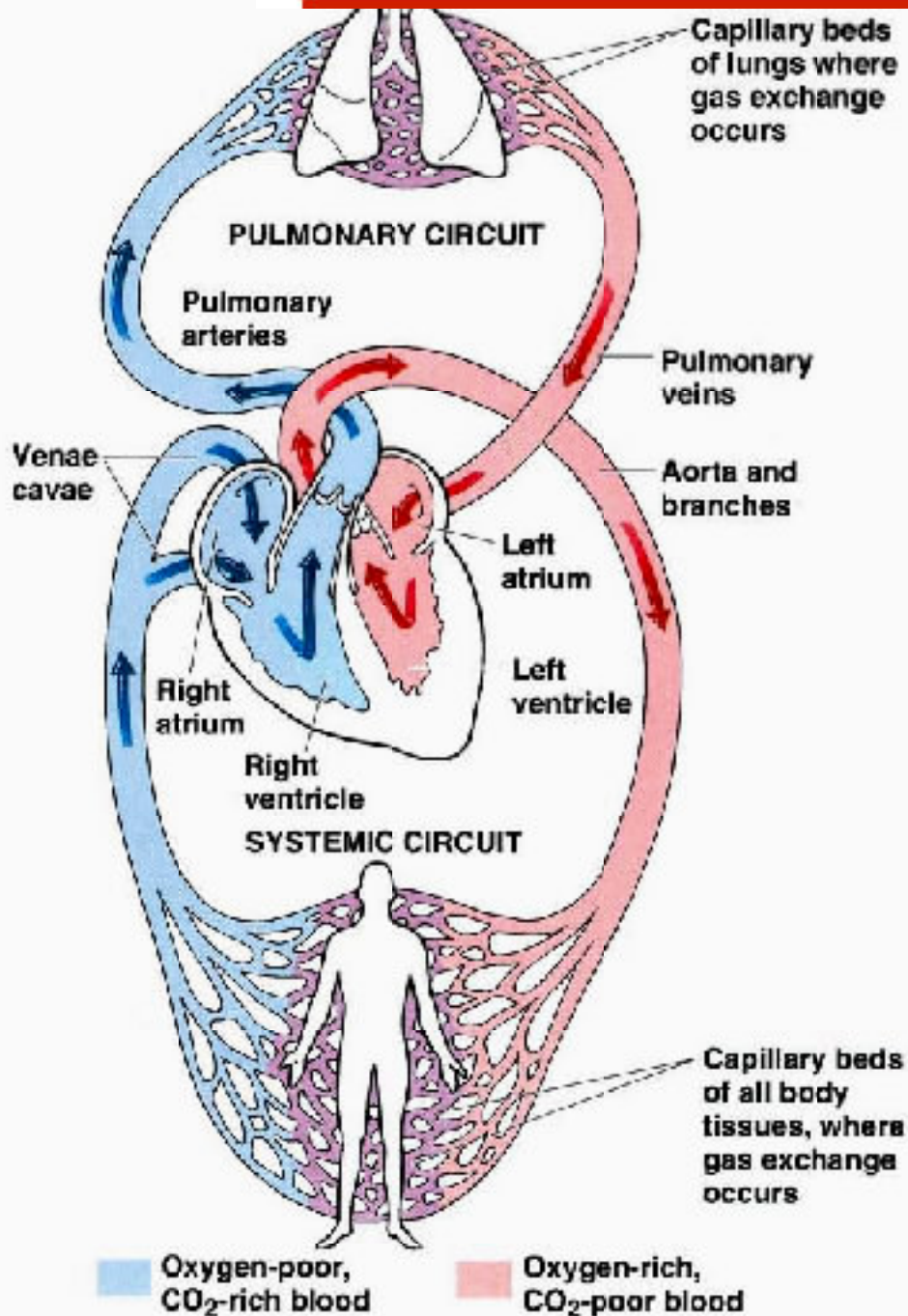


3) Physik des Blutkreislaufs



3) Physik des Blutkreislaufs

3.1 Blut und Blutkreislauf

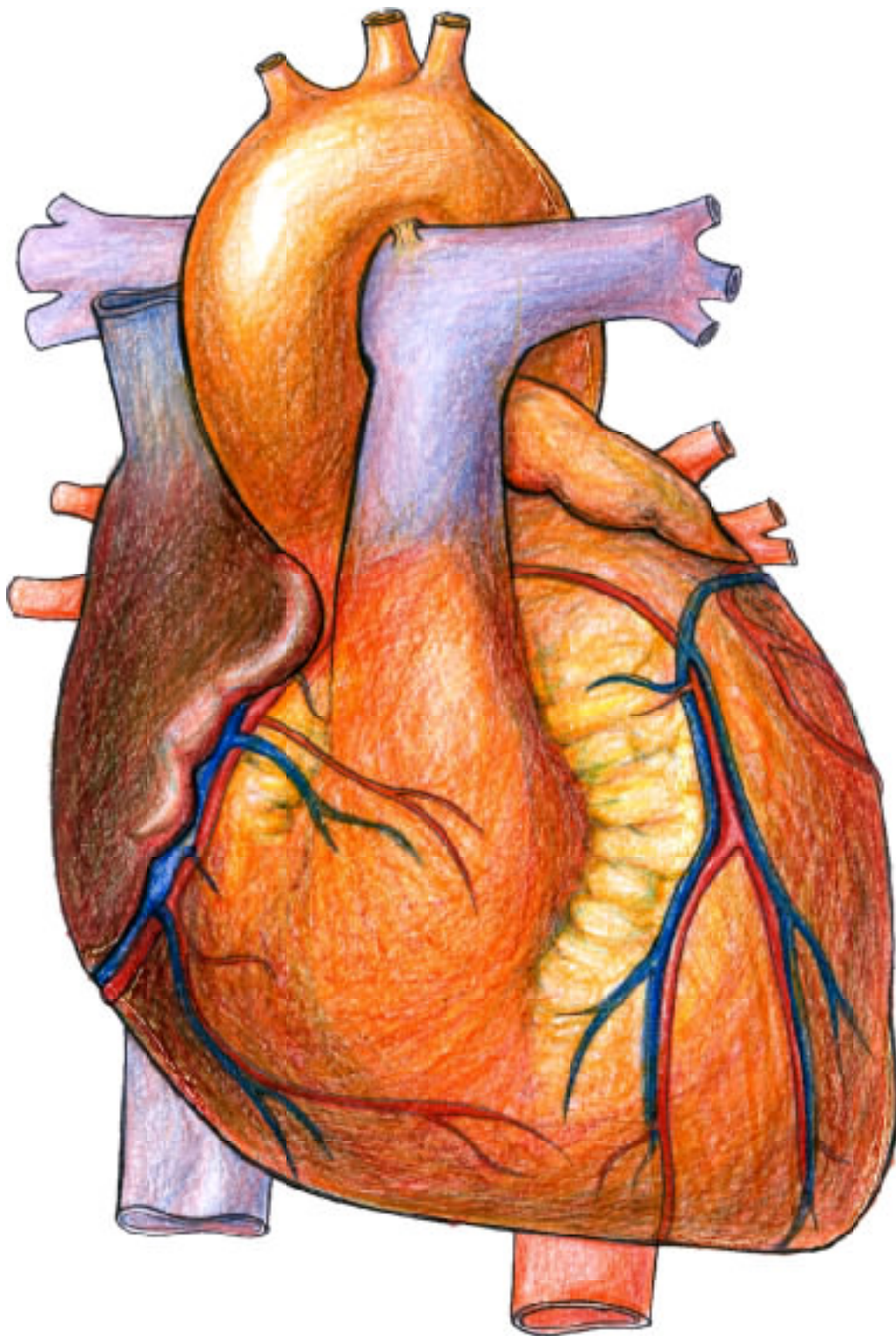
3.2 Flüssigkeiten

**3.3 Laminare und turbulente
Strömungen**

3.4 Das Herz

3.5 Der Blutkreislauf

Herz

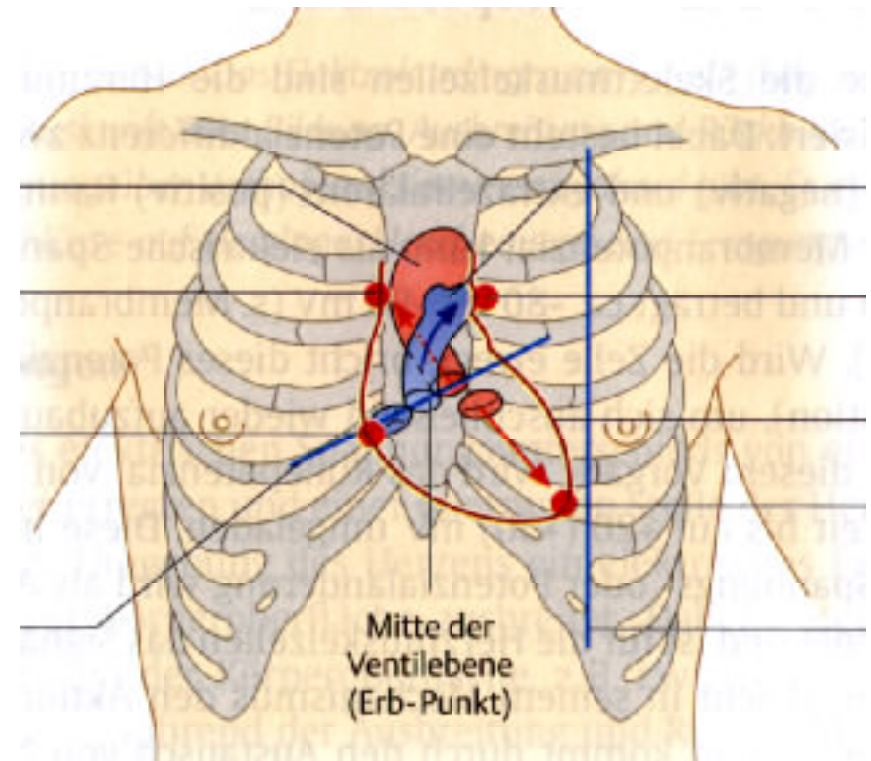


Gewicht: 300 - 350 g

Größe: ~ 15 cm

aufgeteilt in 4 Kammern

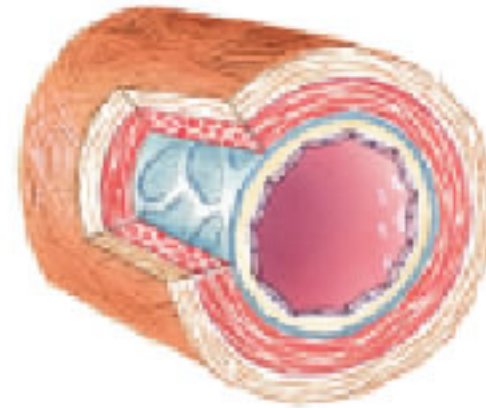
Lage :



Gefäßtypen

Gefäßtyp	mittlerer Durchmesser	mittlere Wandstärke
-----------------	------------------------------	----------------------------

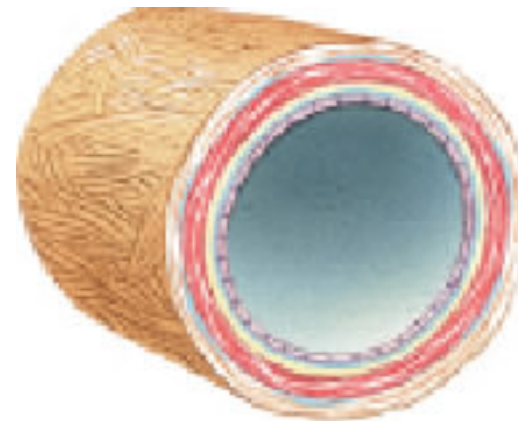
Arterien	4 mm	1 mm
-----------------	-------------	-------------



Kapillaren	8 μm	0.5 μm
-------------------	-----------------------------------	-------------------------------------



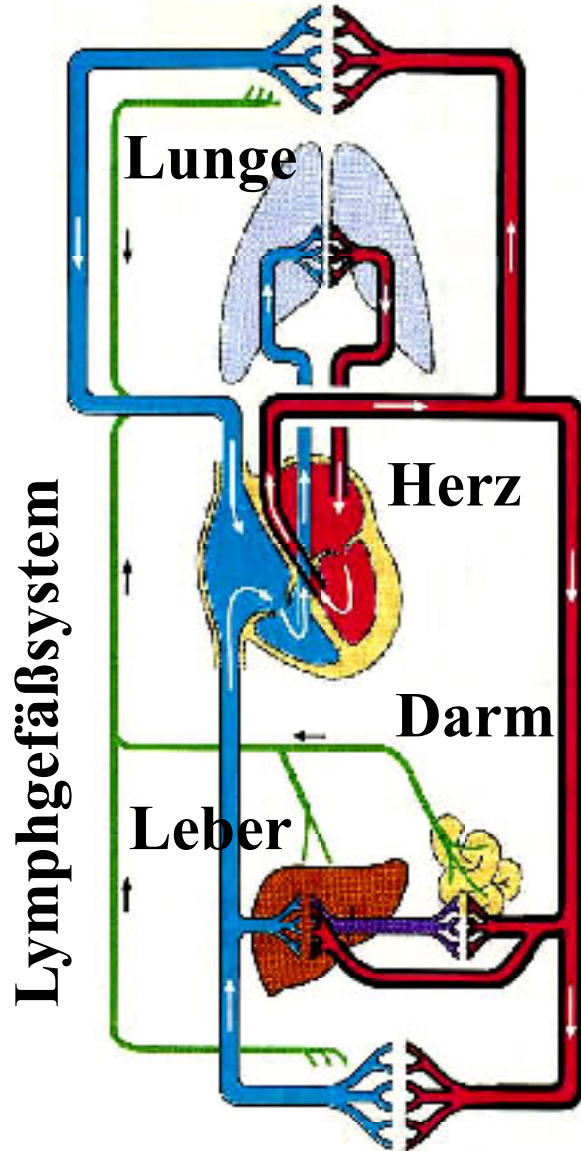
Venen	5 mm	0.5 mm
--------------	-------------	---------------



Kreislauf

- venöses Blut
- arterielles Blut
- Lymphgefäße

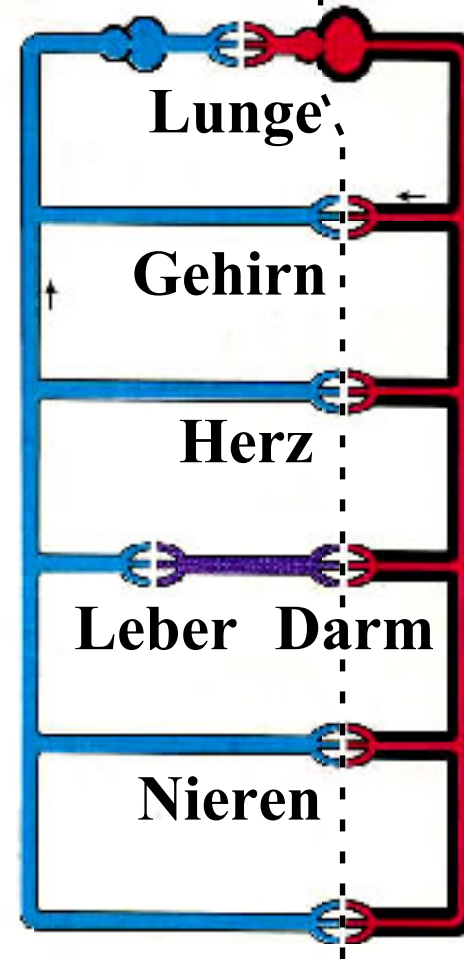
obere Körperhälfte



untere Körperhälfte

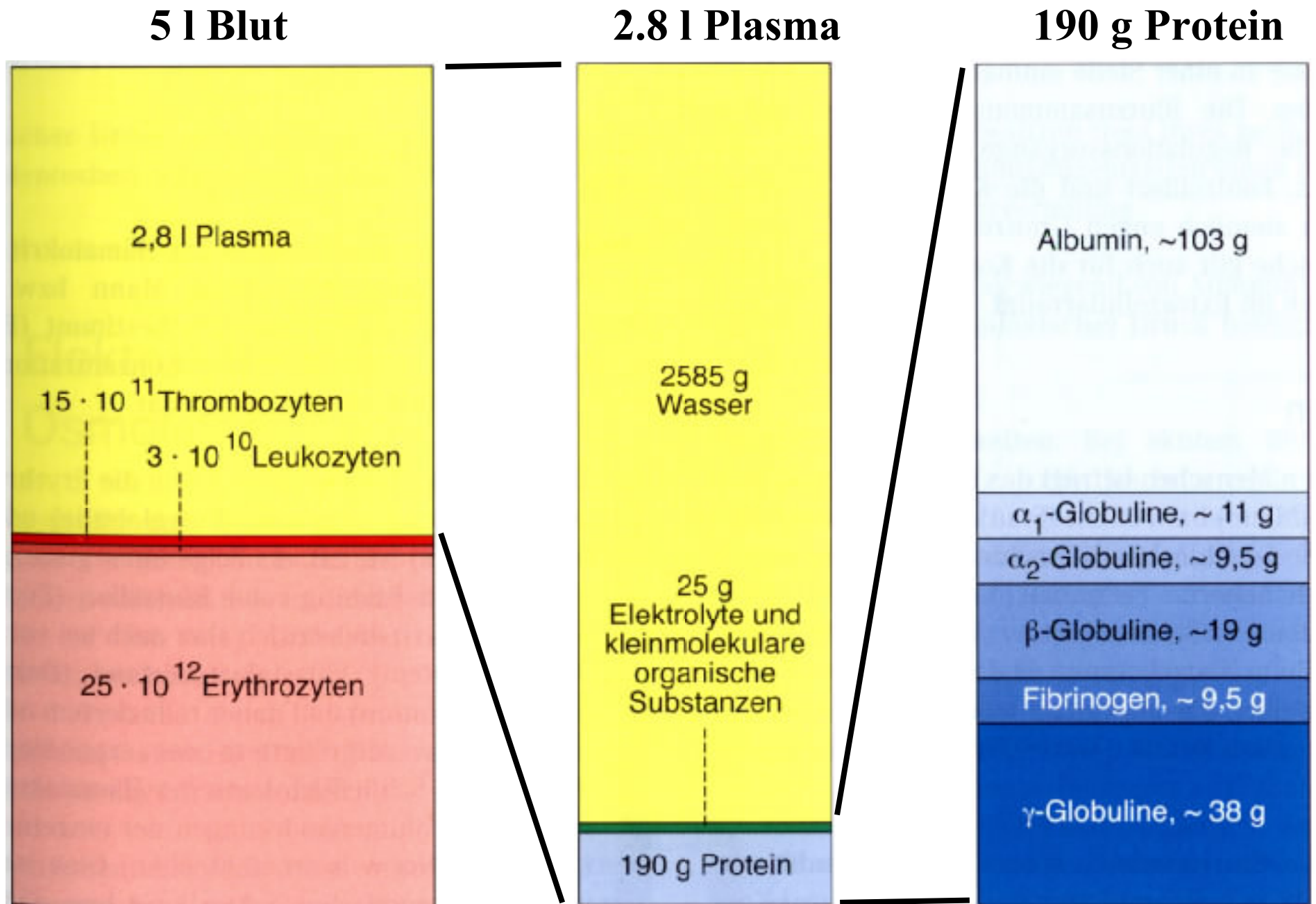
Niederdrucksystem
(Kapazitätssystem)

arterielles System
(Widerstandssystem)

