Übungsblatt 7

Ausgabe: Fr. 26. 5. 2006 **Abgabe:** bis Mi. 31. 5. 2006 12:00 Uhr

Aufgabe 1

Der Streustrahlungsanteil für einen $30\,cm$ dicken Patienten und einem $14\,cm * 14\,cm$ großem Feld beträgt etwa 80%. Nehmen Sie an, die Nutzstrahlen-Dosisunterschiede wären nur sehr klein: $D_{1N} \approx D_{2N}$.

a) Wie groß ist dort der Gesamtstrahlungskontrast ohne Raster (relativ zum Kontrast ohne Streustrahlung K_N)?

b) Wenn das benutzte Raster eine Nutzstrahltransparenz von $T_N = 60\%$ hat und eine Streustrahltransparenz von $T_S = 5\%$ besitzt, wie groß ist dann die Kontrastverbesserung?

Aufgabe 2

Berechnen Sie das Quantenrauschen eines Röntgenbildverstärkers mit der mittleren Röntgenenergie von $80\,keV$ bei einer Dosisleistung (= Dosis pro Zeit) von $0,2\,\mu Gy/s$, einer Pixelgröße von $0,2\,mm\ *\ 0,2\,mm$ und einer Belichtungszeit von $0,2\,s$ pro Bild. Bei einer Energie von $80\,keV$ ist der Umrechnungsfaktor von der Ionendosis auf die Anzahl der Quanten pro mm gleich $3,4 \cdot 10^4\,Quanten/mm^2 \mu Gy$. Nehmen sie eine Poisson-Verteilung an und berechnen Sie das Quantenrauschen (und die relativen Fehler)

a) für die ankommenden Quanten;

b) für die Anzahl der tatsächlich nachgewiesenen Quanten wenn die Absorption am Eingangsfenster 10% beträgt und der effektive Absorptionsgrad von CsJ bei $80\,keV$ 70% ist;

c) für die Photonen des sichtbaren Lichts nach der Umwandlung. Nehmen Sie an, es entstünden 2600 ± 100 Photonen pro Röntgenquant.

Aufgabe 3

(Bild unten rechts.) Die 2-dimensionale Fouriertransformierte des Bildes $g(x, y)$ sei $G(k_x, k_y)$. Sie kann rekonstruiert werden aus den 1-dimensionalen Fouriertransformierten $P(k, \Theta)$ der gemessenen Projektionen $p(\xi, \Theta)$,
$P(k, \Theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, p(\xi, \Theta)\, e^{-i2\pi k\xi}$, denn für ein Schnitt durch die 2-dimensionale Fouriertransformierte $G(k_x, k_y)$ unter dem Winkel Θ gilt: $G(k, \Theta) = P(k, \Theta)$. Zeigen Sie, daß die inverse 2-dimensionale Fouriertransformation

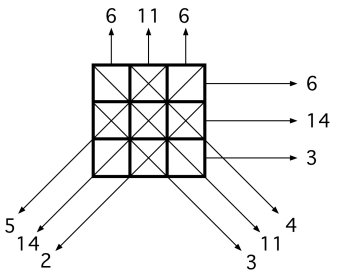
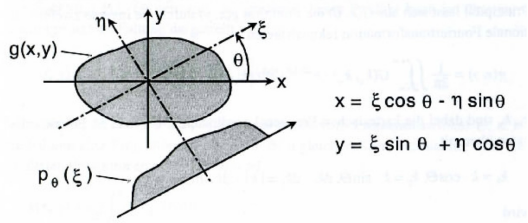
$$g(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int\int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y\, G(k_x, k_y)\, e^{+i2\pi(xk_x + yk_y)}$$

durch

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} d\Theta \left\{ p(\xi, \Theta) * FT^{-1}\{|k|\} \right\}$$

gegeben ist. Dabei ist $FT^{-1}\{|k|\}$ die inverse Fouriertransformierte der Funktion $f(k) = |k|$, und $*$ steht für die Faltung der beiden Funktionen. (Beachten Sie, daß Sie von den kartesichen Koordinaten k_x, k_y in Polarkoordinaten umrechnen müssen.)

Aufgabe 4

a) Berechnen Sie die Radon-Transformierte eines kreisförmigen Objekts mit dem Radius R. Innerhalb des Kreises soll die zugehörige Funktion den Wert $f(x, y) = a$ besitzen und außerhalb Null sein. Welche Form hat die Radon-Transformierte für $a = 1/2$ und welche für beliebige andere Werte $a > 0$?

b) Rekonstruieren Sie ein Bild aus $3 * 3$ Pixeln iterativ aus den folgenden Meßwerten (linkes Bild):