Übungsblatt 3

Ausgabe: Fr. 28. 4. 2006 **Abgabe:** bis Mi. 3. 5. 2006 12:00 Uhr

Aufgabe 1

Zur Vereinfachung einer quantitativen Abschätzung der Herzleistung seien folgende Annahmen gemacht: der mittlere systolische Druck des linken Ventrikels sei $p_{lv} = 100mmHg$, der des rechten $p_{rv} = 15mmHg$, und das Schlagvolumen eines Ventrikels betrage $70ml$.

Es sei vereinfachend angenommen, daß während des Herzschlags das Volumen des Ventrikels gegen einen konstanten systolischen Druck verschoben werden muß.

a) Wie groß ist die vom Herzen pro Herzschlag erbrachte mechanische Arbeit?

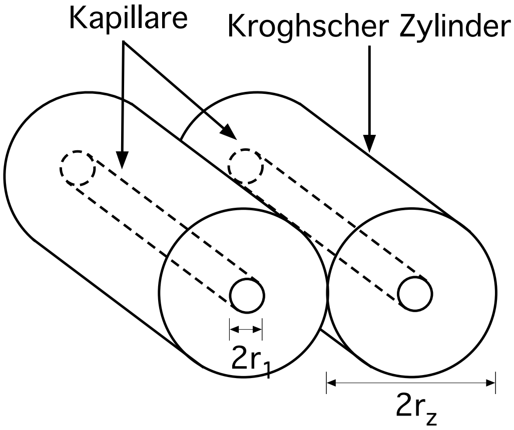
b) Wie hoch ist die mittlere Leistung bei einer Herzfrequenz von 72 Schlägen pro Minute? Was ist (als spezifische Kennzahl für die Leistungsfähigkeit) die erbrachte Leistung pro Volumen? (Herzvolumen: $300ml$)

c) Vergleichen Sie hierzu einen herkömmlichen Motor für eine Aquarienpumpe, der $10l/min$ Wasser auf eine Höhe von $8,5m$ fördern kann bei den Abmessungen $4cm$ Durchmesser, $20cm$ Länge. Ist die Leistungsdichte für ein dauerimplantiertes künstliches Herz erreichbar?

d) Bisher wurde vernachlässigt, daß das ausgeworfene Blut beschleunigt werden muß. Wie groß ist der prozentuale Anteil der Beschleunigungsarbeit an der Gesamtarbeit? Die Auswurfgeschwindigkeit sei $v = 0,5m/s$, die Dichte von Blut ist $\rho = 1,05kg/l$.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes Modell für die Sauerstoffversorgung in der Hirnrinde des Menschen:



Abgebildet sind zwei Gewebszylinder, in denen jeweils mittig die Kapillaren sitzen. Berechnen Sie das (stationäre) Sauerstoff-Partialdruckprofil in einem solchen Gewebszylinder ausgehend von dem 2. Fick'schen Gesetz,

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 c - A_V,$$

wobei der Term $D \cdot \nabla^2 c$ die zeitliche Änderung der Konzentration c durch Diffusion und A_V den Verbrauch darstellt.

a) Nehmen Sie ein stationäres Gleichgewicht an, und benutzen Sie das *Henry-Daltonsche Gesetz* $c = \alpha_B p$ (α_B: *Bunsenscher Löslichkeitskoeffizient*, p: Partialdruck) sowie die Definition des Kroghschen Diffusionskoeffizienten $K_D := D\alpha_B$ um die Differentialgleichung für den Druck herzuleiten. (Lösung: $\nabla^2 p = \frac{A_V}{K_D}$)

b) Schreiben Sie die Differentialgleichung in Zylinderkoordinaten um und vereinfachen Sie diese mit den Annahmen, daß es keine Sauerstoffdiffusion in z-Richtung längs der Kapillaren gibt, und daß ein axialsymmetrisches Problem vorliegt.

c) Lösen Sie die so entstehende Differentialgleichung für $p(r)$ mit den Nebenbedingungen, daß der Sauerstoffpartialdruck ein Minimum zwischen zwei benachbarten Zylindern hat (bei $r = r_z$), und daß für den Partialdruck am Kapillarrand r_1 gilt: $p(r_1) = p_1$.