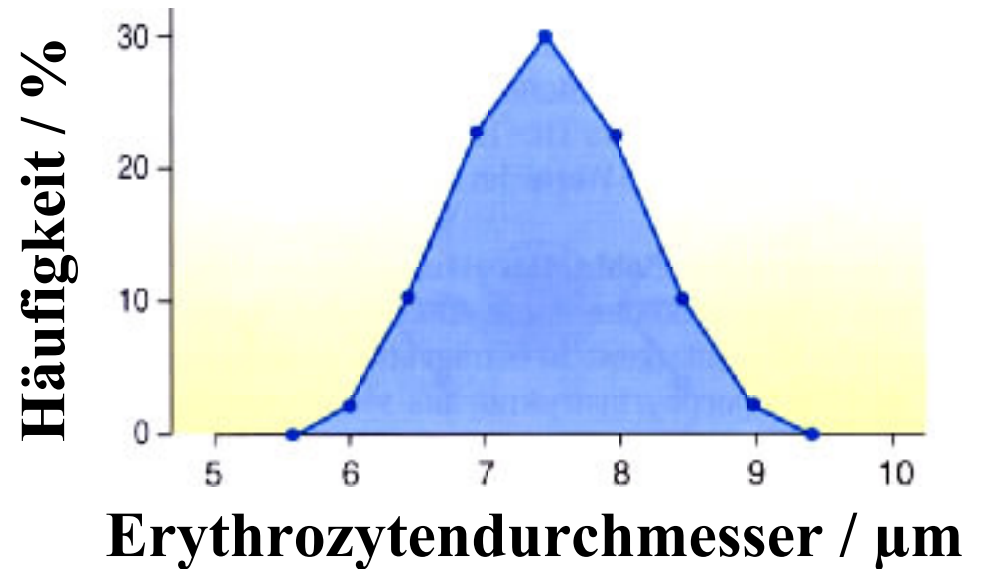
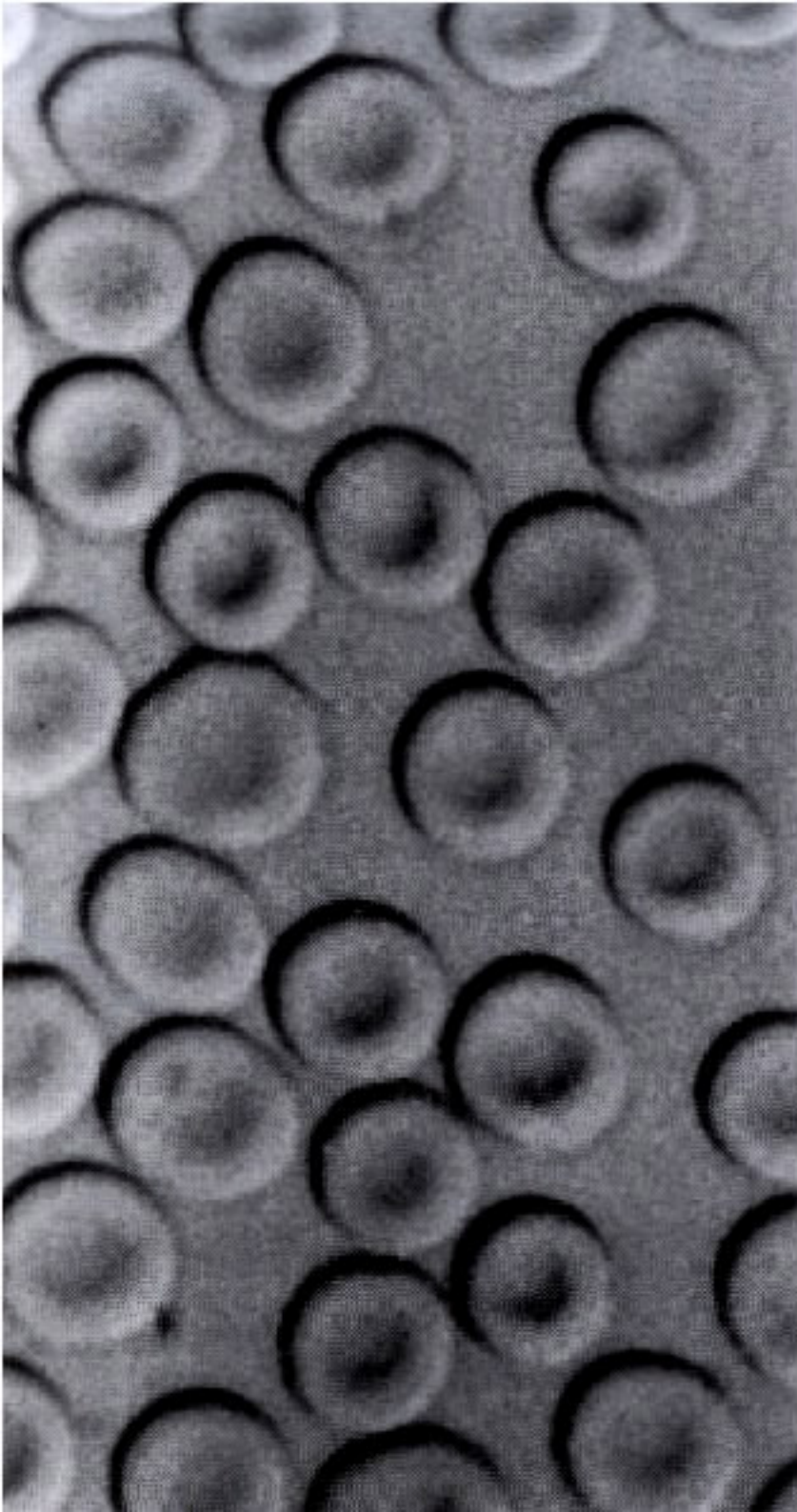


Haut, Muskel, Skelett

Blut: Zusammensetzung



Erythrozyten



**große spezifische Oberfläche:
gutes Aufnahmevermögen**

**gute Verformbarkeit (wichtig für
enge Kapillaren)**

3.2 Flüssigkeiten

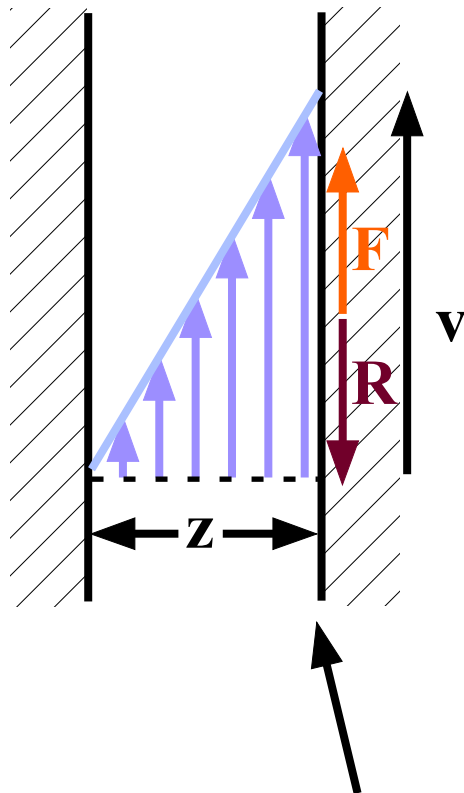
Allgemeine Eigenschaften von Flüssigkeiten



- Gegenseitige Verschiebbarkeit der Moleküle
- Gestalt beliebig

- Erhebliche Kräfte zwischen den Molekülen (Kohäsion)
=> geringe Kompressibilität
- Oberflächenspannung

Viskosität



Fläche A

Platte bewegt mit Geschwindigkeit \vec{v}

$$\tau = \frac{\vec{F}}{A} = \eta \frac{d\vec{v}}{dz}$$

$$\eta = \text{Viskosität} \quad [\eta] = \frac{\text{N s}}{\text{m}^2} = \text{Pa s}$$

Typische Werte:

$$\eta_{\text{Luft}} (p=1 \text{ bar}) = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$$

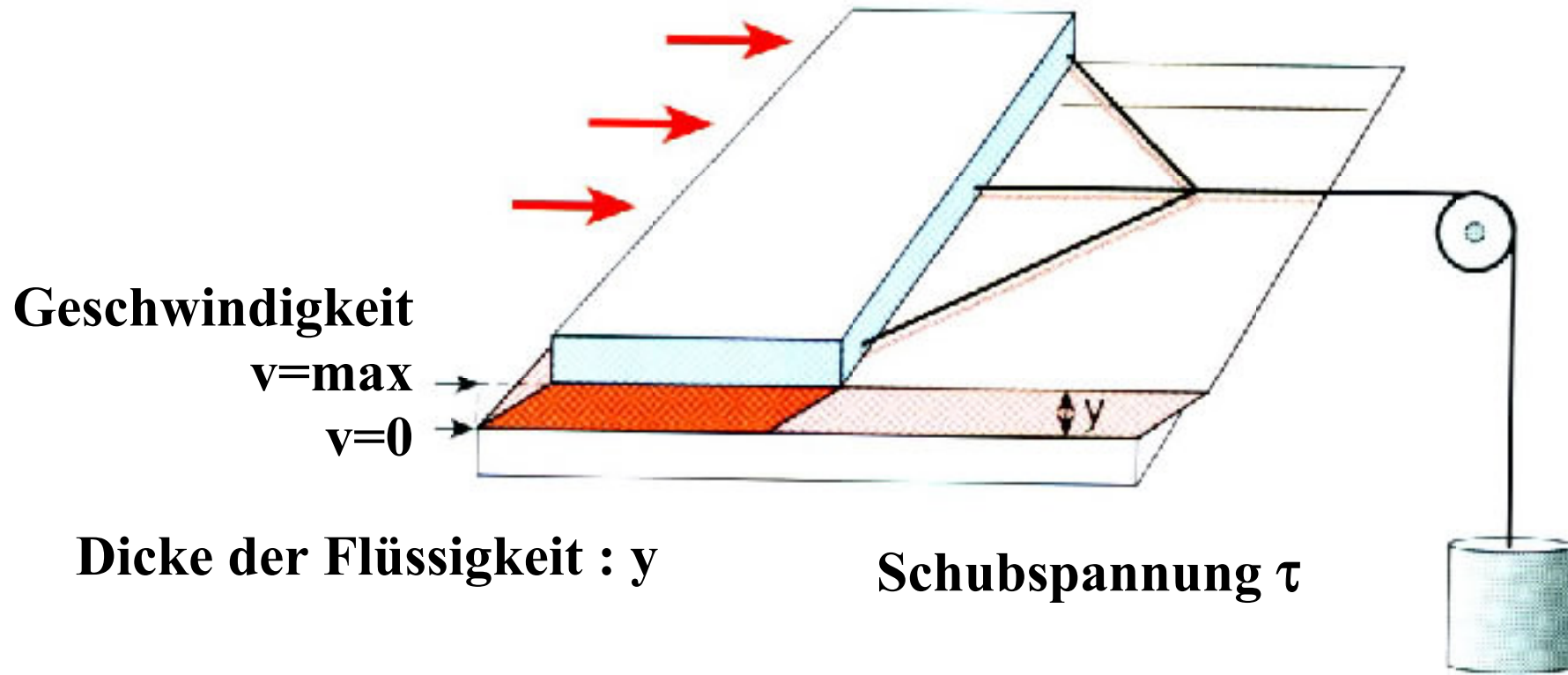
$$\eta_{\text{H}_2\text{O}} (T=293 \text{ K}) = 10^{-3} \text{ Pa s}$$

$$\eta_{\text{Blut}} \sim 10 \eta_{\text{H}_2\text{O}}$$

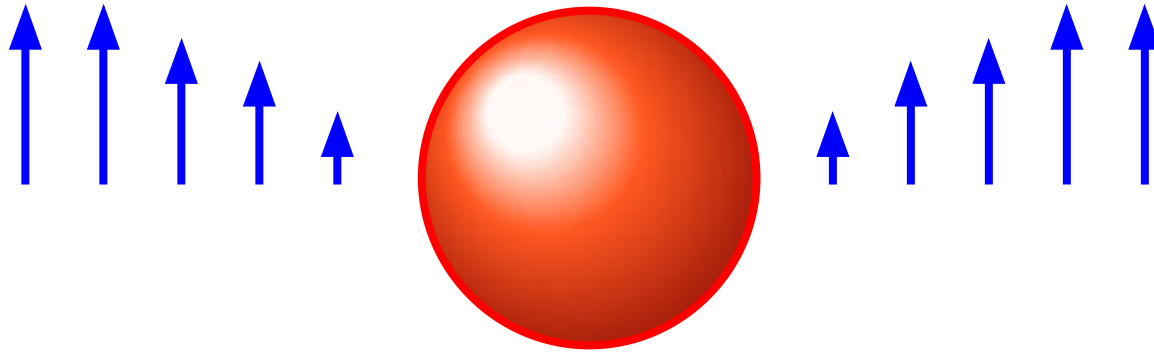
Newton'sche Flüssigkeiten

Newton'sche Flüssigkeiten: Viskosität nur abhängig von Temperatur und Druck (nicht von v)
Bsp: Wasser

Temperaturabhängigkeit für Flüssigkeiten: $\eta = \eta_{\infty} e^{E_a/k_B T}$
 E_a = Aktivierungsenergie



Laminare Strömung um Kugel



Kugel fällt durch Flüssigkeit. Abschätzung: $\frac{dv}{dz} \approx \frac{v}{r}$

=> Reibungskraft:
$$F_R = -\eta \frac{dv}{dz} \cdot 4\pi r^2 = -4\pi\eta v r$$

Genauere Rechnung ergibt das Stokes-Gesetz:

$$F_R = -6\pi\eta v r$$

Viskosimeter

Das Gesetz von Stokes kann zur Messung der Viskosität dienen:

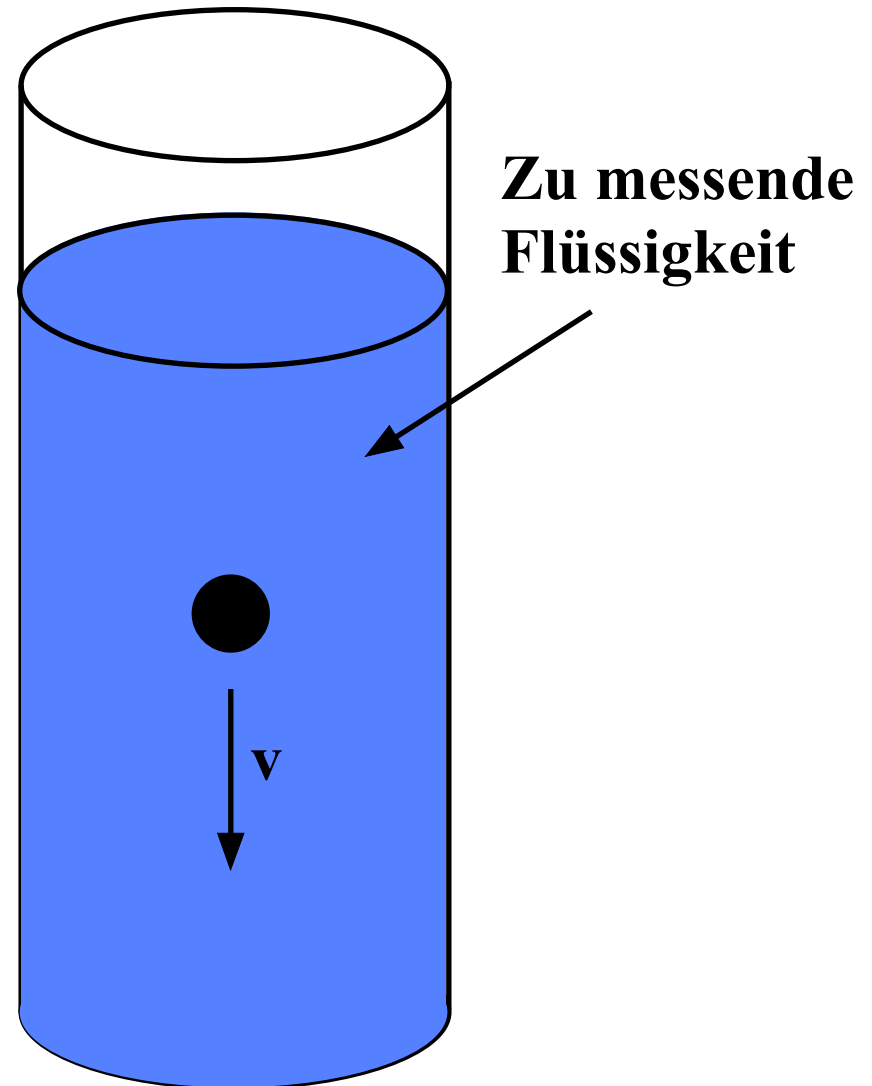
- Kugelfallmethode:

Kugel (Radius r) sinkt durch Flüssigkeit (Dichte ρ).

$$F_R = F_G - F_A$$

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_K - \rho_{Fl})}{9v}$$

- Andere Methode:
Kapillarviskosimeter
beruht auf Hagen-Poiseuilleschem
Gesetz (-> später)**

