

Ausgabe: 11.01.2016

Abgabe: 18.01.2016, 10:15 Uhr

Prof. Dr. D. Suter

## Aufgabe 1: Spin im Magnetfeld (3 Punkte)

Betrachten Sie einen einzelnen Spin  $\vec{s}$  in einem konstanten Magnetfeld  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x$ .

- Geben Sie das magnetische Moment  $\vec{\mu}$  des Spins  $\vec{s}$  und das darauf wirkende Drehmoment  $\vec{M}$  an.
- Die zeitliche Änderung des Drehimpulses  $\vec{s}$  ist durch das Drehmoment gegeben. Leiten Sie daraus die Bewegungsgleichung des magnetischen Moments her.
- Die allgemeine Lösung zweier gekoppelter Differentialgleichungen der Form

$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} \quad (1)$$

mit einer diagonalisierbaren Matrix  $A$  lautet

$$\vec{x} = c_1 e^{\lambda_1 t} \vec{v}_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} \vec{v}_2, \quad (2)$$

mit den Konstanten  $c_i$  sowie den Eigenwerten  $\lambda_i$  und Eigenvektoren  $\vec{v}_i$  der Matrix  $A$ . Zeigen Sie durch Berechnung der notwendigen Größen, dass Gleichung (2) die zeitliche Entwicklung von  $\mu_y$  und  $\mu_z$  beschreibt.

- Bestimmen Sie nun die Lösung der DGL für die Anfangsbedingungen  $\mu_x = \mu_y = 0$ ,  $\mu_z = \mu_0$  bei  $t = 0$ .

## Aufgabe 2: Spin-Echo-Sequenz (3 Punkte)

Die in der Klinik für die NMR-Bildgebung verwendete gängige Pulssequenz ist die Spin-Echo-Sequenz. Für die Signalamplitude des Spin-Echos in jedem Voxel, auf dem die erzeugten Bilder basieren, gilt der Zusammenhang:

$$S(T_1, T_2) = S_0 \cdot e^{-\frac{T_E}{T_2}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_R}{T_1}}\right).$$

Nachfolgend soll ein Kontrastbild zwischen Fett- und Muskelgewebe unter Anwendung der Spin-Echo-Sequenz erreicht werden. Für die Relaxationszeiten der beiden Gewebearten gelten die Relaxationszeiten:

	$T_1$ [s]	$T_2$ [s]
Fettgewebe	0.2	0.1
Muskelgewebe	1.0	0.03

- Wozu wird gewöhnlicherweise eine  $T_1$ -Gewichtung verwendet?
- Wie müssen die Echo- und Repetitionszeiten gewählt werden, um eine  $T_1$ - bzw.  $T_2$ -Gewichtung zu erhalten?
- Welcher Kontrast zwischen Fett- und Muskelgewebe kann mit einer optimalen  $T_1$ - bzw.  $T_2$ -Gewichtung erreicht werden? Welche Gewichtung würden Sie zur Bildgebung heranziehen? (Verwenden Sie  $T_R = 0.5$  s bei der  $T_1$ -Gewichtung und  $T_E = 0.1$  s bei der  $T_2$ -Gewichtung.)

### Aufgabe 3: Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit (3 Punkte)

Die parallel zum homogenen Magnetfeld  $B_0$  vorliegende Magnetisierung ist nicht direkt messbar. Ebenso ist eine Bestimmung der Relaxationszeiten aus dem FID, für dessen Erzeugung ein einziger Puls genügt, nur unzureichend genau. Aus diesem Grund werden an die Problemstellungen angepasste Pulsfolgen angewendet. Im Folgenden geht es um die Bestimmung der longitudinalen Relaxationszeit  $T_1$ .

Eine mögliche Pulsfolge ist die Inversion-Recovery-Sequenz.

- a) Informieren Sie sich über die Inversion-Recovery-Sequenz. Beschreiben Sie die Pulsfolge. Gehen Sie dabei auf die longitudinale und transversale Magnetisierung ein.
- b) Warum ist es nötig, mehrere Messungen durchzuführen? Wie sollte die Repetitionszeit für aufeinanderfolgende Messungen gewählt werden? Wie ist aus den Einzelmessungen  $T_1$  bestimmbar?
- c) Welche Probleme sehen Sie für eine Anwendung dieser Pulssequenz bei in-vivo Messungen?

Alternativ kann die  $T_1$ -Relaxationszeit auch über eine  $90^\circ$ - $90^\circ$ -Pulsfolge ermittelt werden.

- d) Beschreiben Sie kurz den Verlauf der Magnetisierung innerhalb der Pulsfolge. Aus den in b) von Ihnen genannten Gründen ist es erneut nötig, mehrere Messungen durchzuführen. Wie kann in dieser Pulssequenz aus den Einzelmessungen auf  $T_1$  geschlossen werden?
- e) Welche Bedingung muss für die Realisierbarkeit einer  $T_1$ -Bestimmung aus der  $90^\circ$ - $90^\circ$ -Pulsfolge erfüllt sein?