Einführung in die Medizinphysik **Übung 10** Prof. Dr. D. Suter

Ausgabe: 06.06.07 Abgabe: 13.06.07 (10:15)

1. Aufgabe

1. Gegeben sei eine Funktion $f(t)$, welche sich mit der Periode T wiederholt. Bestimmen Sie zunächst die passenden Fourier Koeffizienten für ein beliebiges $f(t)$. Diskretsieren Sie diese, indem Sie davon ausgehen, dass das kleinstmögliche Intervall Δt ist und in einer Periode N Schritte untergebracht werden können. Benutzen Sie Ihr Ergebnis um das spektrale Gehalt für folgendes $f(t)$ zu bestimmen:
$$f(t) = t \quad \text{für } 0 \leq t < T; \qquad f(t) = f(t+T) \tag{1}$$

2. Führen Sie die diskrete Fouriertransformation für eine Sinus-Schwingung der Periode T aus. Verwenden Sie folgene Δt: $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{4}$ und $N = 4$. Transformieren Sie zurück. Zeichnen Sie die ursprüngliche Funktion und die Rücktransformierten für $t \in [0,\ 3T]$. Was können Sie zur Samplingfrequenz im Bezug auf die Rekonstruktion des Signals sagen?

2. Aufgabe

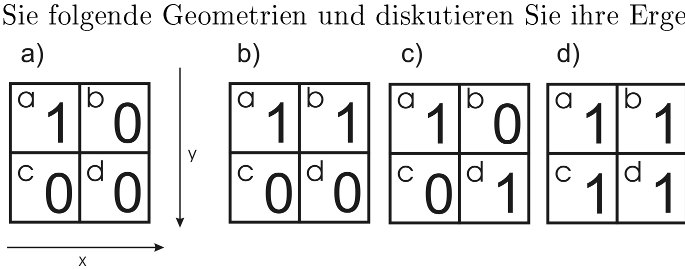
1. Gehen Sie davon aus, dass Sie einen Output $y(t)$ haben, der sich aus linearen Kombinationen von Ableitungen (bzw. Integralen) des Eingangssignals $f(t)$ wie folgt zusammensetzt:
$$y(t) = \sum_{j=-k}^{k} a_j \frac{d^j f}{dt^j}, \text{ wobei j} < 0 \text{ eine Integration darstellt} \tag{2}$$
Bestimmen Sie durch Fouriertransformation einen Ausdruck für die Transferfunktion $H(\omega)$, für die gilt $Y(\omega) = H(\omega)F(\omega)$.

2. Verwendet man die diskrete Fouriertransformation muss beachtet werden, dass die Differential- bzw. Integraloperationen in (2) nur über Intervalle endlicher Grösse durchgeführt werden können. Der Ausdruck für $y(t)$ kann durch die Verwendung eines Operators $V^l y_k \equiv y_{k+l}$ entsprechend angepasst werden:
$$y_k = \sum_{l=-L}^{L} a_l\, V^l f_k \tag{3}$$
Leiten sie die entsprechende diskrete Transferfunktion ab.

3. Es soll ein Weichzeichner implementiert werden. Dazu wird folgender 3-Punkt Glättungsalgorithmus verwendet:
$$y_k = \frac{1}{3}(f_{k-1} + f_k + f_{k+1}) \tag{4}$$
Zeichnen sie den Betrag der Transferfunktion als Funktion von ω. Handelt es sich bei y_k um einen guten Weichzeichner? Begründen Sie ihre Aussage.

3. Aufgabe

In einem Bildrekonstruktionsverfahren wird ein sogenannter Rampenfilter (auch Hochpassfilter) benutzt. Der Filter g_k setzt sich zusammen aus den Termen $g_0 = 0$ und $g_1 = 1$, darüber hinaus ist er periodisch. Nehmen Sie an, Sie nehmen zwei Projektionen entlang der x und y Achse entsprechend der Abbildung um die Projektionen mit der inversen Fouriertransformierten der Rampe zu falten. Projizieren Sie die gefilterten Daten zurück. Verwenden Sie folgende Geometrien und diskutieren Sie ihre Ergebnisse:



[Hinweis: Falten Sie nacheinander entlang der x- und y-Richtung]