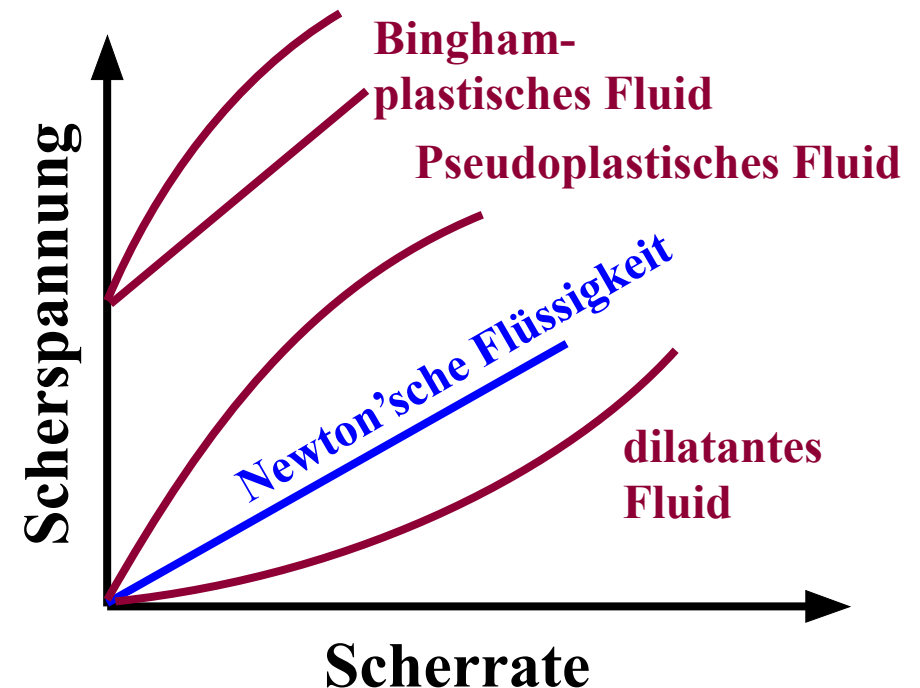


Nicht-Newton'sche Flüssigkeiten

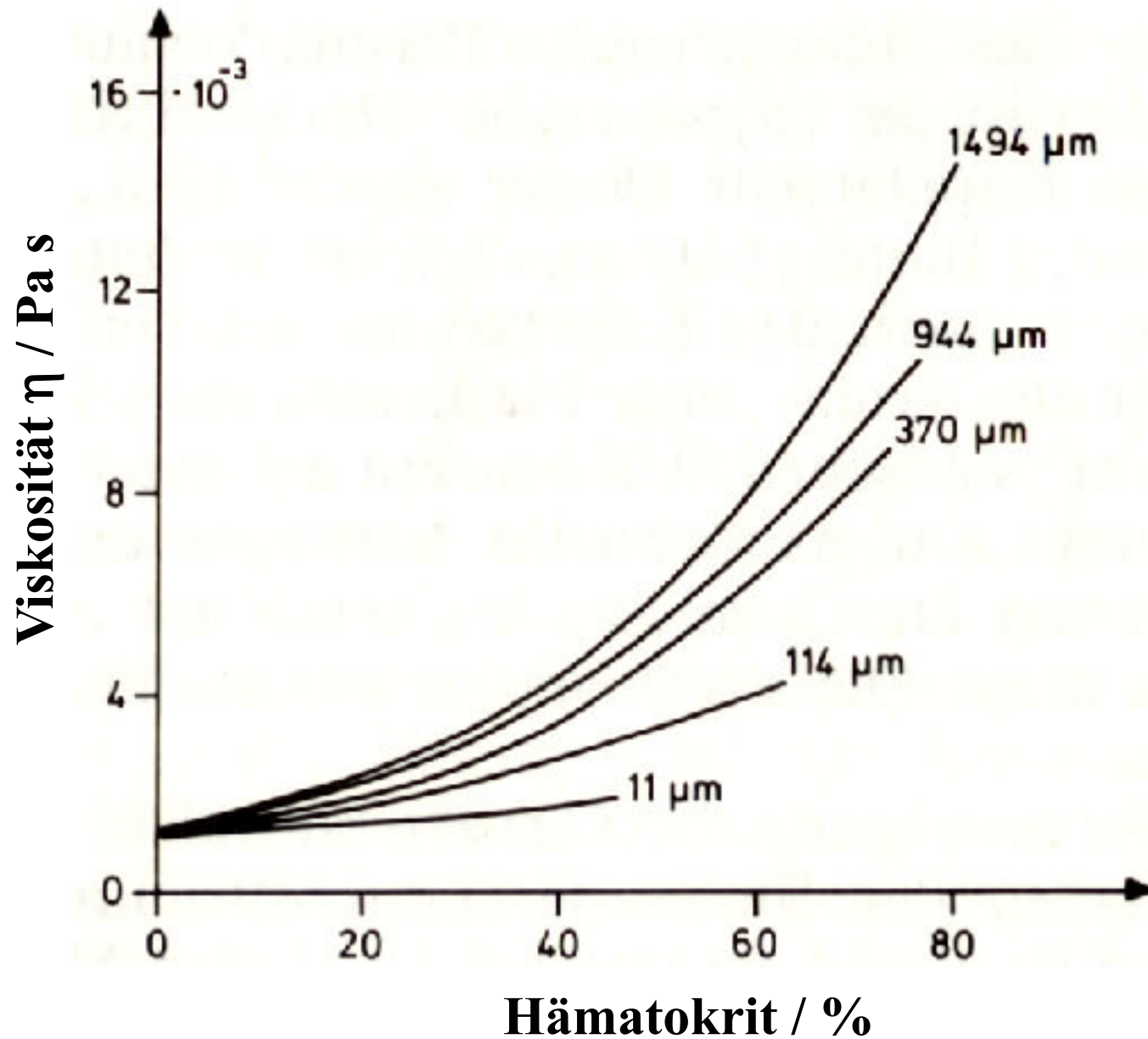
Newton'sche Flüssigkeiten: Viskosität nur abhängig von Temperatur und Druck (nicht von v)
Bsp: Wasser

Temperaturabhängigkeit für Flüssigkeiten: $\eta = \eta_{\infty} e^{E_a/k_B T}$
 E_a = Aktivierungsenergie

Nicht-Newton'sche Flüssigkeiten:
Viskosität allgemeine Funktion der Scherrate

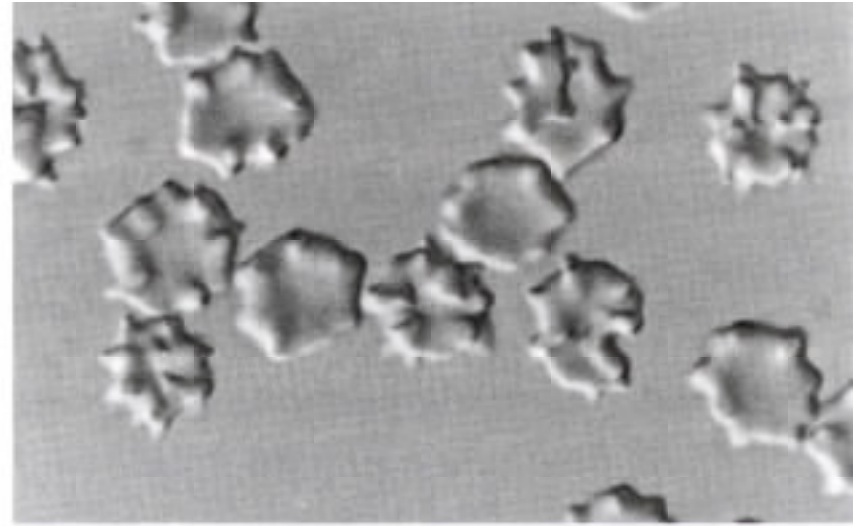
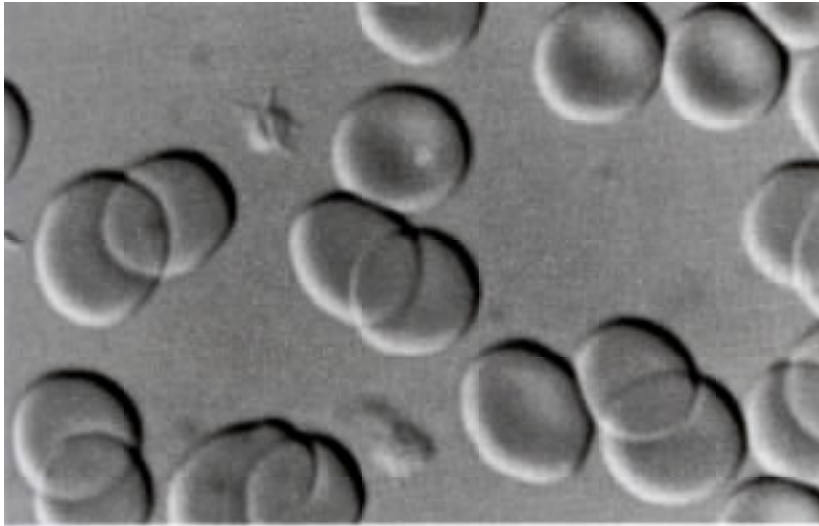


Viskosität von Blut

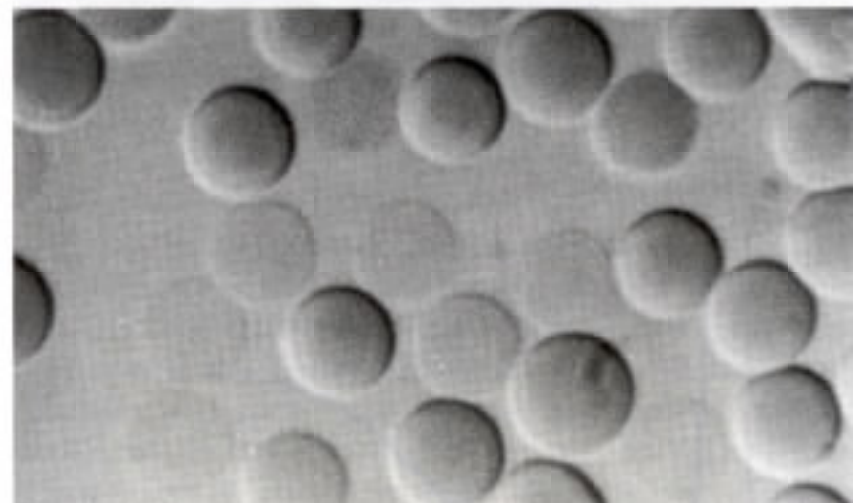
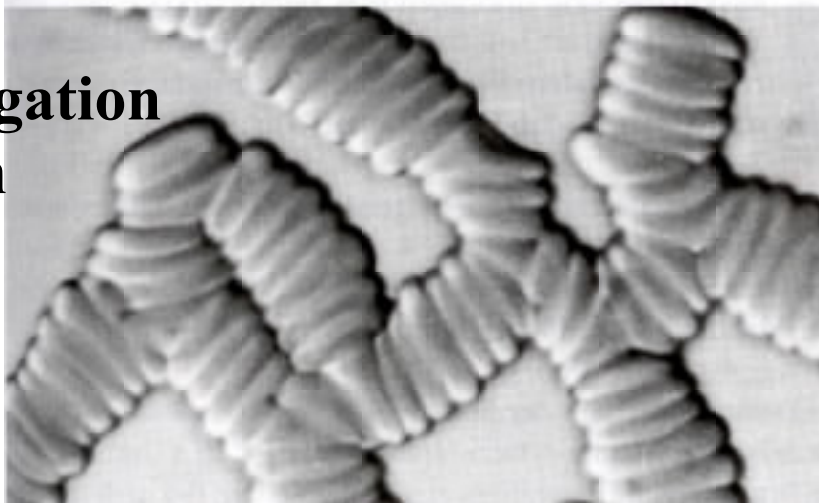


Viskosität des Blutes

**hyperosmales
Medium**



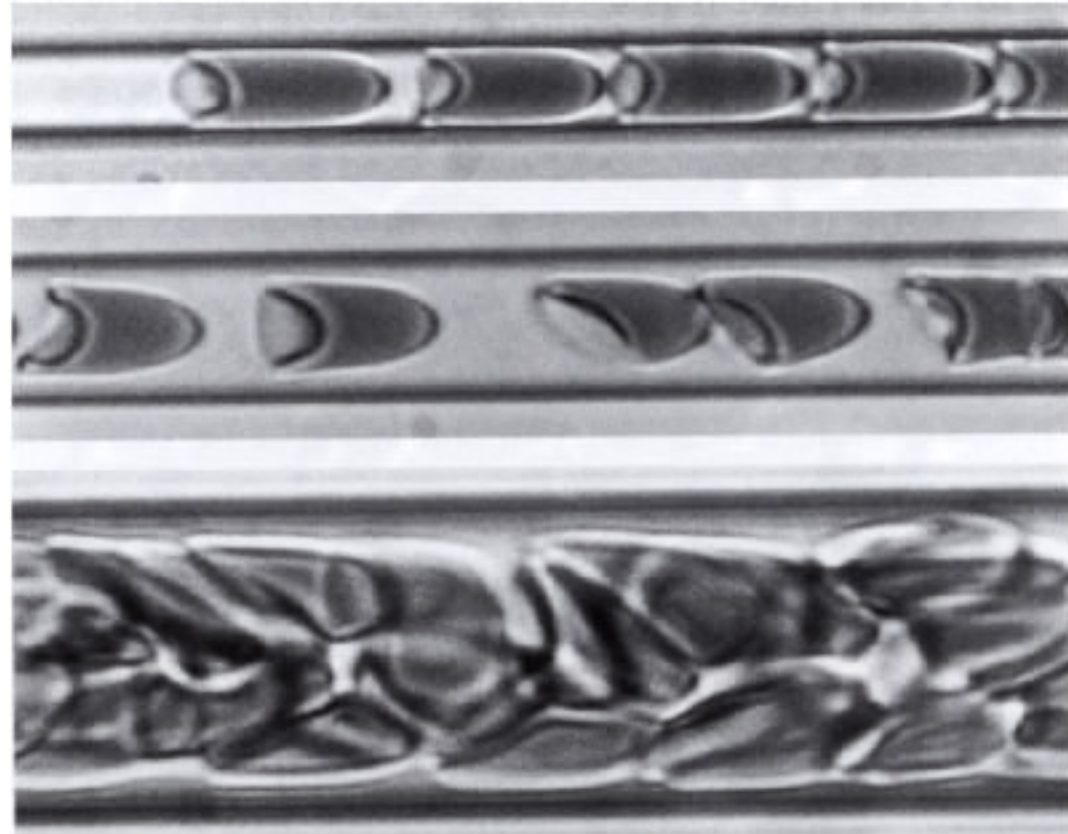
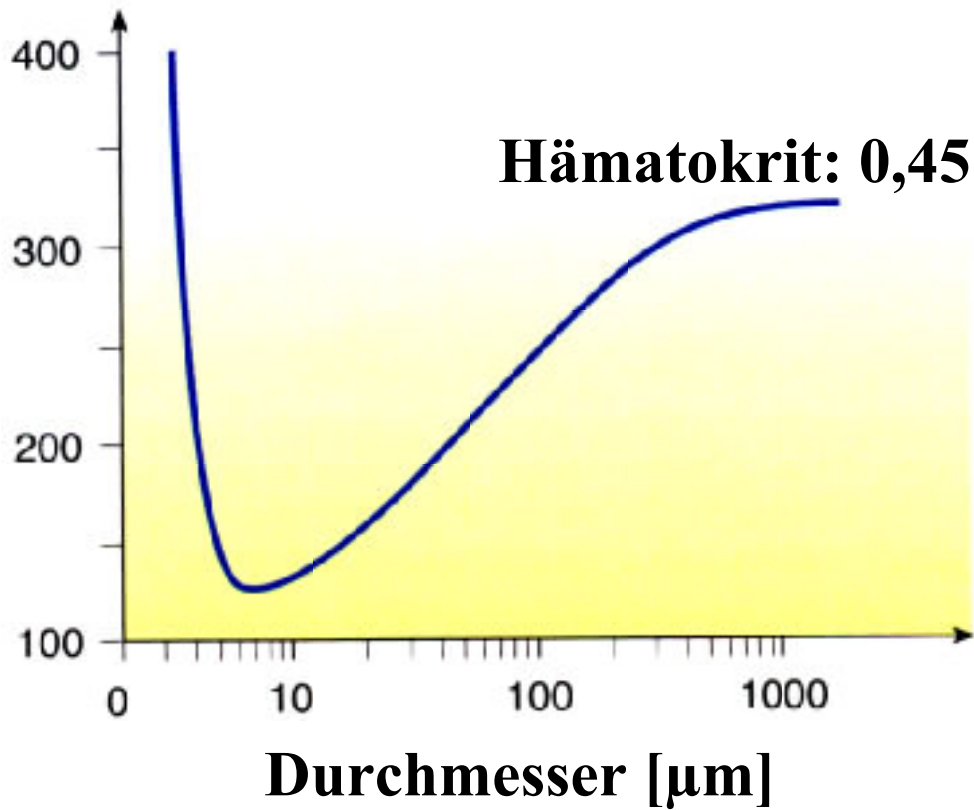
**Aggregation
v klein**



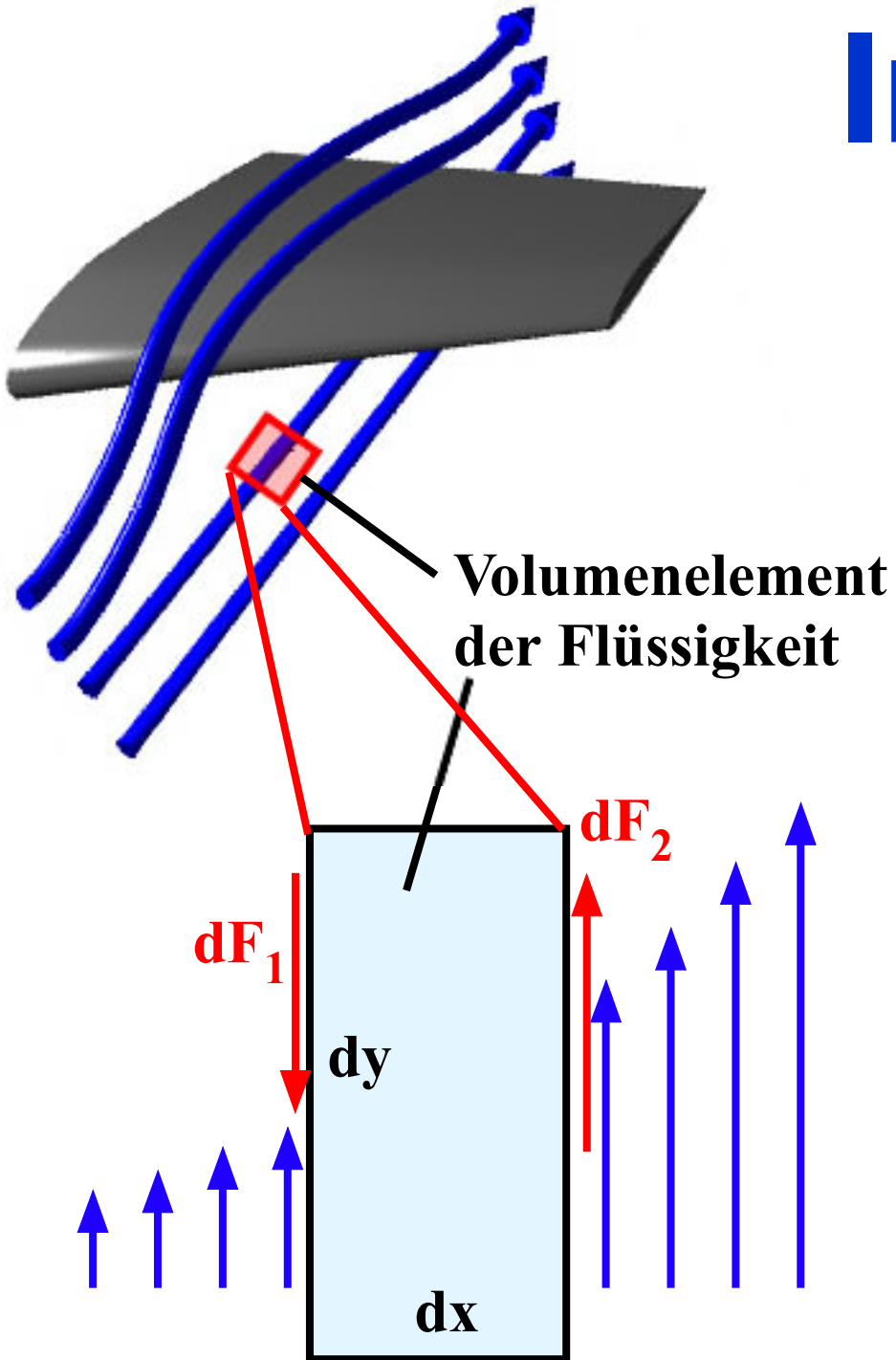
**hypoosmales
Medium**

Viskosität des Blutes

**Blutviskosität in % der
Plasmaviskosität**



Innere Reibung



Flüssigkeitsschichten gleiten aneinander vorbei

Resultierende Kraft auf Volumenelement dV :

$$dF_r = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial^2 x} dV$$

↑
Krümmung

Navier-Stokes Gleichung

zusammenfassend gilt für inkompressible Flüssigkeiten

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \right) = \vec{\nabla} p + \eta \Delta \vec{v}$$

nichtlineare DGL !

