

## Übungsblatt 12

**Ausgabe:** Fr. 30. 6. 2006      **Abgabe:** bis Mi. 5. 7. 2006 12:00 Uhr

### Aufgabe 1

Bei der Nervenregung ändert sich die Potenzialdifferenz über der Nervenbahn um  $\Delta V = 100 \text{ mV}$ , was hauptsächlich auf einen Einstrom von  $\text{Na}^+$  in die Nervenfasern zurückzuführen ist. Wie viel  $\text{Na}^+$ -Ionen pro Quadratzentimeter der Nervenbahn sind nötig, um die Membrankapazität  $C = 1 \mu\text{F}/\text{cm}^2$  um den Betrag  $\Delta V$  umzuladen?

### Aufgabe 2

Viele Untersuchungen zum Mechanismus der Nervenregung und -weiterleitung sind an Riesenaxonen von Tintenfischen durchgeführt worden. Die Länge dieser zylindrischen Riesenaxone beträgt mehrere  $\text{cm}$ , der Durchmesser ist  $0,5 \text{ mm}$ . Das Innere des Axons (das Axoplasma) wirkt hauptsächlich als passiver elektrischer Leiter und als Ionenreservoir. Der Erregungsvorgang spielt sich im Wesentlichen an der kreisförmigen Nervenmembran ab. Das Axoplasma enthält  $50 \text{ mMol Na}^+$  und  $400 \text{ mMol K}^+$ , das extrazelluläre Medium  $460 \text{ mMol Na}^+$  und  $10 \text{ mMol K}^+$ .

- Aus Isotopendurchflußmessungen ist bekannt, daß das Permeabilitätsverhältnis (relative Beweglichkeiten)  $P_K/P_{Na} = 15$  beträgt. Wie groß ist das Ruhepotenzial?
- Bei einem passiven Kabel nimmt eine an dem einen Ende angelegte Spannung  $U_0$  exponentiell mit der Länge ab:  $U = U_0 e^{-x/l}$ , wobei  $l = \sqrt{\frac{r R_m}{2 R_i}}$  ist. Wieviel Prozent einer anliegenden Spannung wäre am Ende eines  $1 \text{ cm}$  langen Riesenaxons noch vorhanden wenn es sich wie ein passives Kabel verhalten würde? Der spezifische Widerstand des Axoplasma beträgt  $R_i = 30 \Omega \text{ m}$ , und der spezifische Hüllwiderstand  $R_m = 700 \Omega \text{ cm}^2$ .

### Aufgabe 3

Aus einer Zelle denke man sich ein Stück der Zellmembran herausgeschnitten. Die Zellmembran sei auf der einen Seite vom Protoplasma umgeben, auf der anderen von der Intrazellulärsubstanz. Randeffekte sollen vernachlässigt werden. Die Zellmembran besitzt eine spezifische Leitfähigkeit von  $\sigma_M = 10^{-10} (\Omega \text{ cm})^{-1}$ , eine Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_M = 8$  und eine Dicke von  $d_M = 7,5 \text{ nm}$ . Die beiden angrenzenden Substanzen besitzen die gleiche spezifische Leitfähigkeit  $\sigma_P = \sigma_I = 10^{-2} (\Omega \text{ cm})^{-1}$  und die Dicken  $d_P = 50 \text{ nm}$  bzw.  $d_I = 100 \text{ nm}$ .

- Erstellen Sie ein möglichst einfaches elektrisches Ersatzschaltbild, das die passiven elektrischen Eigenschaften beinhaltet.
- Wie groß sind die in diesem Ersatzschaltbild auftretenden ohmschen Widerstände und die Kapazitäten der Kondensatoren, wenn die betrachtete Membranfläche  $A = 1 \text{ cm}^2$  beträgt?

### Aufgabe 4

An einer Nervenzelle soll die Membranspannung  $U_M$  einer Zellmembran im Ruhezustand gemessen werden (siehe Abbildung unten links).

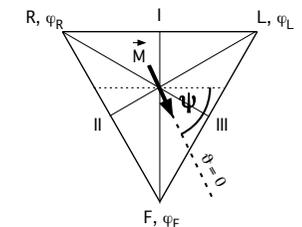
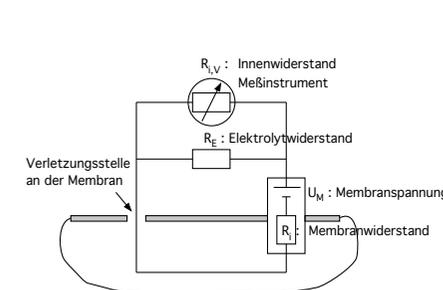
- Wie groß ist das Verhältnis von gemessener Spannung  $U_x$  zur Membranspannung  $U_M$ , wenn  $R_i = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_E = 50 \text{ k}\Omega$  und  $R_{i,V} = 1 \text{ M}\Omega$  betragen?
- Wie groß wird  $U_x/U_M$ , wenn  $R_E \gg R_{i,V}$  gilt?
- Wie groß ist im Fall a)  $U_M$ , wenn man am Meßinstrument  $40 \text{ mV}$  abliest?

### Aufgabe 5

In der Abbildung unten rechts ist das Einthovense Dreieck und die zugehörigen Standardableitungen I, II, III für das EKG zu sehen.  $\vec{M}$  ist die Dipolkomponente des Herzvektors in der Ebene des gleichseitigen Dreiecks, daß durch die Ableitungspunkte R, L, F gebildet wird. Betrachten Sie ein ebenes Koordinatensystem  $(r, \vartheta)$  mit dem Ursprung im Zentrum des Dreiecks, wobei die Richtung  $\vartheta = 0$  mit der Richtung des Herzdipols übereinstimmt (diese Situation ist in der Abbildung gezeigt). Für das Dipolpotenzial gilt dann

$$\varphi_D = \frac{|\vec{M}| \cos \vartheta}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} = K \cos \vartheta .$$

- Berechnen Sie die drei Spannungen  $U_I, U_{II}, U_{III}$  als Funktion von  $\psi$  (siehe Abbildung) und zeigen Sie damit, daß unabhängig von der Lage des Dipols (zu allen Zeiten)  $U_I + U_{II} + U_{III} = 0$  gilt.
- Wie verhalten sich bei den Standardableitungen die Spannungen  $|U_I| : |U_{II}|$  für einen Normaltyp mit  $\psi = 60^\circ$  und einen Linkstyp mit  $\psi = -45^\circ$ ?



- I: Ableitung zwischen rechtem Arm und linkem Arm
- II: Ableitung zwischen rechtem Arm und linkem Bein
- III: Ableitung zwischen linkem Arm und linkem Bein