

Ausgabe: 17.05.2013

Abgabe: bis 27.05.2013, 10:00 Uhr, Kasten 246-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Knochenbruch

3 Punkte

a) Zeigen Sie, dass die Energieaufnahme in einem durch Kompression gestauchten Knochen durch

$$\Delta E = \frac{1}{2} Y \frac{A}{l} (\Delta l)^2$$

beschrieben wird. Hier stellt Y den Young-Modul, l die Länge und A den Querschnitt des Knochens in Ausgangslage dar.

b) Modellieren Sie ein menschliches Bein durch einen Knochen der Länge 90 cm und dem Querschnitt 6 cm^2 . Der Knochen habe weiterhin eine Bruchspannung von 10^9 dyn/cm^2 und ein Young Modul von $14 \cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$. Bis zu welcher Länge kann der Knochen gestaucht werden ohne zu brechen? Welche Energie (in Joule) nimmt er dabei auf?

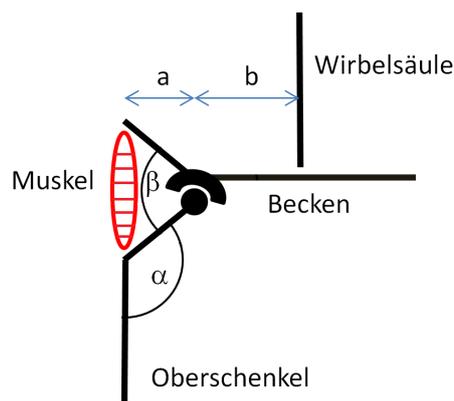
Hinweis: Achten Sie auf korrekte Umrechnung der Größen vom CGS- ins SI-Einheitensystem.

c) Aus welcher Höhe kann ein 70 kg schwerer Mensch springen, ohne sich die Beinknochen zu brechen? Dabei soll es keine weiteren Abfederungs-Mechanismen geben, die den Aufprall dämpfen.

Aufgabe 2: Einbeiniges Stehen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Kräfte, die bei einem 80 kg schweren Menschen von den Muskeln im Becken (siehe Abbildung) im Einbeinstand aufgebracht werden müssen. Man nehme an, dass der Winkel α zwischen dem Oberschenkel und dem Oberschenkelhals 120° beträgt sowie der Winkel β zwischen dem Oberschenkelhals und dem Beckenknochen 70° beträgt. Weiterhin soll angenommen werden, dass $a = 5 \text{ cm}$ und $b = 15 \text{ cm}$ betragen sollen und ein Bein der Person 15 kg wiegt.



Aufgabe 3: Biegung und Bruchfestigkeit

3 Punkte

a) Berechnen Sie das axiale Flächenträgheitsmoment I eines runden Hohlstabs. Geben Sie hiermit die Spannung innerhalb des Stabes bei einseitiger Belastung (senkrecht zur Längsachse) als Funktion des Ortes und der belastenden Kraft an.

- b) Ein 30 cm langer Hohlstab aus Stahl (Bruchfestigkeit $\sigma_B = 1500$ MPa, E-Modul $Y = 200$ GPa) sei an einem Ende fest eingespannt. Er habe einen Außendurchmesser von 4 cm und einen Innendurchmesser von 2 cm. Mit welchem Gewicht kann der Stab am Ende belastet werden, ohne dass er bricht? Welches Gewicht hält ein entsprechender Stab aus Knochensubstanz (Bruchfestigkeit $\sigma_B = 100$ MPa, E-Modul $Y = 18$ GPa) aus?
- c) Für die Durchbiegung $D(x)$ eines einseitig eingespannten Stabes der Länge L bei senkrechter Belastung mit der Kraft F gilt der Zusammenhang

$$D(x) = \frac{F}{2YI} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right)$$

mit dem Abstand zur Einspannung x . Berechnen Sie die maximalen Durchbiegungen für die in Teil b) ermittelten Belastungsgrenzen.