(Bei Strömungen mit vernachlässigbarer Reibung, $\eta \approx 0$, ergibt sich die Euler-Gleichung)

Kontinuitätsgleichung:

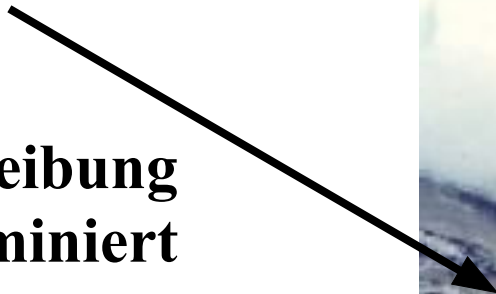
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

3.3 Laminare Strömung

Turbulent



Laminar



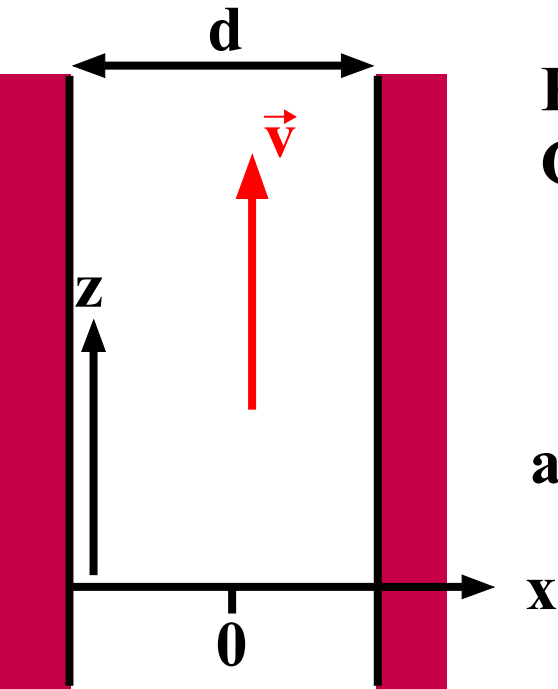
**Innere Reibung
dominiert**

Typisch für Blutzirkulation



Spaltströmung

Laminare Strömung
zwischen 2 festen Platten
im Abstand d



Kräftegleichgewicht und
Geschwindigkeitsprofil:

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

Reibungskraft

Druckkraft

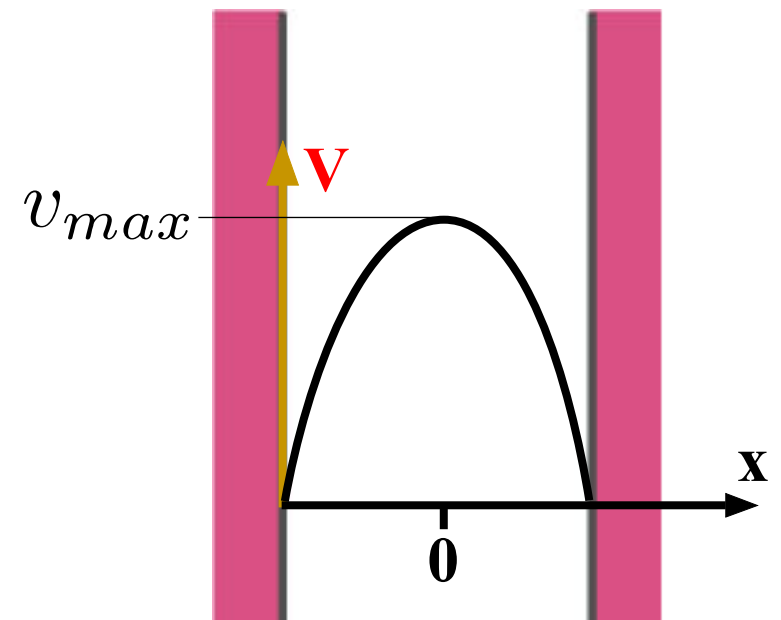
allgemeine Lösung:

$$v(x) = - \frac{x^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + c_1 x + c_2$$

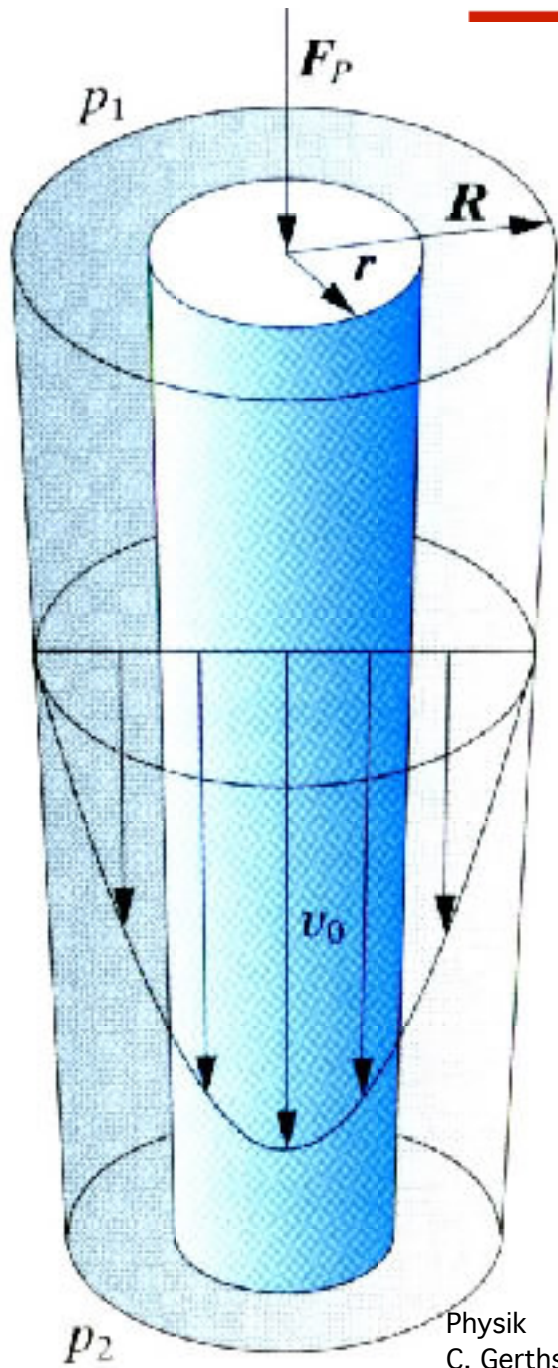
Randbedingung: $v(\pm d/2) = 0$

$$v(x) = v_{max} \left(1 - 4 \frac{x^2}{d^2}\right)$$

mit
$$v_{max} = \frac{d^2}{8\eta} \frac{\partial p}{\partial z}$$



Laminare Rohrströmung



$$v(r) = v_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Hagen-Poiseuillesches Gesetz:

$$\dot{V} = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4$$

Volumenstrom ist proportional zur vierten Potenz des Zylinderradius! (-> Stenosen)

Strömungstypen

Klassifizierung von stationären Strömungen ($dv/dt=0$)

Ausgangspunkt: Navier-Stokes-Gleichungen:

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{\eta}{\rho} \vec{\nabla}^2 \vec{v}$$

Grobe Abschätzung der Größenordnungen:

$$\underbrace{\frac{\rho v^2}{l_1}}_{\text{Beschleunigung}} \approx \underbrace{\frac{p}{l_2}}_{\text{Druck}} + \underbrace{\frac{\eta v}{l_3^2}}_{\text{Reibung}}$$

Fallunterscheidung

$$\underbrace{\frac{\rho v^2}{l_1}}_{\text{Beschleunigung}} \approx \underbrace{\frac{p}{l_2}}_{\text{Druck}} + \underbrace{\frac{\eta v}{l_3^2}}_{\text{Reibung}}$$

Vernachlässigung der Reibung: $\frac{\eta v}{l_3^2} \ll \frac{p}{l_2}$

$$\Rightarrow p \approx \frac{1}{2} \rho v^2$$

statischer Druck; “unwichtig” für Medizinphysik

Vernachlässigung der Trägheitskraft: $\frac{\rho v^2}{l_1} \ll \frac{p}{l_2}$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} p = \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v}$$

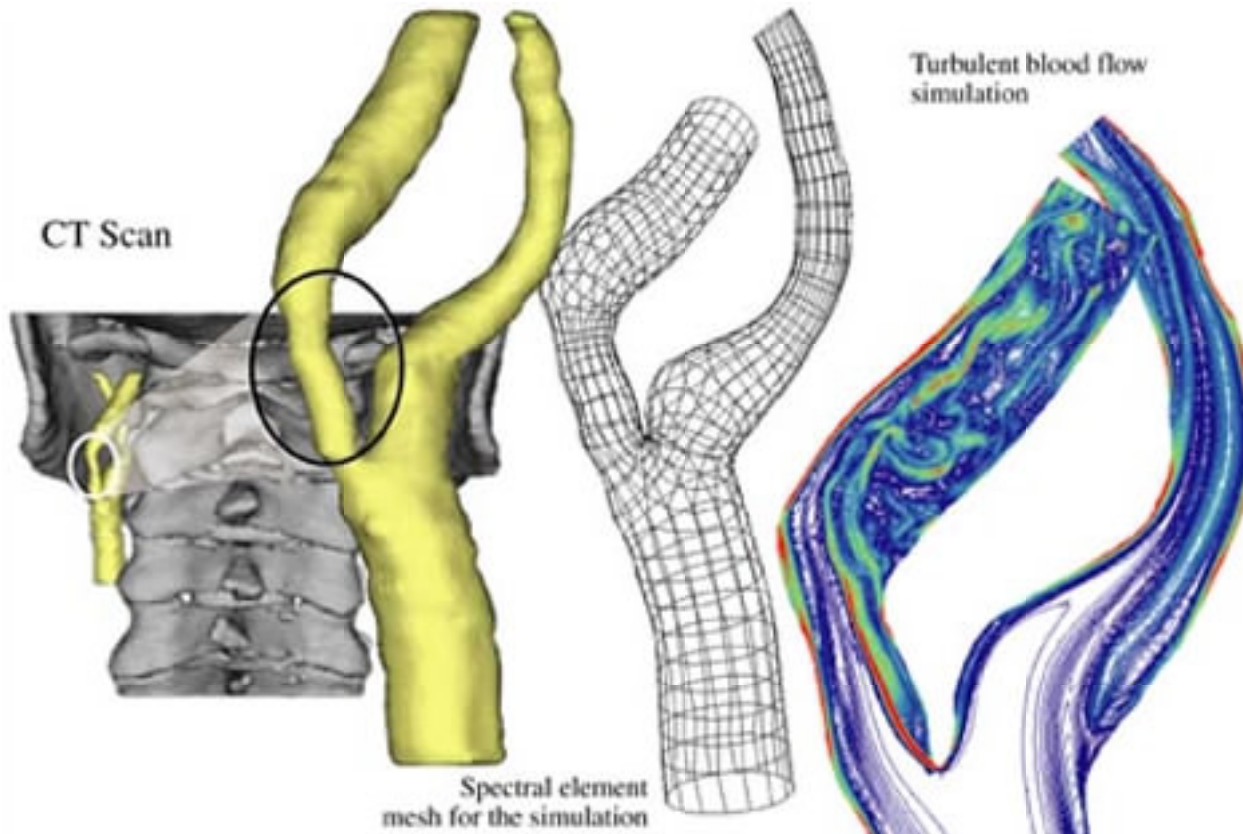
laminare Strömung

Turbulenz

Laminare Strömung wichtig bei Blutzirkulation.

Laminare Strömung kann in turbulente Strömung umschlagen

- Störung (Verengung)
- Zu große Geschwindigkeiten



Bereich Reynoldszahlen

The outstanding feature of arterial blood flow is its pulsatile character. The sudden ejection of the blood into the aorta from the left ventricle produces a wave of increased pressure and flow. Because of this it is difficult to characterize the flow in arteries as laminar or turbulent using Reynold's number. Another complicating factor is formed by the many existing branches and bendings which may result in laminar whirls.

	v [m/s]	$2R$ [m]	dv/dz [1/s]	R_e
Aorta	0,48	$2,5 \cdot 10^{-2}$	155	340
Arterie	0,45	$4 \cdot 10^{-3}$	900	500
Arteriole	0,05	$5 \cdot 10^{-5}$	8000	0,7
Kapillare	10^{-3}	$8 \cdot 10^{-6}$	1000	$2 \cdot 10^{-3}$
Venüle	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$	800	10^{-2}
Vene	0,1	$5 \cdot 10^{-3}$	160	1400
Vena cara	0,38	$3 \cdot 10^{-2}$	100	3300

Ähnlichkeit

Strömungen von Objekt O und Modell M verhalten sich ähnlich, wenn sie

- **ähnliche Geometrie besitzen,**
- **ihre Reynoldszahlen übereinstimmen,**

$$Re_M \approx Re_O$$

- **und sie zusätzlich gleiche Euler-Zahlen**

$$\frac{p_M}{\rho_M v_M^2} \approx \frac{p_O}{\rho_O v_O^2}$$

haben.

NASA Windkanal mit Flugzeugmodell
(http://en.wikipedia.org/wiki/Wind_tunnel)

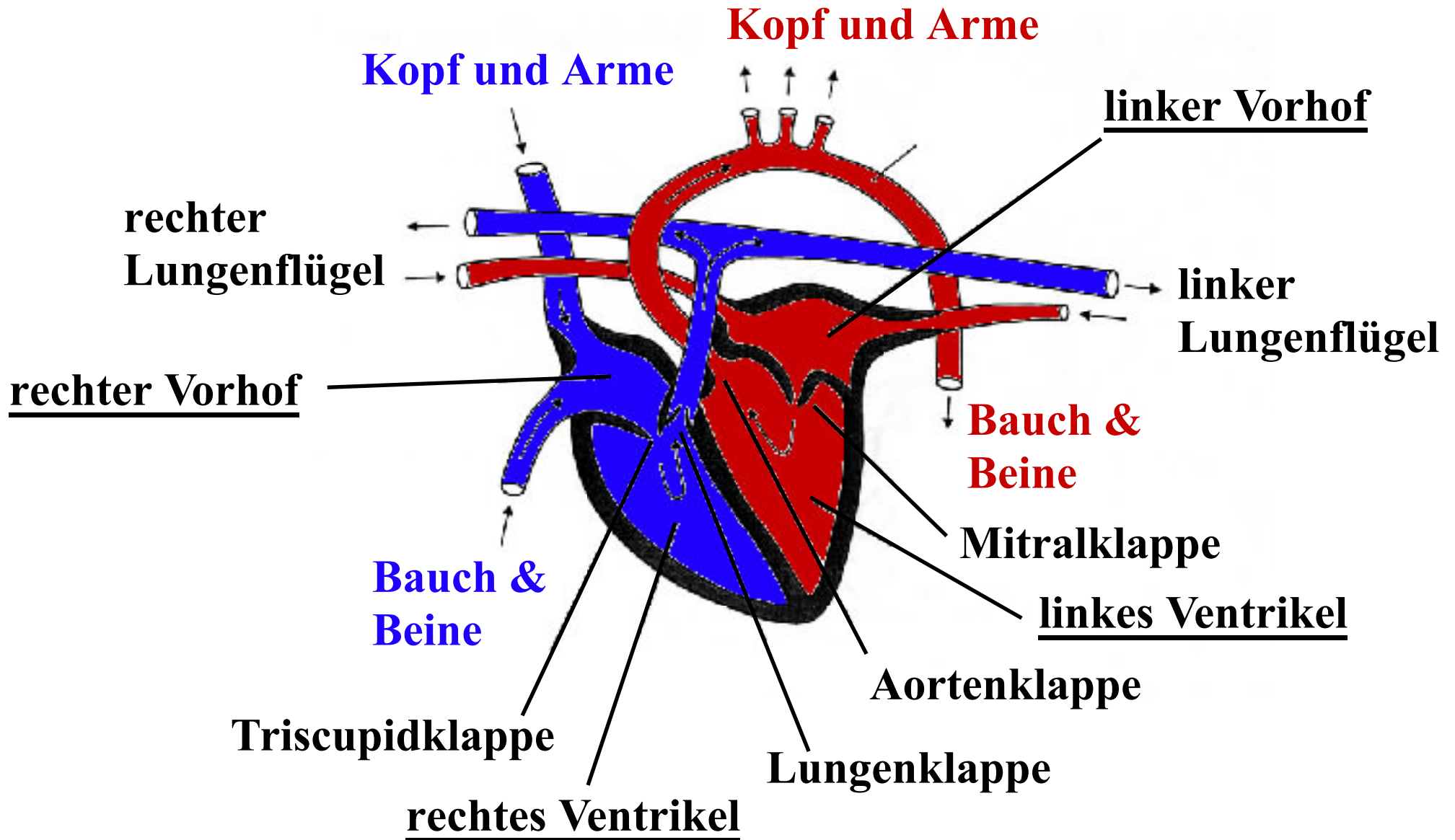


O₂-armes,
CO₂-reiches
Blut

O₂-reiches,
CO₂-armes
Blut

3.4 Das Herz

Anatomie und Physiologie
H. Zankl, E. Friedrich (Mitarbeit von G. Seidel, E. Ritter) MPT0001
nachbearbeitet



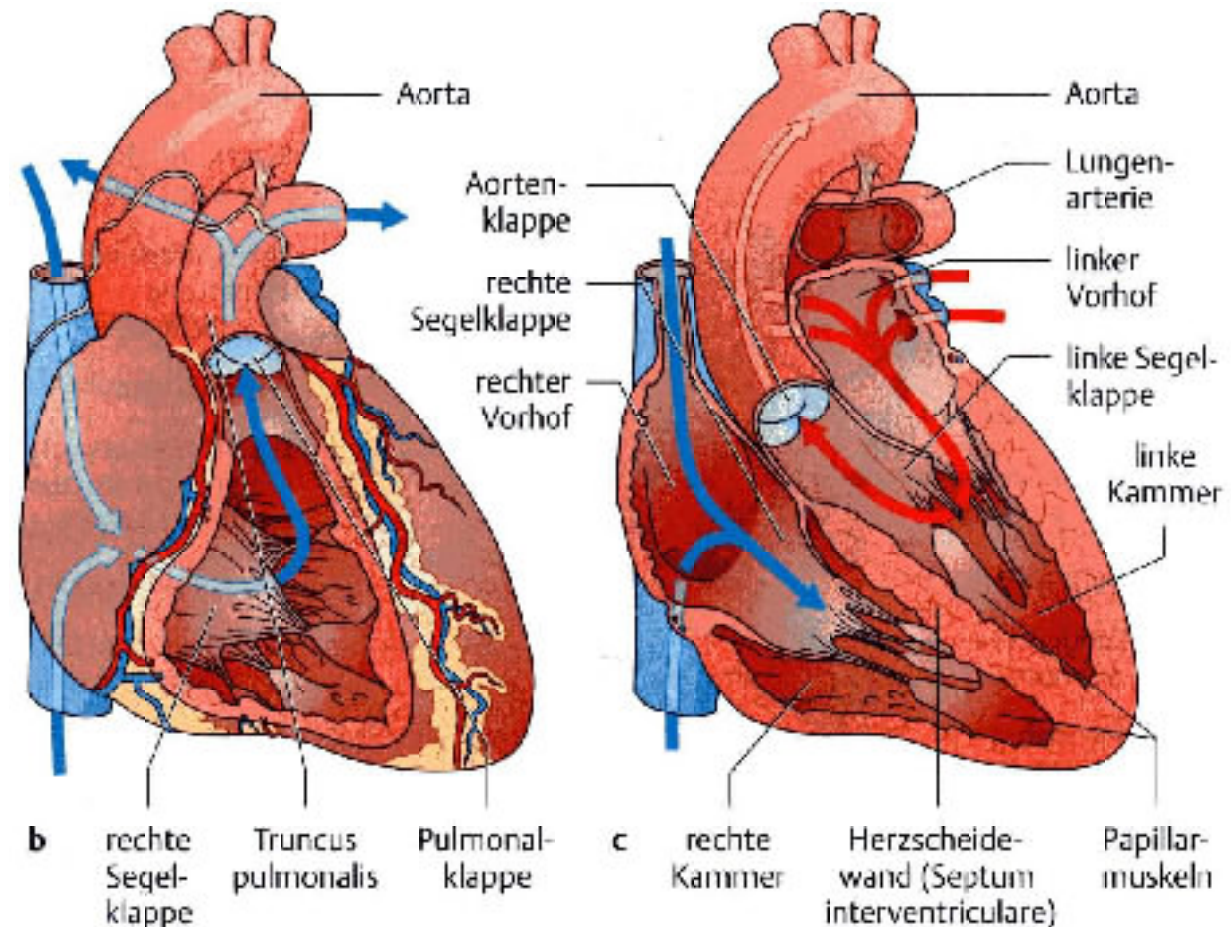
Pumpleistung

Pumpleistung durch Muskelkontraktion des Herzmuskels; bestimmt durch Frequenz und Schlagvolumen des geförderten Blutes (5L bis 30L pro Min.)

