1. Aufgabe

Die dimensionslosen Kennzahlen Re (Reynolds Zahl) und Eu (Euler Zahl) sind für eine Kapillarströmung folgendermassen definiert:

$$Re = \frac{dv\rho}{\eta} \qquad Eu = \frac{d\Delta p}{\rho v^2 l} \tag{1}$$

Mit:

v	=	mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Kapillare
d	=	Kapillar Durchmesser
ρ	=	Dichte des Strömungsfluids
η	=	dynamische Viskosität
l	=	Länge
Δp	=	Druckabfall über l

Leiten Sie für die Hagen-Poissuille Gleichung die Abhängigkeit $Eu = f(Re)$ her (also für eine laminare Kapillarströmung).

Diskutieren Sie die Möglichkeiten, die die dimensionslose Darstellung dieser Beziehung bietet. Warum werden funktionale Abhängigkeiten überhaupt in dimesionsloser Form dargestellt?

2. Aufgabe

Man kann sich die Sauerstoffversorgung in der Hirnrinde des Menschen aus einer Kapillare durch Diffusion in einen benachbarten koaxialen Zylinder vorstellen. Bestimmen Sie, ausgehend von der Diffusionsgleichung in Zylinderkoordinaten [2], die Partialdruckverteilung $p(r)$ in diesem Zylinder im stationären Fall unter der Annahme, das am Kapillarrand der Sättigungsdruck p_s herrscht und der Sauerstoffpartialdruck am äusseren Umfang des Zylinders minimal ist. In die Konstante k gehen die Stoffparameter der Diffusion ein, k sei bekannt.

$$\frac{d^2p}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dp}{dr} = k \tag{2}$$

3. Aufgabe

Auf Grund der elastischen Eigenschaften der Blutkörperchen zeigt Blut in seinem Fliesverhalten einen nicht-newtonschen Charakter, das heißt, die Abhängigkeit der Schubspannung von der Scherrate $\tau(\dot\gamma)$ ist nicht linear. Für solche Funktionen ist unter anderem ein Ansatz in Potenzform gebräuchlich, z.B. $\tau = k\dot\gamma^n$. Für viskoelastische Fluide (wie Blut) ist $n < 1$, für dilatante ist $n > 1$. Für newtonsche Flüssigkeiten ist $n = 1$ und $k = \eta$. k und η nehmen also den Charakter von Stoffeigenschaften des Fluids an. Bestimmen Sie für Blut in einer Arterie unter Annahme eines „potenz Fluids“ bei stationären Verhältnissen:

1. die Schubspannungsverteilung $\tau(r)$
2. das Geschwindigkeitsprofil $v(r)$
3. den Durchsatz V^*
4. die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\bar{v}$
5. das Verhältnis der maximalen Strömungsgeschwindigkeit zur mittleren $\frac{v_{max}}{\bar{v}}$