgenden Definitionen: t : Zeit, p : Impuls, U : Potential bzw Energie, E : Energie, S : Wirkung = Energie \cdot Zeit, m : Masse, r : Ort, F : Kraft, q : Ladung, a : Beschleunigung, v : Geschwindigkeit, ω : Frequenz, ϵ_0 : elektrische Feldkonstante

- a) Schreiben Sie die Einheit der Energie ($[E]=\text{Joule}$) in mindestens 5 verschiedene Formen durch passende Kombinationen anderer Einheiten und definieren Sie entsprechende Umrechnungsfaktoren zwischen den Einheiten. (Bsp: $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$)
- b) Welche Einheiten müssen α und β in den entsprechenden Gleichungen haben, damit diese konsistent sind?

$$A = A_0 \cdot \exp(-5\alpha t) \quad (1)$$

$$p = \alpha \frac{\cos(-mr\beta)}{t} \quad (2)$$

$$E = \sqrt{\alpha^2 + \beta^4 m^2} \quad (3)$$

$$S = \int \left(\frac{1}{2} m v^2 - \beta \right) d\alpha \quad (4)$$

$$p = \frac{\partial U}{\partial \frac{\partial \alpha}{\partial t}} \quad (5)$$

$$B = B_0 \cdot \ln \left(\frac{F}{q \cdot \alpha} \right) \quad (6)$$

- c) Überprüfen Sie die folgenden Gleichungen auf Konsistenz:

$$E = 2m(\vec{v} \times \vec{w}) \quad (7)$$

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\vec{r}} \quad (8)$$

Aufgabe 3: Schiedsrichter durch die Welt**6 Punkte**

Direkt nach dem Anpfiff eines Fußballspiels tut sich unter dem Schiedsrichter ein Loch auf, das schnurgerade durch den Erdmittelpunkt auf die andere Seite der Erde führt. Nehmen Sie im Folgenden an, dass die Erde eine Kugel mit Radius $R = 6,378 \cdot 10^6$ m sei und eine Masse $M_E = 5,974 \cdot 10^{24}$ kg habe, die homogen verteilt ist.

- a) Bestimmen Sie die Gravitationskraft, die auf den Schiedsrichter bei seinem Fall im Abstand $r < R$ vom Erdmittelpunkt wirkt.
Hinweis: Beachten Sie dabei, dass die anziehende Masse ebenfalls von r abhängt.
- b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Bewegung des Schiedsrichters $r(t)$ auf, wobei Sie Reibungs- und Zentripetalkräfte vernachlässigen, und lösen Sie diese!
Hinweis: Überlegen Sie sich geeignete Anfangsbedingungen.
- c) Kommt der Schiedsrichter rechtzeitig zum Abpfiff wieder zurück?