Systole: zusammenziehen

Diastole: wiederentspannen

Bei Systole wird l. Herzkammer nur ca. 60ml von 130ml in Aorta entleert.



Phasen des Herzzyklus

Systole **Diastole**

Anfang Aorta

Linker Ventrikel

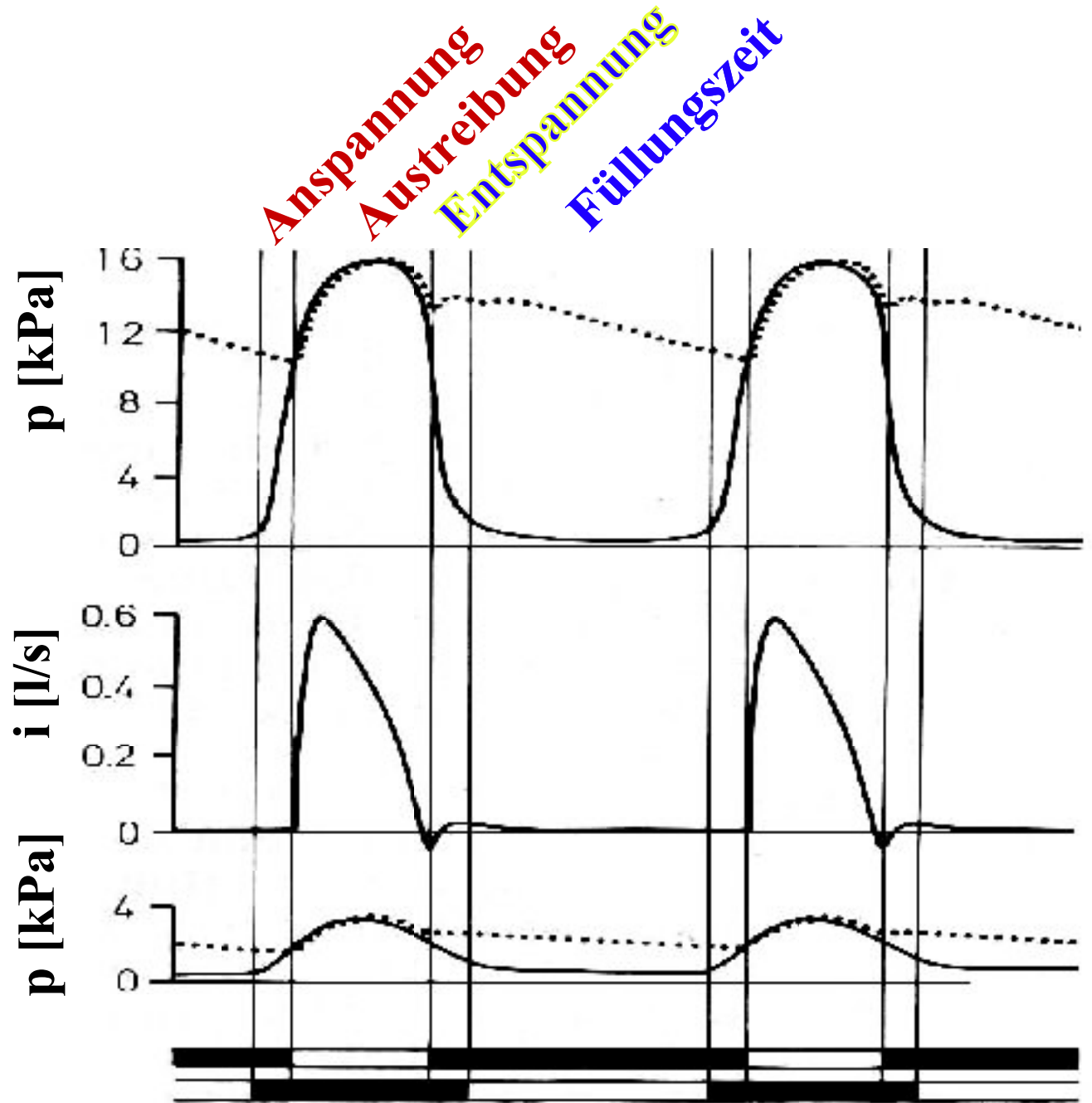
Anfang Aorta

Pulmonararterie

Rechter Ventrikel

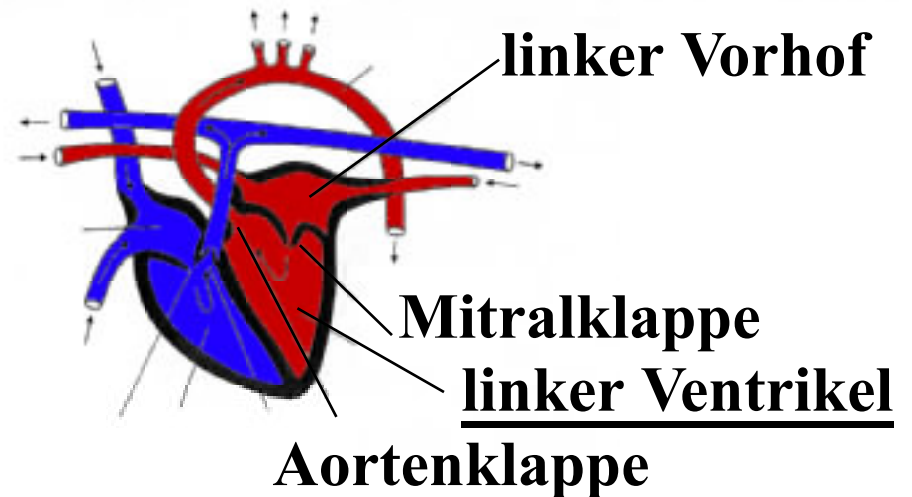
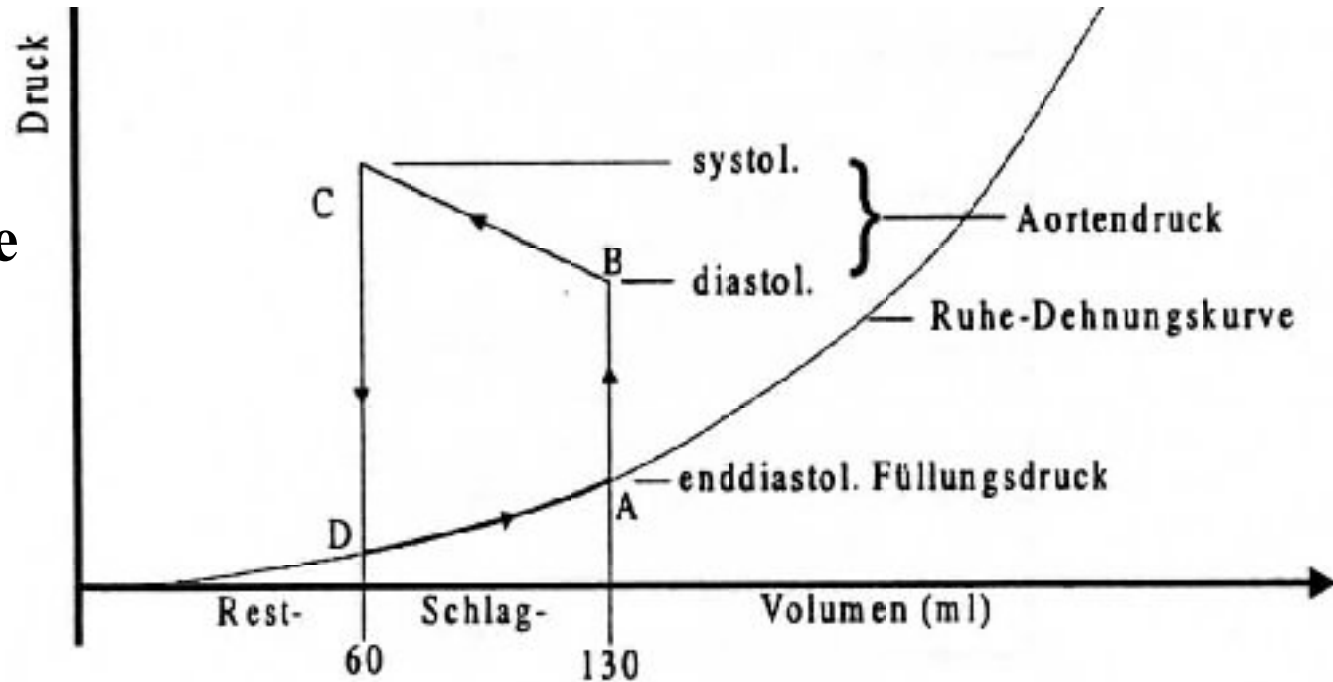
A- und P-Klappe

M- und T-Klappe

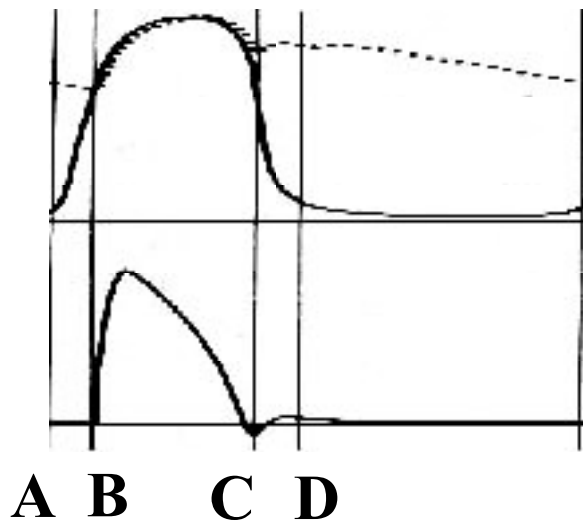


Pumpzyklus

pV-Diagramm des linken Ventrikels



- A-B: isovolumetrische Ausgangsphase**
- B-C: Austreibungsphase**
- C-D: isovolumetrische Entspannungsphase**
- D-A: Füllungsphase gemäß Ruhe-dehnungskurve**



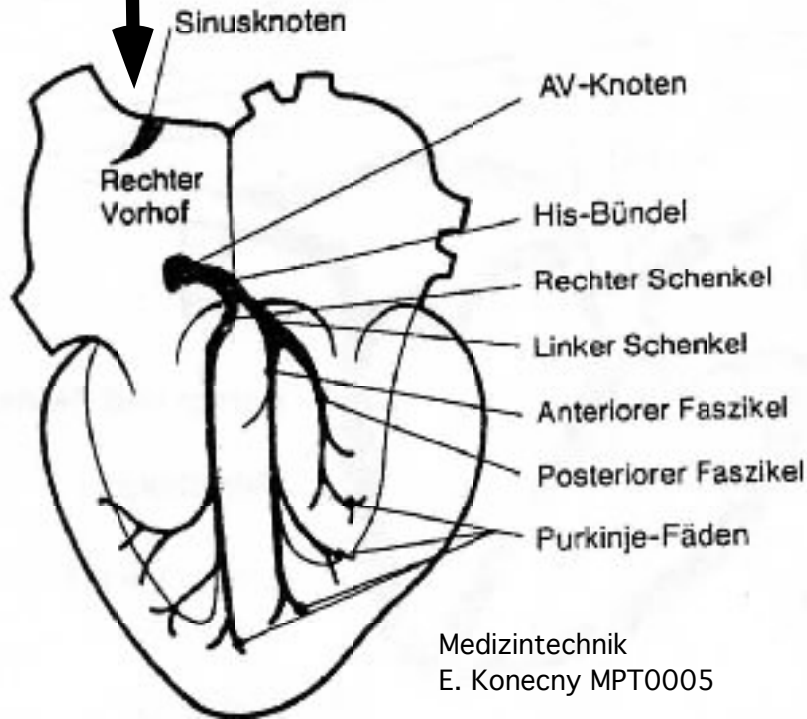
Aortenklappe
Mitralklappe

Herzmuskel

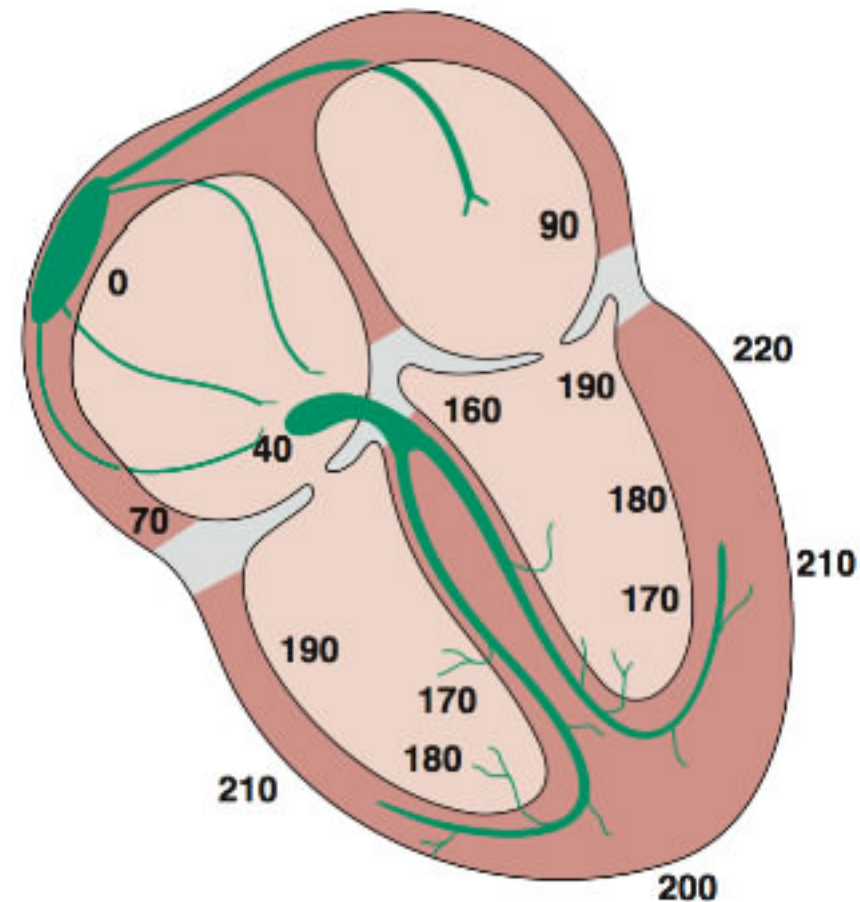
**Aufgabe: Koordinierte Kontraktion der vier Hohlräume
(re./li. Atrium, re./li. Ventrikel) für effektive Pumpleistung**

Myokard: Arbeitszellen, die sich auf elektrischen Reiz hin verkürzen

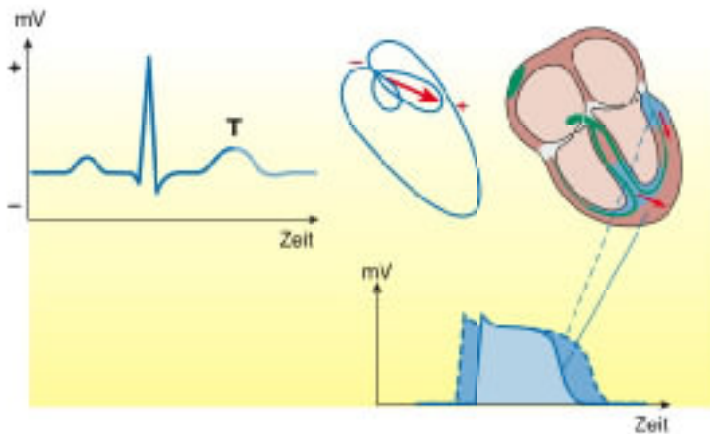
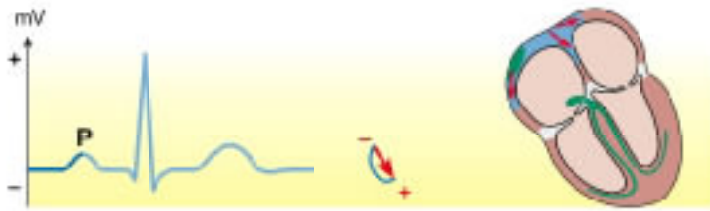
**Sinusknoten: Steuerzentrale & Ausgangspunkt der Erregung
arbeitet weitgehend autonom (Herztransplantation!)
beeinflusst durch (Para-)Sympathikus
(Zentralnervensyst.)**



