

Übungsblatt 2

Ausgabe: Fr. 21. 4. 2006

Abgabe: bis Mi. 26. 4. 2006 12:00 Uhr

Aufgabe 1

Betrachten Sie einen einseitig eingespannten rechteckigen Träger der Länge l , bei dem die Last gleichmäßig über die ganze Länge verteilt ist. Wie ist die Biegespannungsverteilung? Welchen Körper gleicher Festigkeit erhalten Sie? Die Breite b des Trägers soll konstant bleiben.

Aufgabe 2

Ein Rundstab ($r = 0,5\text{cm}$) der Länge $l = 1\text{m}$ sei an einem Ende horizontal eingespannt, und an dem anderen Ende mit einem Gewicht von $m = 20\text{kg}$ belastet (Abbildung 1 links). Vernachlässigen Sie die Masse des Rundstabs.

- Geben Sie die Gleichung der neutralen Faser $z(x)$, also der Biegekurve des Balkens, an. Im Gleichgewicht muß das Biegemoment $M_B = \frac{EI}{R}$ gleich dem äußeren Drehmoment auf Grund des Gewichts m sein (E : Elastizitätsmodul, I : axiales Flächenträgheitsmoment, R : (lokaler) Krümmungsradius des Balkens). Geben Sie mit Hilfe der Näherungsformel für die Krümmung einer ebenen Kurve, $\frac{1}{R} \approx -\frac{d^2z}{dx^2}$, die Differentialgleichung für $z(x)$ an und lösen Sie sie. Bitte benutzen Sie das in Abbildung 1 links eingezeichnete Koordinatensystem.
- Wie groß ist die Durchbiegung s des Rundstabs (Abbildung 1 links)?
- Der Rundstab werde nun aus seiner Gleichgewichtslage vertikal leicht ausgelenkt und losgelassen. Wie groß ist der Elastizitätsmodul E des Stabs, wenn die Periodendauer der ungedämpften Schwingung $T_B = 1,64\text{s}$ beträgt? Erinnerung: Das axiale Flächenträgheitsmoment bei kreisförmigem Querschnitt ist $I = \frac{\pi}{4}r^4$
- Der Stab hänge nun vertikal an der Decke, die Masse m sei am unteren Ende befestigt (Abbildung 1 Mitte). Wenn diese Masse nach unten ausgelenkt wird, und damit den Stab um Δl dehnt, wie groß ist dann die Periodendauer T_l der (ungedämpften) Streckschwingung?
- Nehmen Sie jetzt an, daß die Masse $m = 20\text{kg}$ homogen über den an der Decke hängenden Stab verteilt ist. Dieser zylindrische Stab (Radius $r = 0,5\text{cm}$, Länge $l = 1\text{m}$) werde jetzt verdrillt und vollführe (ungedämpfte) Drehschwingungen. Wie groß ist der Schub- / Torsionsmodul G wenn die Periodendauer $T_D = 11\text{ms}$ lang ist und das Trägheitsmoment des Stabes $\Theta = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{kg m}^2$ beträgt? Hinweis: Das Richtmoment $D = \frac{M}{\varphi}$ des Stabes kann zu $D = \frac{G\pi r^4}{2l}$ berechnet werden.
- Um welches Material handelt es sich wohl bei dem Stab?

Aufgabe 3

Eine Person bückt sich nach vorne um ein 200N -Objekt aufzuheben. Statt es „mit den Knien“ aufzuheben, hebt er es „mit dem Rücken“. Betrachten Sie das in Abbildung 1 rechts gezeigte Modell um die beteiligten Kräfte auszurechnen. Die Wirbelsäule und der Oberkörper werden als horizontaler Balken dargestellt mit einem Gewicht von 350N . Die Wirbelsäule biegt sich hauptsächlich am fünften Lendenwirbel. Die Stützkraft wird im Wesentlichen durch den *musculus erector spinae*, dem „Aufrichter der Wirbelsäule“ ausgeübt (eigentlich eine ganze Gruppe von Muskeln). In dem Modell sei er bei einem Abstand von $2/3$ der Oberkörperlänge befestigt um den Rücken in der Position zu halten. Der Winkel zwischen der Wirbelsäule (dem Balken) und diesem Muskel ist $\alpha = 12^\circ$. Berechnen Sie die Spannung T im Rückenmuskel und die Kompressionskraft R_x , die auf die Wirbelsäule drückt.

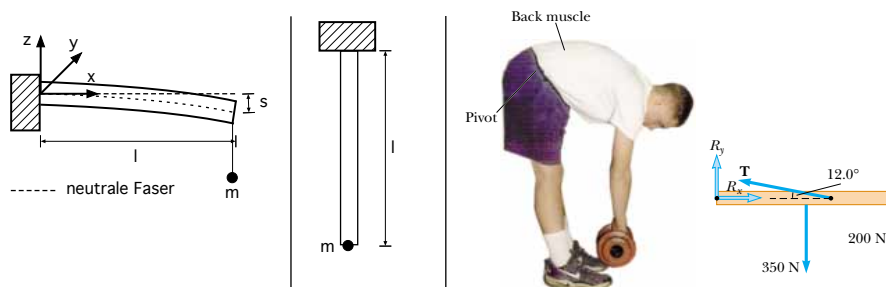


Abbildung 1: Links, Mitte: zu Aufgabe 2. Rechts: zu Aufgabe 3.