

**Ausgabe:** 18.01.2016

**Abgabe:** 25.01.2016, 10:15 Uhr

Prof. Dr. D. Suter

---

## Aufgabe 1: Gleichgewichtsmagnetisierung (2 Punkte)

Im thermischen Gleichgewicht einer Probe herrscht im Magnetfeld  $B_0$  eine Gleichgewichtskernmagnetisierung entlang der Feldrichtung, welche substanzspezifisch entlang oder entgegengesetzt zum Magnetfeld ausgerichtet ist.

- Welche Systeme können mithilfe des Curie-Gesetzes beschrieben werden?
- Berechnen Sie die Spindichte von Wasser.
- Geben Sie das Verhältnis zwischen der magnetischen Wechselwirkungsenergie und der thermischen Energie von magnetischen Momenten für Deuterium und Helium in einem Feld von 3 T bei einer Temperatur von 300 K an.

## Aufgabe 2: Quantenmechanische Grundlagen der NMR (3 Punkte)

- Sie betrachten ein Teilchen mit Spin  $1/2$ , das sich in einem Magnetfeld befindet. Für das Magnetfeld gelte:

$$\mathbf{B} = B \cdot \hat{e}_z \quad (1)$$

Ermitteln Sie die Erwartungswerte  $\langle I_x \rangle$ ,  $\langle I_y \rangle$  und  $\langle I_z \rangle$  des Kernspins in den Raumrichtungen unter Verwendung des folgenden Hamiltonoperators:

$$\mathbf{H} = -\gamma B_0 \langle I_z \rangle = -\frac{\gamma B_0 \hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

- Sie untersuchen die  $^{23}\text{Na}$ -Verteilung im menschlichen Körper im Kernspintomographen. Berechnen Sie die Energie jedes möglichen Niveaus für  $I = 3/2$ .
- Veranschaulichen Sie in einem Diagramm, wie sich die in b) berechneten Energien bei einem größer werdenden Magnetfeld verhalten. Wie kann diese Beobachtung präzise beschrieben werden?

### Aufgabe 3: Frequenzauflösung, Ortsauflösung und SAR bei der NMR (4 Punkte)

- a) Ein NMR-Tomograph werde mit einem statischen Magnetfeld der Feldstärke von 3 T betrieben, welches zur Ortsbestimmung mit einem linearen Gradientenfeld von  $|G| = 2 \text{ mT/m}$  überlagert wird. Beide Felder seien in x-Richtung orientiert. Für die Magnetfeldstärke gilt folgende Beziehung:

$$B = B_0 + xG \quad (3)$$

Das Signal wird mit einer zeitlichen Auflösung von  $\tau = 4 \text{ ms}$  aufgenommen. Bestimmen Sie die Frequenzauflösung und die räumliche Auflösung, die mit diesem Gerät erzielt werden können. ( $\gamma_{\text{Proton}} = 2,675 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}\text{T}^{-1}$ )

- b) Wie hoch ist die Bandbreite des zu erwartenden Signals, wenn die untersuchte Schichtdicke 15 mm beträgt?
- c) Bei einer Turbo-Spin-Echo-Sequenz werden zuerst drei  $90^\circ$ -Pulse appliziert, auf die sechs  $180^\circ$ -Pulse und nochmal drei  $90^\circ$ -Pulse folgen. Diese Sequenz soll auf 30 Schichten mit einer Repetitionszeit von  $T_R = 5 \text{ s}$  angewendet werden. Nehmen Sie an, dass der  $180^\circ$ -Puls 4 ms dauert und eine mittlere Amplitude von 150 V hat. Der Wellenwiderstand sei auf  $50 \Omega$  angepasst. Berechnen Sie die spezifische Absorptionsrate (SAR = Leistung/Masse) in W/kg bei einer Körpermasse von  $m = 80 \text{ kg}$  unter der Bedingung, dass die halbe Leistung vom Körper absorbiert wird.
- d) Welcher Temperaturerhöhung entspricht diese Leistung nach einer Stunde? Nehmen Sie dazu an, dass der Körper näherungsweise aus Wasser bestehe. Vernachlässigen Sie andere Beiträge als die absorbierten Pulse.