

Ausgabe: 25.04.2012

Abgabe: bis 02.05.2012, 10:15 Uhr, Kasten 256

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Knochen gleicher Festigkeit**3 Punkte**

Wie müsste ein Knochen gleicher Festigkeit gestaltet sein, wenn er mit einer gleichmäßig über die ganze Länge l verteilten Last beansprucht würde? Als Modell sei ein einseitig eingespannter, horizontaler Träger der Länge l betrachtet, auf dem eine gleichmäßig verteilten Last liegt. Der Querschnitt des Trägers soll rechteckig sein, wobei die Breite b konstant ist, während die Höhe $h(x)$ so angepasst werden soll, dass die Normalspannung $\sigma(x)$ entlang dem Träger unabhängig von x wird? Welchen Körper gleicher Festigkeit erhält man? (Man nehme als Ursprung der x -Achse das Ende des Stabes an.)

Aufgabe 2: Skibindung**3 Punkte**

Betrachtet wird eine Skibindung, die dann auslöst, wenn die Querkraft F an der Spitze der Bindung einen Grenzwert überschreitet. Dieser Wert ist zu ermitteln, unter der Bedingung, dass die maximale Kraft ein Viertel der Kraft annehmen darf, die zu einem Torsionsbruch führen würde ($\tau_{max} = 0.25\tau_B$). Man gehe dabei von der Vorstellung aus, dass der Knochenaufbau, samt Knie, im Bein eines Menschen durch einen runden Ersatzstab der Länge l und dem Durchmesser d beschrieben werden kann. Dieser soll am oberen Ende fest eingespannt sein. Dabei gelten für den Stab die Stoffdaten des Knochenmaterials. Weiterhin soll der Winkel ϕ_{max} ermittelt werden, um den sich der Körper gegenüber der Skiachse in dem Augenblick verdreht hat, in dem die Bindung auslöst. (Ersatzstab: Durchmesser $d = 5$ cm; Länge $l = 1$ m; Bruchspannung des Knochens $\tau_B = 64$ MPa; Schubmodul des Knochens $G = 3,2$ GPa; Sonstiges: Schuhgröße $s = 25$ cm.)

Aufgabe 3: Laserpinzette**3 Punkte**

Mit Hilfe einer Laserpinzette soll eine kleine Kugel aus Polypropylen (PP) festgehalten werden. Der Laserstrahl soll ein gaussförmiges Intensitätsprofil besitzen, wobei für den Strahldurchmesser $w(z)$ gilt:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}.$$

Dabei ist $z_R = \frac{\pi}{\lambda} w_0^2$ die Rayleigh-Länge. Somit lässt sich das Intensitätsprofil durch

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)$$

beschreiben. I_0 ist dabei die Laserintensität in der Strahltaile. Für die Kraft, die ein Laser auf ein dielektrisches Teilchen ausübt, gilt:

$$\vec{F} = \frac{\alpha}{\epsilon_r \epsilon_0 c} \vec{\nabla} I.$$

($\alpha =$ Polarisierbarkeit, $\epsilon_r =$ relative Permittivität, $c =$ Lichtgeschwindigkeit). An welcher Stelle entlang der Propagationsrichtung wird die Kraft auf die Kugel maximal? Welche Intensität muss ein Laserstrahl mit der Wellenlänge 600 nm und dem Strahldurchmesser $w_0 = 10 \mu\text{m}$ besitzen, um hier eine Gesamtkraft von 5 pN auf die (punktförmige) Kugel auszuwirken?

($\epsilon_{r,PP} = 2,1$; α kann aus der sogenannten Clausius-Mossotti-Gleichung bestimmt werden.)