

1. Aufgabe

Bei einer PET-Untersuchung wird dem Organismus ein Radiopharmakon zugeführt. Durch Annihilierung eines abgestrahlten Positrons und eines Elektrons des Gewebes entstehen mehrere Photonen, die mittels einer Detektormatrix detektiert werden können.

- Bilden Positron und Elektron ein Quasiatom und sind ihre Spins entgegengesetzt ausgerichtet, bezeichnet man dies als Parapositronium. Zeigen sie, dass beim Zerfall eines solchen Partikels zwei Photonen mit entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung emittiert werden, wenn die Geschwindigkeiten von Elektron und Positron vernachlässigt werden können. Welche Energie hat ein solches Photon (in eV)?
- Beschreiben Sie qualitativ, was geschieht, wenn das Parapositronium kinetische Energie besitzt. Welche Konsequenzen hat dies für die Bildgebung?
- Bei einem Orthopositronium sind die Spins der einzelnen Teilchen parallel ausgerichtet. Was bedeutet dies für die Zahl der emittierten Photonen und deren Energie?
- Der Organismus bestehe aus koaxialen Schichten mit den Absorptionskoeffizienten $\mu(r)$. Ebenfalls koaxial befindet sich eine kreisförmige Detektormatrix mit einem Durchmesser von 20 cm. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Photonen auf einem Detektor eintreffen, wenn sie in der Detektorebene entstehen und ihr Impuls in der Detektorebene liegt? Nehmen Sie an, dass der Ursprung 4 cm vom Zentrum des Organismus entfernt sei und eines der Photonen durch das Zentrum fliegt.

$$\mu(r) = \begin{cases} \mu_{Blut} = 0.18 \text{ cm}^{-1} & r \leq 3 \text{ cm} \\ \mu_{Gewebe} = 0.17 \text{ cm}^{-1} & 3 \text{ cm} < r < 7 \text{ cm} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. Aufgabe

Ein Ultraschall-Transducer bestehe aus $N = 5$ einzeln ansprechbaren piezoelektrischen Kristallen, die in einer Reihe im Abstand von $\Delta = 0,25 \text{ cm}$ voneinander angebracht sind. Diese Transducer sollen Schall mit der Frequenz $f = 310 \text{ kHz}$ erzeugen, der im Gewebe eines Patienten in einer Entfernung $d = 5 \text{ cm}$ senkrecht zur Kristallanordnung fokussiert werden soll. Wie groß muss die Phasenverschiebung φ_n zwischen den Teilwellen sein, die von den Kristallen ausgehen? Wie lang muss die zeitliche Verzögerung (τ_n) der Treibersignale gewählt werden? Gehen Sie davon aus, dass der Fokus auf der Höhe des mittleren Kristalls liegt und dass die Schallgeschwindigkeit im Gewebe derjenigen von Wasser entspricht.

3. Aufgabe

Ein Doppler-Ultraschall Messgerät soll benutzt werden, um die Fließgeschwindigkeit des Blutes eines Patienten in einer Arterie zu bestimmen. Der US-Wandler wird auf der Haut über der zu untersuchenden Arterie unter einem Winkel von 45° angebracht (siehe Abbildung). Die Frequenz der Schallwelle ist $5,0 \text{ MHz}$. Das Doppler-Gerät zeigt eine Frequenzverschiebung von 900 Hz an.

- Wie groß ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der untersuchten Arterie? Die Schallgeschwindigkeit im Gewebe sei 1500 m/s .
- Im Normalfall gilt eine Geschwindigkeit von ca. $0,1 \text{ m/s}$ in der untersuchten Arterie als normal. Welche Folgerungen muss man aus dem Ergebnis der Untersuchung ziehen?
- Wie groß ist die Frequenzverschiebung bei gleicher Anordnung für die Strömungsgeschwindigkeit von $0,1 \text{ m/s}$?