Medizintechnik
E. Konecny MPT0005

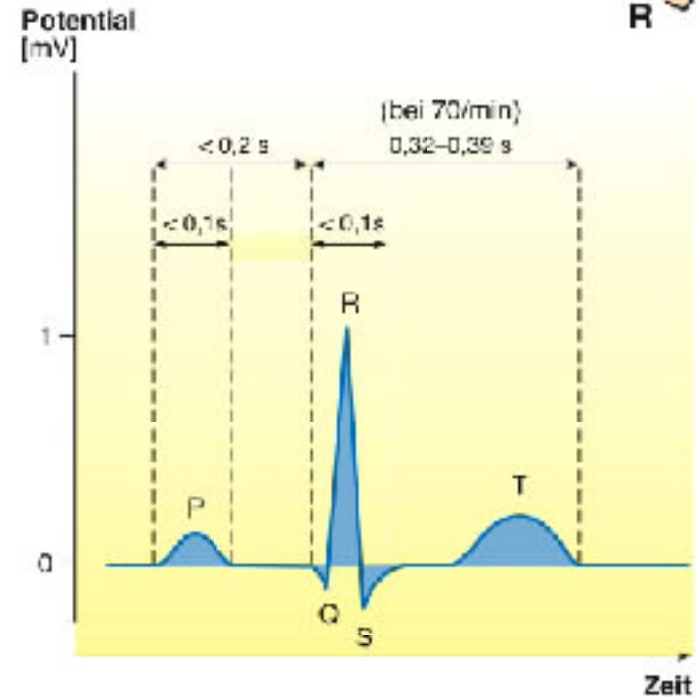
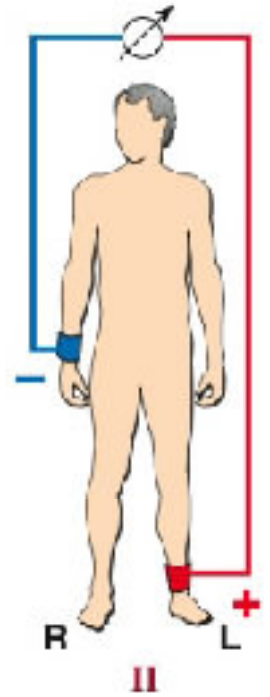


EKG



elektrische
Herzachse

Ableitung II
nach Einthoven



a b c

Herzrhythmus Störungen

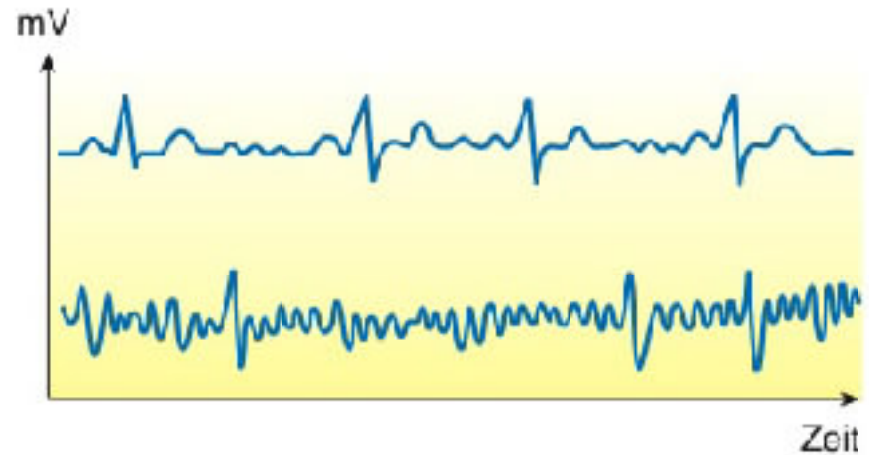
oben: Normaler Herzrhythmus

unten: Totaler Herzblock

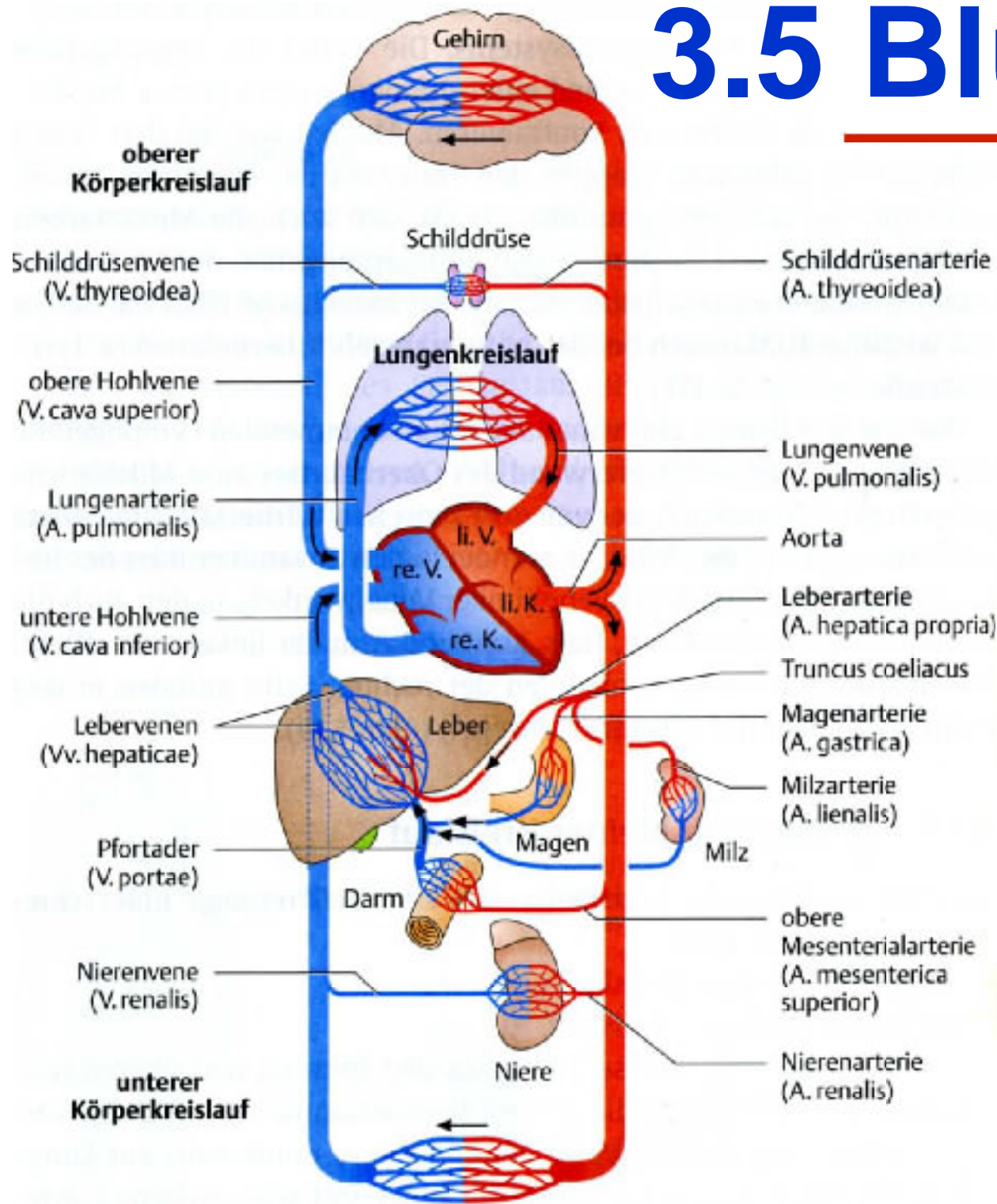


oben: Vorhofflimmern mit absoluter Arrhythmie

unten: Kammerflimmern

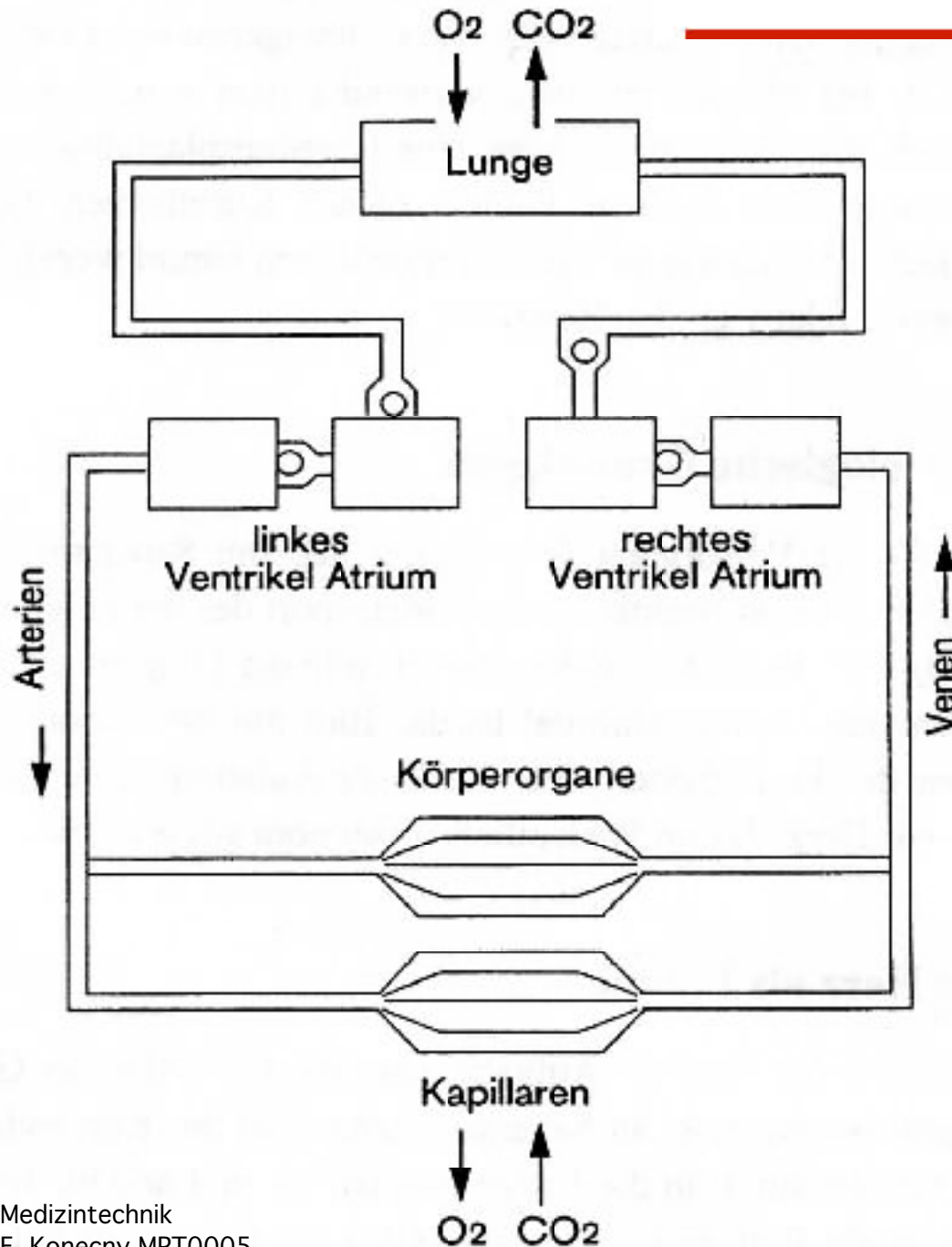


3.5 Blutkreislauf



Sauerstoffarmes Blut
Sauerstoffreiches Blut

Sauerstoffversorgung

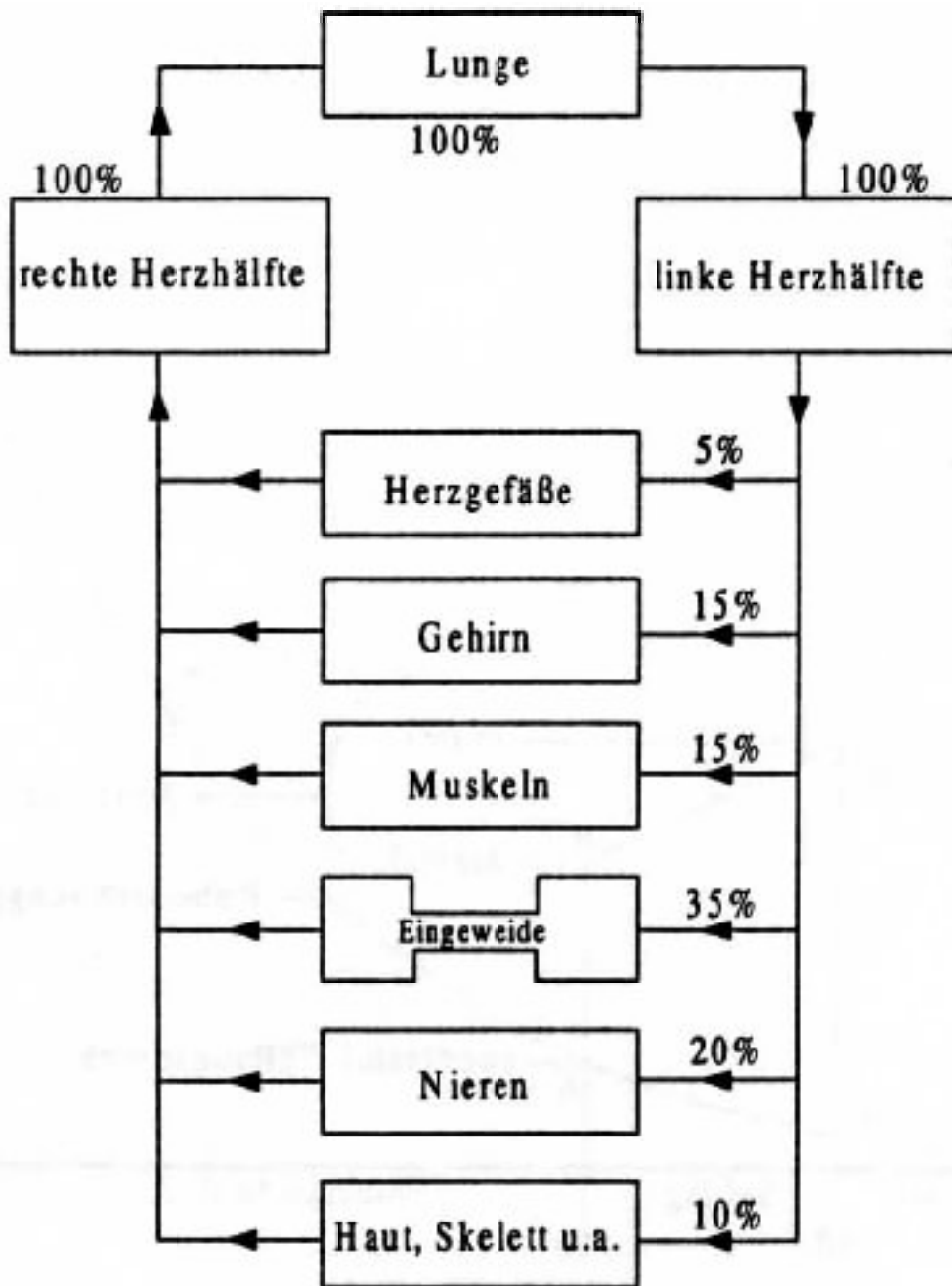


Prinzip des Blutkreislaufs

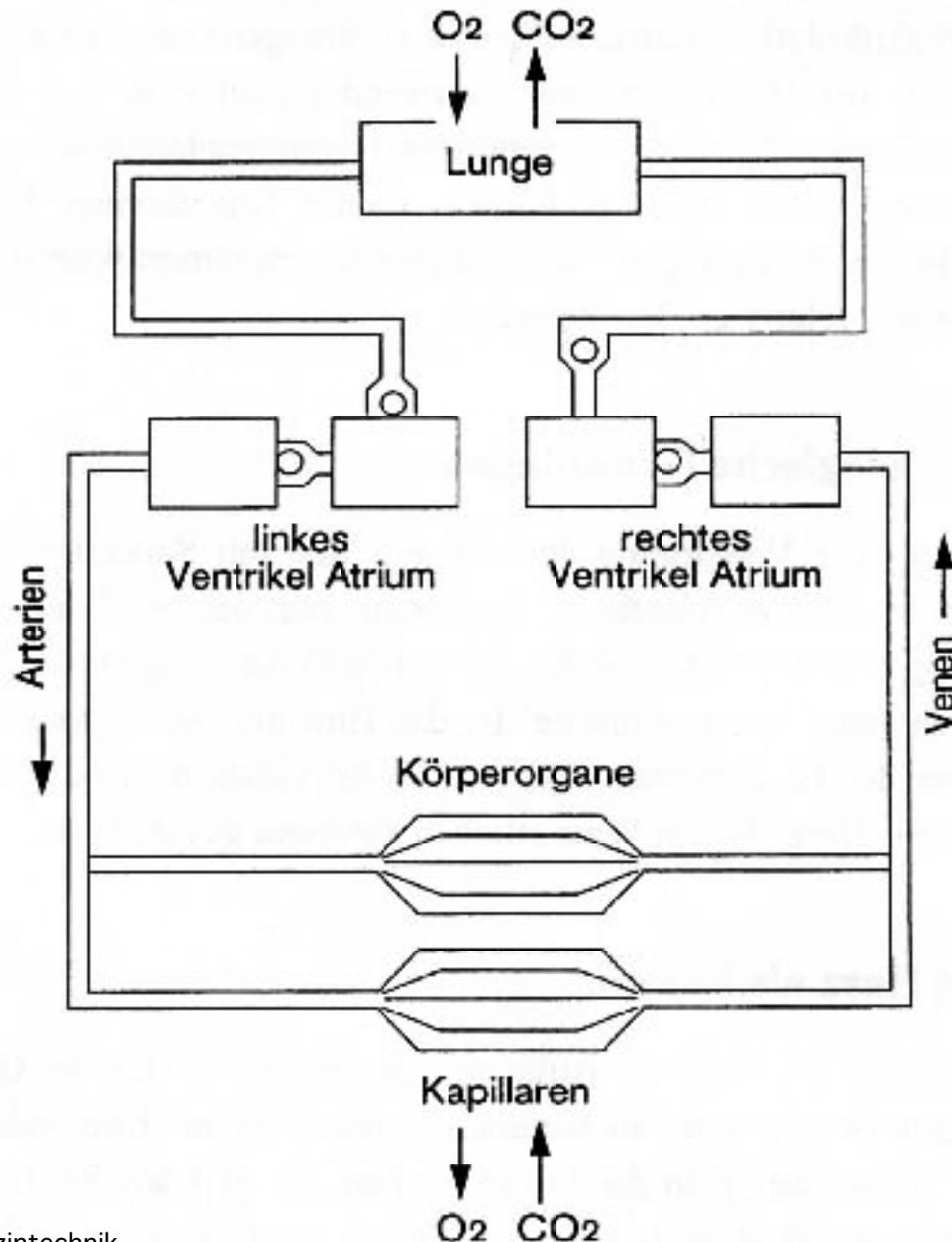
“Parallelschaltung” der Körperorgane (& Kapillaren)

=> gleichmäßige Versorgung mit hoch oxygeniertem Blut

Verteilung auf Organe



Druckverteilung



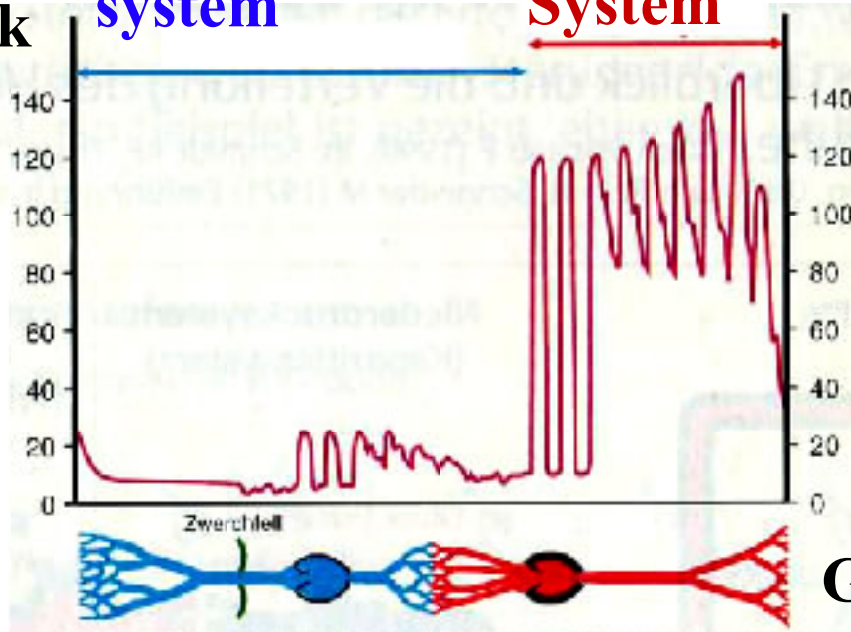
“Kleiner Kreislauf”:
geringerer
Strömungswiderstand
 \Rightarrow 25 zu 5 mmHg
(Syst./Diast.)

