Einführung in die Medizinphysik **Übung 9** Prof. Dr. D. Suter

Ausgabe: 17.06.09 Abgabe: 24.06.09 (10:15) Fach 222

1. Aufgabe

Es sei ein Output $y(t)$ gegeben, der sich aus linearen Kombinationen von Ableitungen (bzw. Integralen) des Eingangssignals $f(t)$ wie folgt zusammensetzt:

$$y(t) = \sum_{j=-k}^{k} a_j \frac{d^j f}{dt^j} \tag{1}$$

mit $j < 0$ für Integration ($\frac{d^{-n}f}{dt^{-n}} = \int f\, d^n t$) und $j > 0$ für Differentiation.

a. Durch eine (kontinuierliche) Fouriertransformation soll ein Ausdruck für die Transferfunktion $H(\omega)$ bestimmt werden, für den gilt: $Y(\omega) = H(\omega)F(\omega)$.

b. Verwendet man die diskrete Fouriertransformation, muss beachtet werden, dass die Differential- bzw. Integraloperationen in (1) nur über Intervalle endlicher Grösse durchgeführt werden können. Der Ausdruck für $y(t)$ kann durch die Verwendung eines Operators $V^l x_k = x_{k+l}$ entsprechend angepasst werden:

$$y_k = \sum_{l=-L}^{L} a_l\, V^l f_k \tag{2}$$

Man leite die entsprechende „diskrete Transferfunktion“ ab.

c. Leiten Sie für folgende Filter die Transferfunktionen her. Wie sieht der Graph $H(\omega)$ jeweils aus? Welchen Zweck erfüllen diese Filter und kommentieren Sie auf deren Qualität.

1) $y_k = \frac{1}{3}(f_{k-1} + f_k + f_{k+1})$

2) $y_k = \frac{1}{4}(-f_{k-1} + 2f_k - f_{k+1})$

3) $y_k = \frac{1}{16}(-f_{k-2} + 2f_k - f_{k+2})$

4) $y_k = \frac{1}{16}(f_{k-2} + 14f_k + f_{k+2})$

2. Aufgabe

In einem Bildrekonstruktionsverfahren wird ein sogenannter Hochpaßfilter benutzt. Der Filter $\{g_k\}$ setzt sich zusammen aus den Termen $g_0 = 0$ und $g_1 = 1$, darüber hinaus ist er periodisch. Man nehme zwei Projektionen entlang der i und j Achse (man bilde die Spalten- und Zeilensummen ${}_x f_i$, ${}_y f_j$). Man falte diese mit der inversen Fouriertransformierten des Filters und projiziere die gefilterten Daten zurück, um das rekonstruierte Bild zu erhalten. Dabei sollen folgende Objekte (a-d) verwendet werden:

a_{00}	a_{10}	$\Sigma \rightarrow {}_y f_0$
a_{01}	a_{11}	$\Sigma \rightarrow {}_y f_1$
$\Sigma \downarrow$ ${}_x f_0$	$\Sigma \downarrow$ ${}_x f_1$	

a) $\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ b) $\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline\end{array}$ c) $\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline\end{array}$ d) $\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline\end{array}$

[Man falte nacheinander entlang der i- und j-Richtung, Diskrete Faltung: $h_k = a \otimes b = \frac{1}{2}\sum_{l=0}^{1} A_l B_{k-l}$]

3. Aufgabe

Im Rahmen einer Messreihe, sind Werte im Abstand von Δx aufgenommen worden ($x = j\Delta x$). Für die Weiterverwendung der Daten ist es nötig, eine Verschiebung um den Bruchteil $\delta \in [0, 1]$ des Sampleintervals durchzuführen. Es soll folgender Algorithmus verwendet werden:

$$y_j = (1-\delta) f_j + \delta f_{j+1} \tag{3}$$

a. Um welchen Vorgang handelt es sich bei der Anwendung von y_j?

b. Wie lautet die zugehörige Transferfunktion H_k?

c. Gesucht ist der Graph $|H_k|^2$ über der Frequenz f im Intervall 0 bis zur Nyquistfrequenz k_{Nyq} für die Verschiebungen mit $\delta = 0$; $\delta = \frac{1}{4}$ und $\delta = \frac{1}{2}$ als Parameter.