

Übungsblatt 8

Ausgabe: Fr. 2. 6. 2006

Abgabe: bis Mi. 7. 6. 2006 12:00 Uhr

Aufgabe 1

- a) Erklären Sie anhand der Abbildung unten links die Entstehung von Strahlaufhärtungs-Artefakten bei der CT. Das Emissionspektrum der Röntgenröhre ist dort mit 1 bezeichnet, der zugehörige senkrechte Pfeil soll den Schwerpunkt der Verteilung anzeigen. Der Massenschwächungskoeffizient des (homogenen) durchstrahlten Körpers ist ebenfalls eingezeichnet. Nehmen Sie an, für die erste Hälfte des Weges der Röntgenstrahlung durch den Körper gelte das Emissionsspektrum, und für die zweite Hälfte das mit 2 bezeichnete Spektrum. (Warum verschiebt sich der „Schwerpunkt“ der Verteilung nachdem die Röntgenstrahlung einen Teil des Körpers durchdrungen hat wie in diesem groben Modell angenommen?)
- b) Erklären Sie die Entstehung von Partialvolumenartefakten bei der CT, indem Sie ein Gebiet innerhalb eines Pixels betrachten, das zwei unterschiedliche Röntgenschwächungskoeffizienten besitzt. Diskutieren Sie die in der Abbildung unten in der Mitte gezeigten beiden Fälle. Die Pfeile zeigen Einstrahlungsrichtungen der Röntgenstrahlung an (1 und 2 kennzeichnen zwei Projektionen zu verschiedenen Zeiten).

Aufgabe 2

Nehmen Sie an, das ^{99}Mo in einem Radionuklidgenerator würde nur in ^{99m}Tc zerfallen. Das Technetium zerfällt mit einer Halbwertszeit von $T_2 = 6,03\text{ h}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei gerade alles gebildete Technetium herausgewaschen worden, daher sind nur N_1 Molybdän-Atome vorhanden.

- a) Stellen Sie die Ratengleichung für ^{99m}Tc auf und integrieren Sie diese unter der Annahme, daß sich die Anzahl N_1 durch den Zerfall praktisch nicht verändert.
- b) Nach wieviel Stunden sind ^{99}Mo und ^{99m}Tc im radioaktiven Gleichgewicht? Im Gleichgewicht soll die Differenz der beiden Aktivitäten kleiner sein als 10^{-3} mal der Aktivität von Molybdän.

Aufgabe 3

Die (eindimensionale) Impulsantwort (*point spread function*) eines Detektors eines CT-Scanners sei kastenförmig mit der Breite a_D :

$$h_D(x) = \Theta(x - 0) - \Theta(x - a_D) .$$

- a) Berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion $H(k)$ und die Modulationsübertragungsfunktion (MÜF) des Detektors.
- c) Die Impulsantwort der zu dem CT-Scanner gehörenden Röntgenröhre soll die gleiche Form haben wie die des Detektors, nur ist jetzt die Breite a_R . Wie lautet dann die MÜF des Gesamtsystems Detektor + Röhre?
- d) Die geometrische Bedeutung von a_D und a_R ist in der Abbildung unten rechts zu sehen. Der Abstand zwischen Röhre und Detektor sei $d = 30\text{ cm}$, die Fokusgröße in der Röhre sei $F = 1\text{ mm}$, die Detektorgröße sei $D = 0,7\text{ mm}$, und der Abstand zwischen Röntgenröhre und Rotationszentrum (schwarzer Punkt in der Abbildung) sei $r = 10\text{ cm}$. Wie groß sind die effektiven Fokusgrößen der Röhre (a_R) und des Detektors (a_D) in diesem Fall? Wie groß ist die Auflösung?
- e) Nehmen Sie ganz allgemein an, der Fokus der Röhre sei doppelt so groß wie der des Detektors, $F = 2D$. In welchem Abstand r_{opt} , gemessen in Einheiten von d , bekommen Sie eine minimale Fokusgröße a_{min} (maximale Auflösung)?