“Großer Kreislauf”:
größerer
Strömungswiderstand
 \Rightarrow 120 zu 70 mmHg
(Syst./Diast.)

Druck in Gefäßen

Niederdruck-
system arterielles
System

Blutdruck
[mmHg]

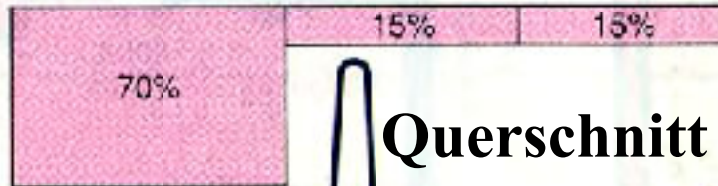


spezielle Blutdruckwerte [mm Hg]	
re. Vorhof	5
re. Ventrikel	22 - 5
Pulmonalarterie	22 - 10
li. Vorhof	8
li. Ventrikel	120 - 8
Aorta	120 - 80

Systol. Druck in Aorta konst.
Diast. Druck fällt nur auf 80mmHg ab

Gefäßquerschnitte

Verteilung des Blutvolumens



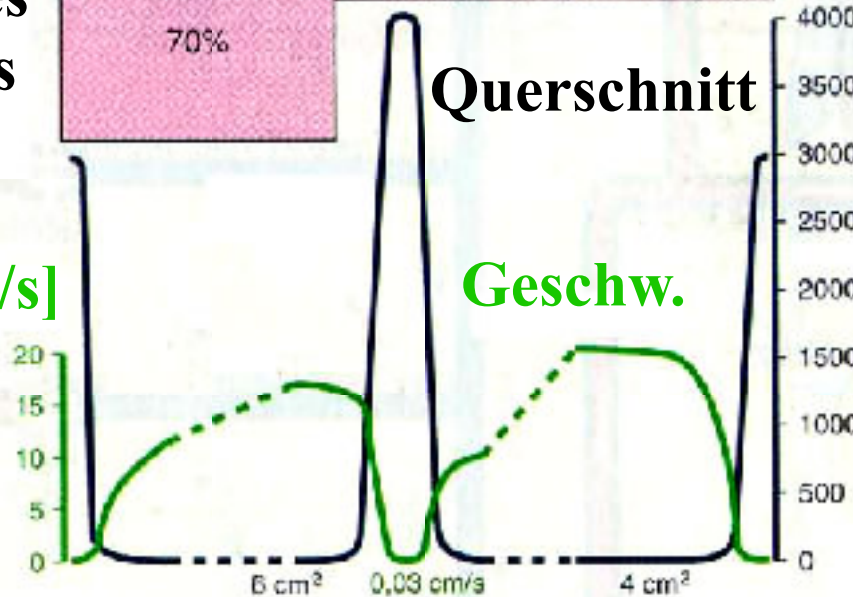
Querschnitt [cm²]

Druckwelle wird in Arteriolen sehr stark gedämpft
=> kontinuierl. Blutstrom in Kapillaren

Querschnitt

Geschw.

Geschw. [cm/s]



Arteriensystem

Mittlerer Blutdruck in Aorta: 13 kPa

**Wesentlicher Strömungswiderstand von Arteriolen / Kapillaren
“Peripherer Widerstand”**

$$R_{per} = \frac{\langle p_{Aorta} \rangle - \langle p_{rechter Vorhof} \rangle}{\dot{v}_m} \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ kPa s/m}^3$$

Mittlere Blutströmungsgeschwindigkeit in der herznahen Aorta:

$$v_m = 0,25 \text{ m/s}$$

In Kapillaren: 0,5 mm/s

Mittlerer Blutdruck in Pulmonararterie: 2 kPa

Mittlerer Blutdruck in Lungenvenen: 0,7 - 1 kPa

$$\Rightarrow R_{Lunge} \approx 0,1 R_{per}$$

Mittlere Strömungsgeschwindigkeit in Lungenkapillaren: 2 mm/s

Periodische Vorgänge

Beschreibung der pulsatorischen Vorgänge:

Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{\eta}{\rho} \vec{\nabla}^2 \vec{v}$$

Näherungen: starre Wand

Geschwindigkeiten nur in longitudinaler (axialer) Richtung

$$\vec{v} = v \vec{e}_z$$

=> Laminare Strömung in einem starren Rohr (keine Gravitation)

Herz: eingeschwungener Zustand; sinusförmiger Druckgradient

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = p'_z e^{i\omega t}$$

=> sinusförmiger Ablauf der Geschwindigkeiten $v = v_z e^{i\omega t}$

Geschwindigkeit

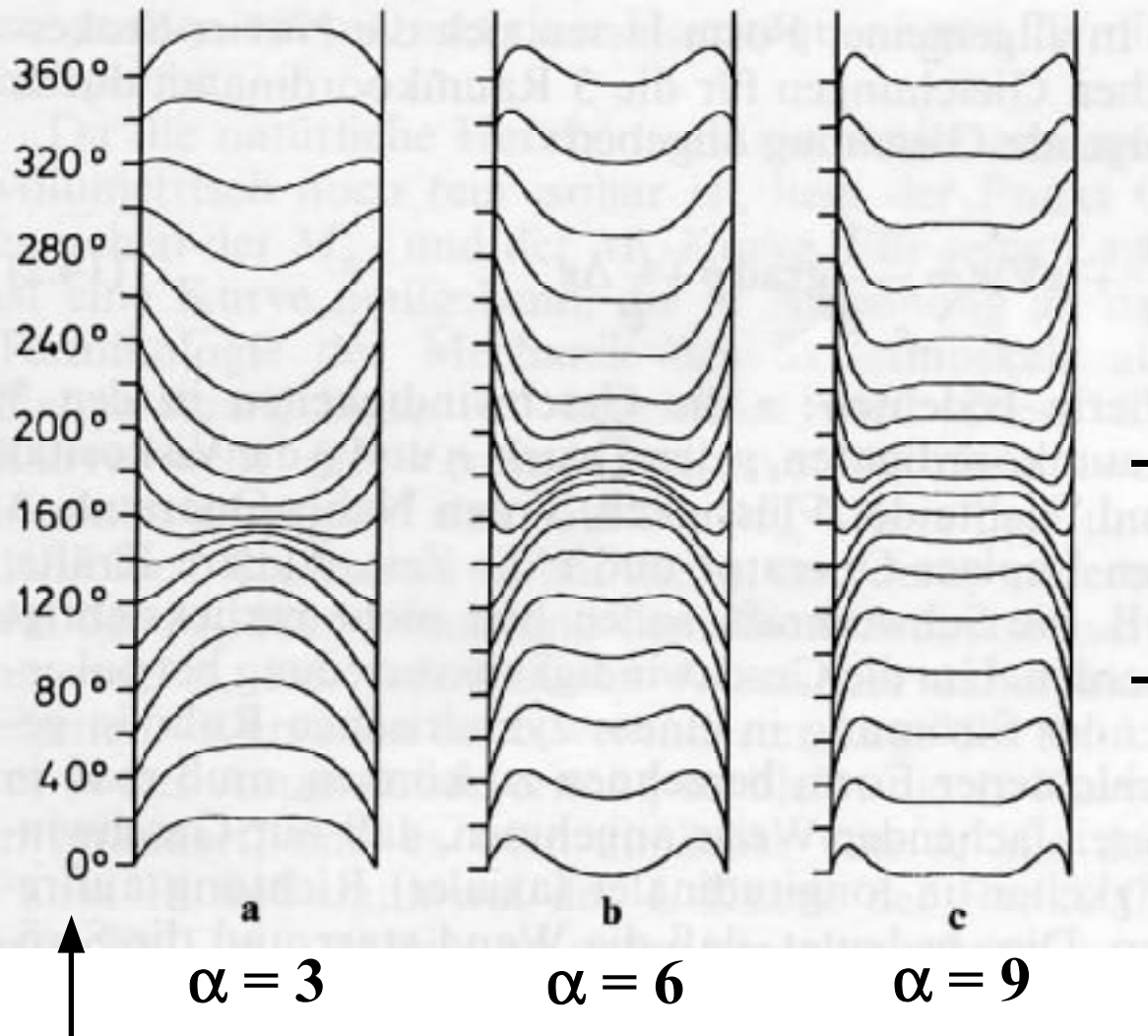
Nach viel Rechnung:

$$v = v_z e^{i\omega t} = \frac{p'_z R_i^2}{i\eta\alpha^2} \left(1 - \frac{J_0(\alpha y \sqrt{-i})}{J_0(\alpha \sqrt{-i})} \right) e^{i\omega t}$$

Mit den dimensionslosen Größen:

$$y := r / R_i \qquad \alpha := R_i \sqrt{\omega \rho / \eta}$$

Geschwindigkeitsprofil



Eine volle Schwingung $\sim \cos(\omega t)$

↑
Momentanwerte der
Geschwindigkeitsverteilung

Rohrdurchmesser

→
- Geschwindigkeitsumkehr im
Randbereich begonnen

- Mit steigendem

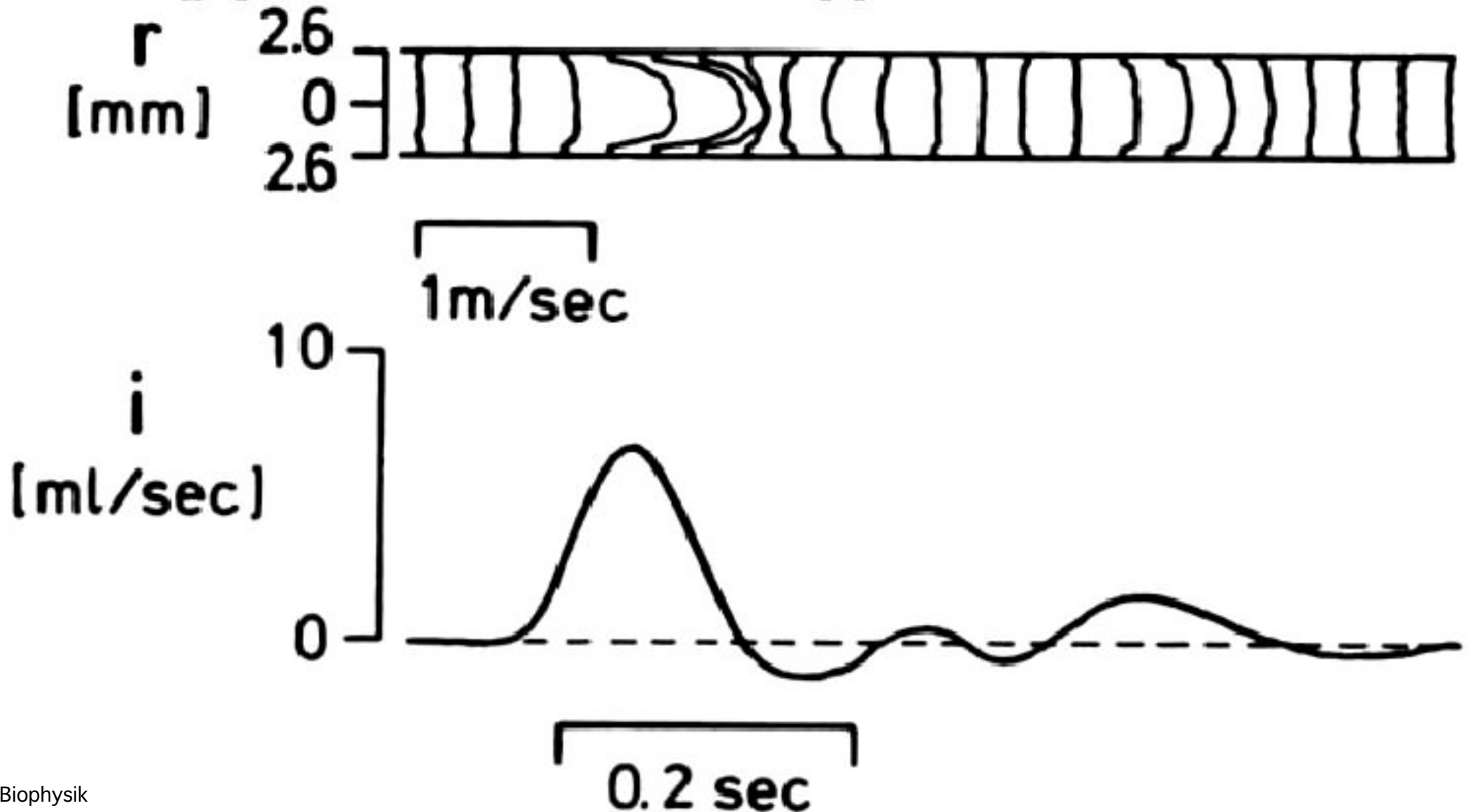
$$\alpha := R_i \sqrt{\omega \rho / \eta}$$

wird das Profil flacher

- In der Rohrmitte eilt die
Geschwindigkeit der im
Randbereich nach

Gemessenes Profil

Geschwindigkeitsprofil, registriert mit gepulstem Ultraschall-Doppler-Verfahren



Elastische Blutgefäße

Berücksichtigung der Elastizität der Blutgefäße:

Starres Blutgefäß: bei Druckanstieg wird gesamte Blutmenge beschleunigt

Elastische Wände:

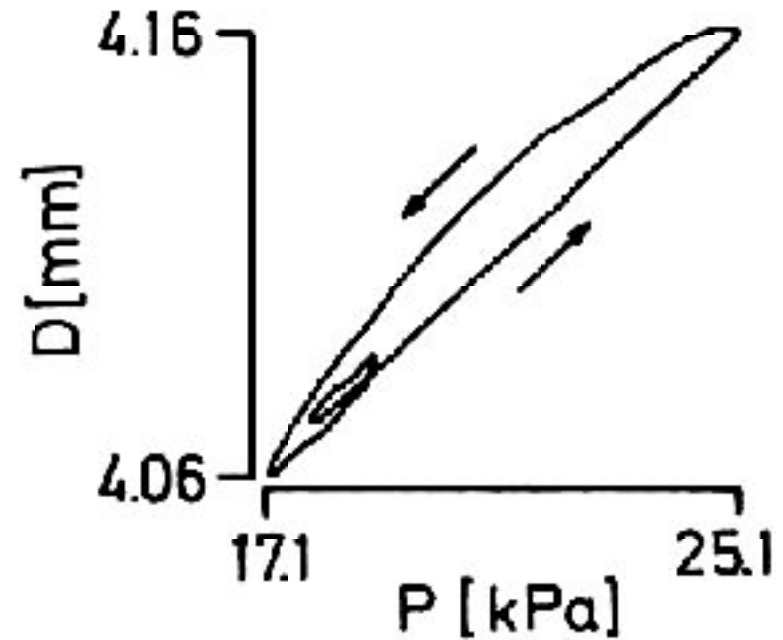
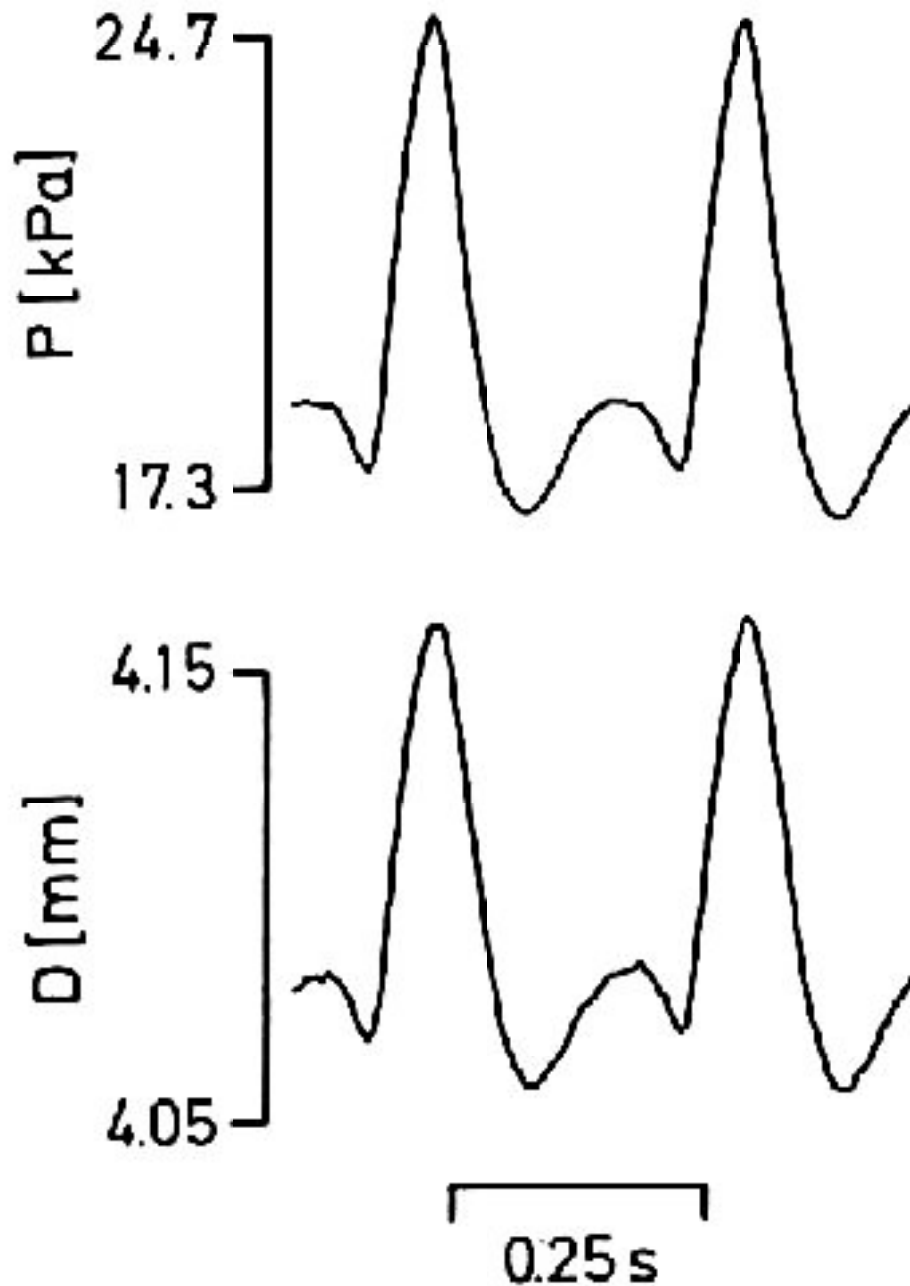
- zunächst nur lokale Blutbeschleunigung
- E nicht länger konstant wenn sich die Blutgefäße erweitern

