

1. Aufgabe

Mit Hilfe der Achillessehne soll der entsprechende Beinmuskel den Körper eines auf einem Bein stehenden Menschen mit der Masse $m = 50 \text{ kg}$ so anheben, dass ein Winkel zwischen Fuß- und Bodenfläche von $\alpha = 20^\circ$ entsteht. Wie groß ist in diesem Fall die Muskelkraft F_M , wenn die Fußlänge $l = 13 \text{ cm}$ und die Ristlänge $a = 10 \text{ cm}$ beträgt? Gehen Sie dabei davon aus, dass durch die Anatomie des Fußes (Bänder) die Sehne immer senkrecht auf den Fußknochen wirkt.

2. Skibindung

Betrachtet wird eine Skibindung, die dann auslöst, wenn die Querkraft \vec{F} an der Spitze der Bindung einen Grenzwert überschreitet. Dieser Wert ist unter der Bedingung vierfacher Sicherheit ($\frac{\tau_B}{\tau_{max}}$) gegenüber Torsionsbruch zu ermitteln. Man gehe dabei von der Vorstellung aus, dass der Knochenaufbau, samt Knie, im Bein eines Menschen durch einen runden Ersatzstab mit Länge l und Durchmesser d beschrieben werden kann. Dieser soll am oberen Ende fest eingespannt sein. Dabei gelten für den Stab die Stoffdaten des Knochenmaterials. Weiterhin soll der Winkel φ_{max} ermittelt werden, um den sich der Körper gegenüber der Skiachse in dem Augenblick verdreht hat, in dem die Bindung auslöst.

Ersatzstab: Durchmesser $d = 4 \text{ cm}$; Länge $l = 1 \text{ m}$

Knochenmaterial: Bruchspannung $\tau_B = 100 \text{ MPa}$; Schubmodul $G = 10 \text{ GPa}$

Sonstiges: Schuhgröße $s = 25 \text{ cm}$; Sicherheitsfaktor $\nu = 4$

3. Aufgabe

Betrachtet sei ein zum Körper um 90° angewinkelter Unterarm. In der Hand befinde sich ein Bierkrug mit „Münchener Wiesenbier“ (Gefäßinhalt $V = 1 \text{ l}$; Leergewicht des Kruges $F_{GK} = 10 \text{ N}$). Die Armlänge beträgt $l = 50 \text{ cm}$. Zur Modellierung des Problems sollen für Elle und Speiche zwei Rundstäbe in paralleler Anordnung betrachtet werden. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass Elle und Speiche hier entgegen der Realität von gleicher Größe sind. Wie müssten die Knochen geformt sein, damit an jeder Stelle x (x -Koordinate in der Knochenachse) die Festigkeit (Biegespannung) gleich groß ist? Welchen Durchmesser müssten die Knochen am Ellbogen mindestens haben, um das volle Bierglas sicher zu halten? Betrachten Sie folgende Knochenmodelle:

a. Vollstab

b. Hohlstab mit dem Durchmesser Verhältnis $\frac{D}{d} = 2$, mit D als äußerem und d als innerem Durchmesser.

Das Eigengewicht des Knochens soll vernachlässigt werden. Die Bruchspannung des Knochenmaterials sei $\sigma_B = 100 \text{ MPa}$.

Für die Lösung kann folgendes Integral verwendet werden:

$$\int z^2 \sqrt{a^2 - z^2} dz = -\frac{z}{4} \sqrt{(a^2 - z^2)^3} + \frac{a^2}{8} \left[z \sqrt{(a^2 - z^2)} + a^2 \arcsin \left(\frac{z}{a} \right) \right] + C$$