

5. Übung zur Medizinphysik I

SS 2015

Ausgabe: 04.05.2015

Abgabe: 11.05.2015, 10:00 Uhr

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: DNA

2 Punkte

Stellen Sie sich das menschliche Genom als Aneinanderkettung aller Chromosomen eines haploiden Chromosomensatzes einer Zelle vor. Das menschliche Genom besteht aus $3,2 \cdot 10^9$ Basenpaaren. Der Anstieg pro Base entlang der Symmetrieachse beträgt $h = 0.34$ nm.

- a) Bestimmen Sie die mittlere Länge eines Chromosoms entlang der Symmetrieachse.
- b) Berechnen Sie die Energie die im menschlichen Genom innerhalb der Wasserstoffbrückenbindungen zwischen den Basenpaaren enthalten ist. Nutzen Sie dafür den folgenden Zusammenhang zwischen der Energie von Wasserstoffbrückenbindungen E_{WB} und dem Abstand r

$$E_{WB}(r) = \frac{3 \cdot E \cdot r_0^8}{r^8} - \frac{4 \cdot E \cdot r_0^6}{r^6}. \quad (1)$$

E und r_0 sind bindungsabhängige Konstanten ($E_{N-H...N} = -2$ kcal/mol, $E_{N-H...O} = -2.8$ kcal/mol, $r_{0;N-H...N} = 3.2 \text{ \AA}$ und $r_{0;N-H...O} = 2.8 \text{ \AA}$). Machen Sie geeignete Annahmen für die Basenverteilung und schlagen Sie die Abstände r nach.

Aufgabe 2: Membranpotential

3 Punkte

- a) In einer Zelle befinden sich unterschiedliche Ionenarten mit jeweils verschiedenen Konzentrationen c innerhalb und außerhalb der Zelle, sodass eine diffusive Bewegung erfolgt. Dies führt zu einer Potentialdifferenz zwischen Innerem und Äußerem der Zelle und bildet eine wichtige Grundlage für die Nervenregung in Organismen. Bestimmen Sie die Potentialdifferenz unter der Annahme, dass nur eine Ionenart vorliegt. Rechnen Sie in einer Dimension.

Tip: Gehen Sie von einem Gleichgewicht zwischen diffusivem und elektrischem Strom aus. Benutzen Sie für den Diffusionskoeffizienten D die Einstein-Gleichung $D = \mu N_A k_B T$, wobei μ die Beweglichkeit der Teilchen ist, T die Temperatur, N_A die Avogadrozahl und k_B die Boltzmannkonstante. Nehmen Sie weiterhin für die elektrische Stromdichte $\vec{j}_E = q \mu N_A c \vec{E}$ an. Dabei ist q die Elementarladung und \vec{E} die elektrische Feldstärke.

- b) Unter Beachtung mehrerer Ionenarten und der unterschiedlichen Beweglichkeiten der Ionen erhält man das Membranruhepotential einer Zelle. Dieses wird durch die sogenannte Goldman-Gleichung $\Delta U = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{\mu_K c_K^a + \mu_{Na} c_{Na}^a}{\mu_K c_K^i + \mu_{Na} c_{Na}^i} \right)$ beschrieben. Berechnen Sie das Membranruhepotential einer Zelle mit den folgenden Relationen: $\frac{\mu_K}{\mu_{Na}} = 15$, $c_K^i = c_{Na}^a$, $c_K^a = 30 c_K^i$, $c_{Na}^a = 10 c_{Na}^i$.
- c) Bei der Nervenregung ändert sich die Potentialdifferenz über der Nervenbahn $\Delta U = 100$ mV, was hauptsächlich auf einen Einstrom von Na^+ -Ionen in die Nervenfasern zurückzuführen ist. Wie viele Na^+ -Ionen pro Flächeneinheit der Zellmembran sind nötig, um die Membran mit der Kapazität $C = 1 \mu\text{F}/\text{cm}^2$ um den Betrag ΔU umzuladen?

Aufgabe 3: Darmparasiten

4 Punkte

Ein Patient hat sich gleich zwei Darmparasiten B und C eingefangen, die sich beide von einem normalerweise im Darm vorkommenden Bakterium A ernähren. Zusätzlich frisst C auch B, beide sind jedoch zur Not auch in der Lage, sich von halbverdauter Menschennahrung zu ernähren.

- a) Geben Sie die allgemeinen Bewegungsgleichungen der Populationen an. Benennen Sie die berücksichtigten Faktoren.
- b) Erinnern Sie sich an die Operatoralgebra aus der Mathematikvorlesung und geben Sie einen allgemeinen Lösungsweg für die Gleichgewichtspopulationen an.
- c) Bestimmen Sie die Faktoren aus a) für folgende Bedingungen:

- Teilungsraten: $g_A = 2 g_B = 3 g_C$
- Sterberaten: $2 s_A = 3 s_B = s_C$
- Ein B benötigt zwei A, um sich zu teilen und schafft dies innerhalb achtzig Prozent seines normalen Teilungsintervalls.
- Ein C benötigt fünf A oder drei B, um sich zu teilen und schafft dies innerhalb siebzig Prozent seines normalen Teilungsintervalls.