Komplexität aufgrund des Aufbaus eines Blutgefäßes

- elastisches Bindegewebe
- kollagenes Bindegewebe
- glatte Muskulatur

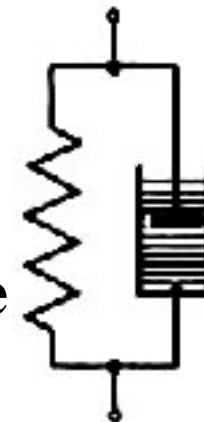
Man beobachtet Hysterese $R = R(p)$

Hysteresese



Modell:

rein elastische
Feder



rein viskose
Dämpfung

Ausbreitung der Pulswellen im Blutkreislauf

Blutkreislauf: Wellenerzeugung mit periodischer Anregung

Massenträgheit der Flüssigkeit E_{kin}

Druckbedingte Gefäßdehnung E_{pot}

Für Gase / Flüssigkeiten gilt für die Puls-Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\kappa / \rho}$$

κ : Volumenelastizitätsmodul

Druckverteilung

Für den Volumenelastizitätsmodul gilt:

$$\kappa = \frac{dp}{dV/V} = \frac{dp}{dA/A} = \frac{dp}{2\pi r dr / \pi r^2} = \frac{dp}{dr} \cdot \frac{r}{2}.$$

Mit

$$E = \frac{dp}{dr} \cdot \frac{r^2}{d}$$

erhält man die Moens-Korteweg-Gleichung:

$$c = \sqrt{\frac{Ed}{2R_i\rho}}$$

Euler'sche Gleichungen

Vereinfachende Annahmen:

- keine Reibungskräfte
- keine Nicht-Linearitäten

=> Navier-Stokessche Gleichungen werden zu den Eulerschen Gleichungen:

$$M \frac{\partial i}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

Kontinuitätsgleichung:

$$- \frac{\partial i}{\partial z} = C \frac{\partial p}{\partial t}$$

Moens-Korteweg-Gleichung:

$$c^2 = \frac{1}{MC} = \dots = \frac{Ed}{2\rho R_i}$$

Wellengleichung

Ausbreitung wird bestimmt durch Wellengleichung des Drucks oder der Stromstärke:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 i}{\partial z^2}$$

Lösung durch antegrade Wellen

$$p = p_{\sim} = p_0 \cdot f(t - z/c)$$

und retrograde Wellen

$$p = p_{\sim} = p_0 \cdot f(t + z/c)$$

**Röhre mit endlicher Länge; Wellenerzeugung an einem Ende (Aorta)
=> retrograde Wellen erzeugt durch Reflektion**

Lösung Wellengleichung

Mit dem komplexen Wellenwiderstand lauten die Lösungen der Wellengleichungen:

$$p_{\sim} = \{f_1(t - x/c) + f_2(t + x/c)\}$$

$$i_{\sim} = \frac{1}{Z} \cdot \{f_1(t - x/c) - f_2(t + x/c)\}$$

Wichtig sind die entgegengesetzten Vorzeichen von f_2 !

Reflexion

Reflexion bei Flüssigkeiten

Berechnen über Wellenwiderstand

$$Z_0 = \frac{p_{\sim}}{v_{\sim}} = \rho c$$

Für Rohrleitung wird komplexer Wellenwiderstand definiert als:

$$Z = \frac{p_{\sim}}{i_{\sim}} = \frac{p_{\sim}}{v_{\sim} A} = \frac{\rho c}{A}$$

An Stellen, wo sich Z ändert, gibt es Reflexionen. Reflexionskoeffizient:

$$k = \frac{Z_r - Z_e}{Z_r + Z_e}$$

r: reflektiert

e: einfallend

Druckunterschiede

Der Druck am Reflexionsort ist eine Überlagerung aus ankommender und reflektierter Welle:

$$p_d = p_e + p_r = p_e(1 + k)$$

Überlagerung in Arterie führt dazu, daß Stromstärke und Druck nicht übereinstimmen!

Besonders groß ist der Unterschied in Diastole

Abstandsabhängigkeit

Blutkreislauf: keine homogene Leitung

Puls-Wellengeschwindigkeit nimmt mit Abstand zum Herzen zu

Grund: d/R_i wächst an

$$c = \sqrt{\frac{Ed}{2R_i\rho}}$$

Aortengeschwindigkeit: 4 m/s

In Extrema: 8 m/s

(> 10 m/s in distalen Teilen der Beinarterien)

Inhomogene Wellenleiter

Zunahme des Wellenwiderstandes in distaler Richtung

=> Arteriensystem stellt inhomogene Wellenleitung dar

- Reflexionen**
- Druckamplitude nimmt mit Abstand vom Herzen zu**
- Dämpfung ist frequenzabhängig => Pulse “runden” sich ab**

Zusätzliche Komplikationen:

- Näherungen der Kontinuumsmechanik fraglich:**

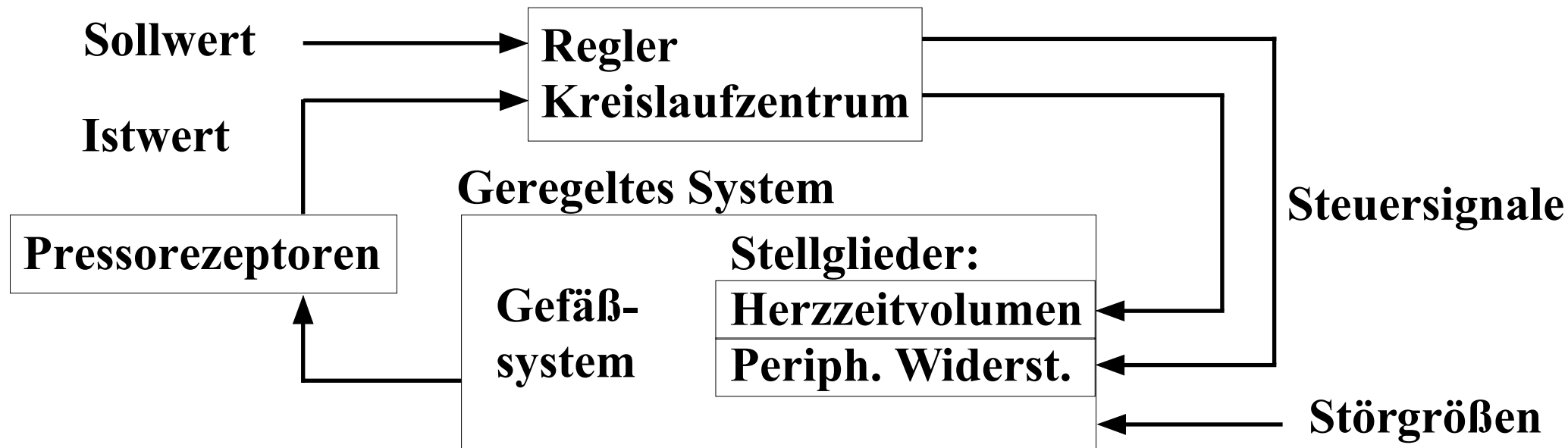
Arterioldurchmesser = 15 - 50 μm

Kreislaufkontrolle

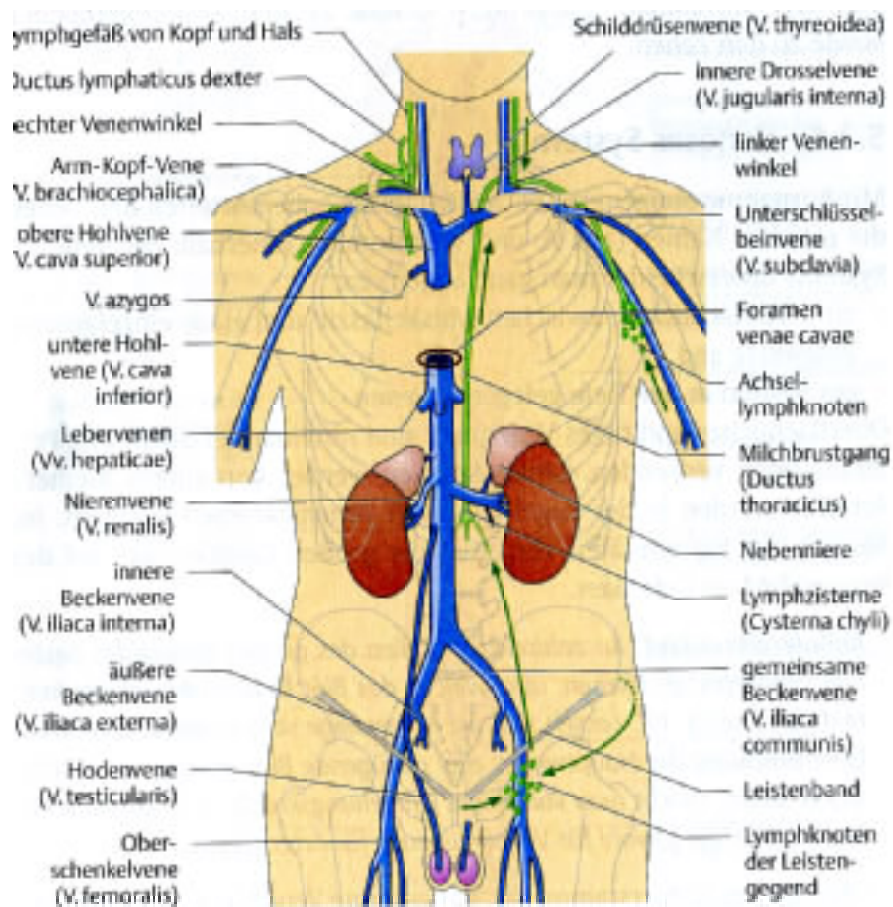
- Geregelt werden:
- Herzzeitvolumen (Frequenz, Schlagvolumen)
 - Durchblutung der einzelnen Organe
 - arterieller Druck

Durchblutung wird durch Gefäßerweiterung (Vasodilatation) erhöht, z.B. wenn $p(\text{CO}_2)$ steigt, $p(\text{O}_2)$ oder pH-Wert sinken, ...

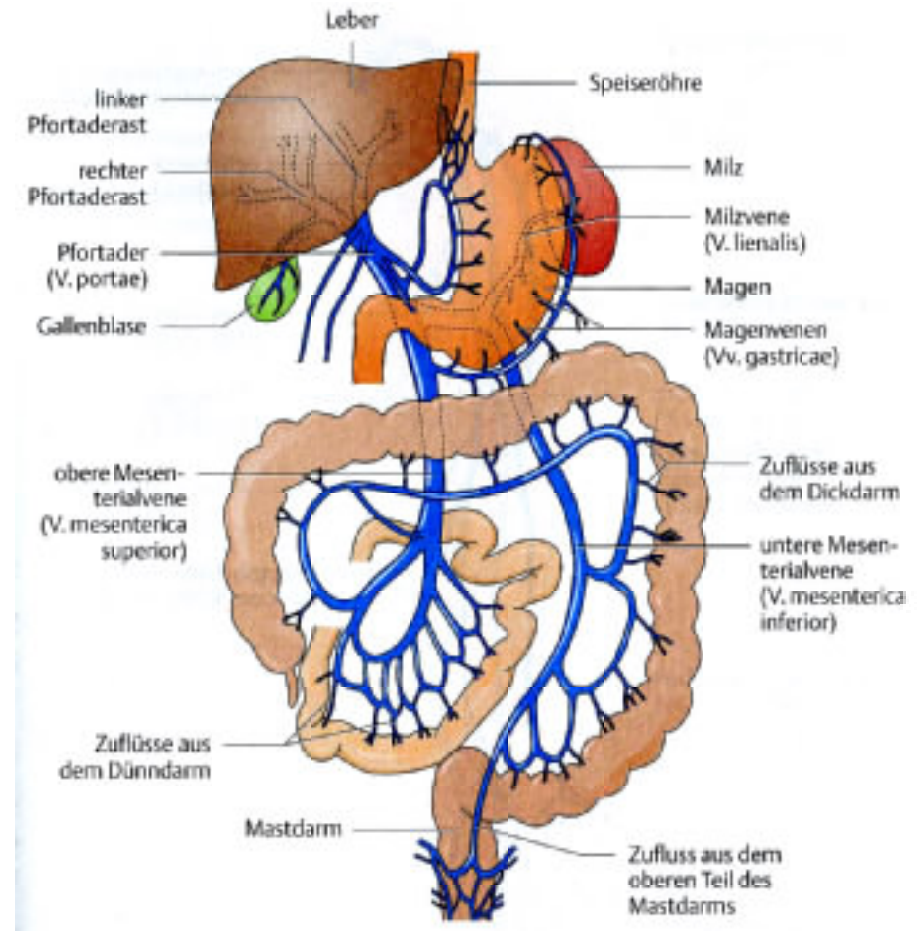
Druckmessung durch Pressorezeptoren in Aorta und Halsschlagader
Regelkreis für arteriellen Blutdruck:



Venen und Lymphkreislauf

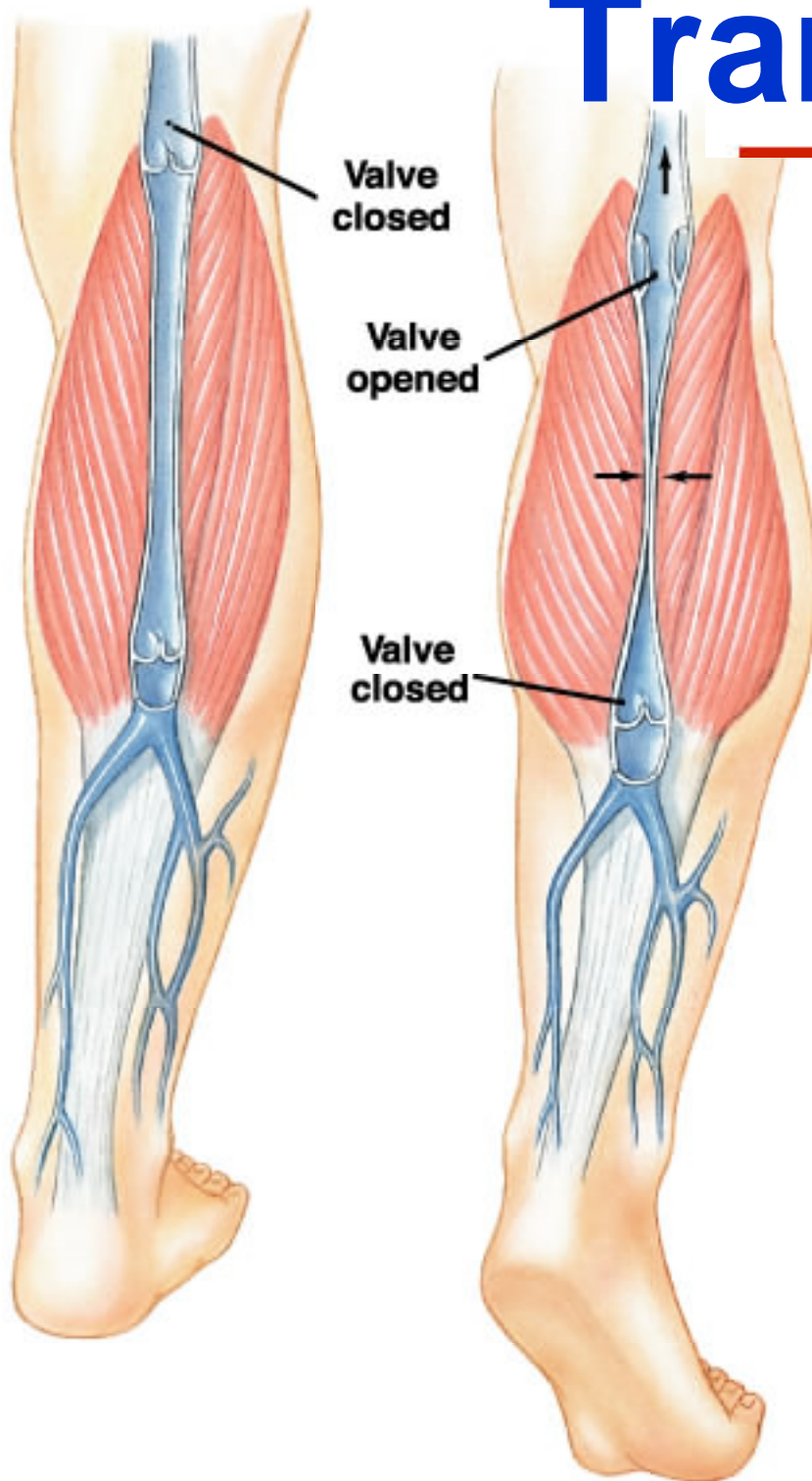


Wichtigste zentrale Venen und Lymphstämme



Pfortaderkreislauf

Transport in Venen



Rücktransport zum Herzen:

- Sogwirkung des Herzens
- Einatmung (Unterdruck im Brustraum)
- Venenklappen
- Arteriovenöse Kopplung (Pulsquelle durch Arterie preßt eng anliegende Venen zusammen)
- Muskelpumpe (Skelettmuskulatur)
- Vasokonstriktion der glatten Gefäßmuskulatur

Lymphsystem

Lymphkapillare sind ähnlich
zahlreich wie Gefäßkapillare

Wände sind durchlässig für
Eiweiß, Fett, Zucker,
Elektrolytlösungen

Drainagefunktion
+ Lymphknoten:
biologische Filter!

Lymphatische Organe:
“Immunorgane”

- Bildung von Immunzellen:
Thymus, Knochenmark
- Milz, Lymphknoten,
lymphatisches System der
Schleimhäute (z.B. Mandeln)

