

16 Elektrische und magnetische Felder

Literatur zu diesem Kapitel

- O. Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin, Springer-Verlag; Kap. 9-10.
- P. Davidovits. Physics in Biology and Medicine. Academic Press, Kap. 14.

16.1 Quellen

16.1.1 Elektrische Felder im Organismus

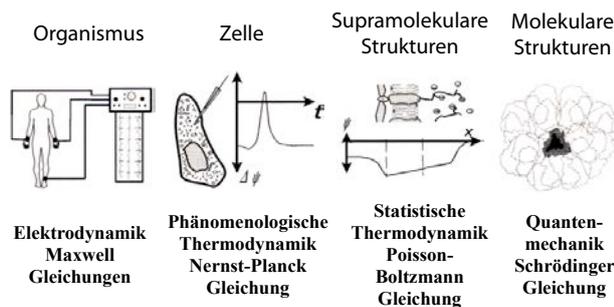


Abbildung 16.1: Hierarchie elektrischer Strukturen und die passende Beschreibung.

Elektrische Felder treten im menschlichen Organismus auf allen Skalen auf. Je nach Struktur verwendet man eine andere Beschreibung, um ihr Auftreten zu verstehen, ihr Verhalten zu beschreiben und die diagnostischen Signale zu interpretieren. Auf der makroskopischen Skala des gesamten Körpers sind die Maxwell-Gleichungen am besten geeignet. Auf der Skala einzelner Zellen ergibt die phänomenologische Thermodynamik interessante Erkenntnisse, bei supramolekularen Strukturen die statistische Thermodynamik, und für atomare und molekulare Strukturen wird die Quantenmechanik benötigt.

Dieses Kapitel befasst sich mit den elektrischen Feldern, welche einzelne Organe erzeugen, sowie mit den Möglichkeiten, diese über körper-externe Messungen zu bestimmen und für diagnostische Zwecke zu nutzen.

Viele Funktionen des menschlichen Körpers werden durch elektrische Signale gesteuert. Die Nervenzellen des Gehirns verarbeiten ankommende elektrische Signale von den peripheren Nerven und Sinnesorganen und senden Signale aus, die die Bewegung der Muskeln steuern. Der Herzschlag wird ebenfalls durch elektrische Signale gesteuert. Im Vordergrund der Abbildung bioelektrischer Quellen stehen daher auch das Herz und das Hirn. Die wichtigsten Anwendungen umfassen das Elektrokardiogramm (EKG; Herz), das Elektromyogramm (EMG; Muskel), sowie das Elektroenzephalogramm (EEG; Gehirn).

16.1.2 Feldquellen

Die auf den Axonen entstehenden Quellen bei der Signalweiterleitung können als Strom-Quadrupol modelliert werden, und die elektrischen Vorgänge hinter den Synapsen können als Stromdipole modelliert werden (Abbildung 16.2 links).

Die elektrischen und magnetischen Quellen eines Quadrupols fallen sehr schnell mit dem Abstand von der Quelle ab. Zusätzlich dazu sind die gleichzeitig aktiven Axone über das Gehirn verteilt. Daher kann man die Signale dieser Quellen an der Haut des Kopfes nicht mehr messen. Die von den Synapsen ausgehenden Signale haben zwar eine größere Reichweite, aber wegen der ebenfalls stochastischen Verteilung hebt sich ihre Wirkung im Mittel auf. Nur in den Pyramidenzellen, die sich in einer Schicht der

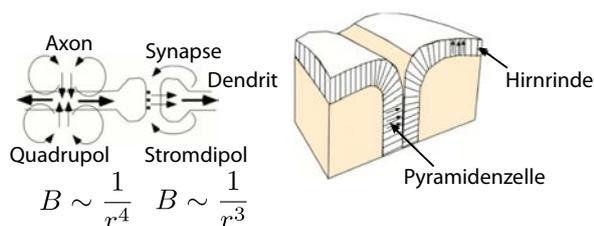


Abbildung 16.2: Ströme in einem Axon und einer Synapse (links); Pyramidenzellen in der Hirnrinde (rechts).

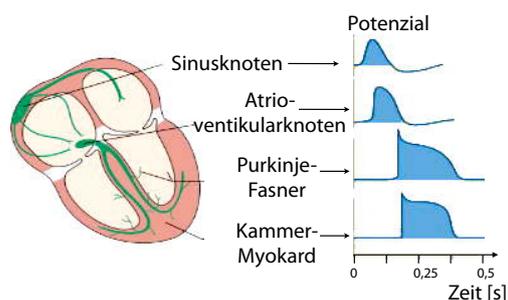


Abbildung 16.4: Herzerregung.

Hirnrinde befinden, summieren sich die Signale (Abbildung 16.2 rechts).

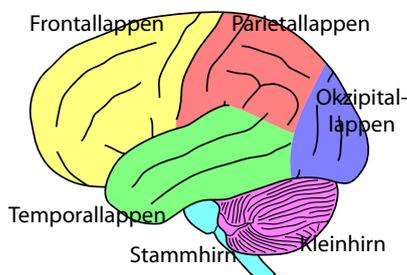


Abbildung 16.3: Hirnregionen.

Die Großhirnrinde (zerebraler Cortex) ist beim Menschen besonders hoch entwickelt, und sie ist für die Eigenschaften verantwortlich, die den Menschen vom Tier unterscheiden. Bestimmten Gebieten der Großhirnrinde kommen spezifische Funktionen zu. Weitere Details dazu wurden in Kapitel 7 diskutiert.

Wenn 10000 Nervenzellen in 1 mm^3 der Hirnrinde gleichzeitig "feuern", dann entstehen auf der Kopfhaut elektrische Spannungen von einigen $10 \mu\text{V}$, beziehungsweise magnetische Flussdichten von einigen 100 fT .

Zum Vergleich: die elektrische Depolarisation des Herzmuskels führt zu etwa hundertfach größeren Signalen an der Körperoberfläche. Die auf dem Herzmuskel auftretenden Stromdichten betragen bis zu einigen mA/mm^2 , und die Signale an der Haut des Körpers erreichen einige mV (einige 10 pT). Diese

werden in der Elektrokardiographie (EKG) mit Elektroden und hochohmigen Messverstärkern registriert (siehe Medizinphysik I, Kapitel 5.4.4 und 16.2.8). Bei den Nervensignalen heißt das Verfahren Elektroenzephalographie (EEG). Eine ausführlichere Besprechung erfolgt in Kapitel 16.2.2.

16.1.3 Biomagnetische Signale

Jedem Elektrogramm ist ein Magnetogramm zugeordnet. Die Quellen biomagnetischer Signale sind daher ebenfalls die im Innern des Körpers entstehenden elektrischen Signale. Zu den **Vorteilen** biomagnetischer gegenüber bioelektrischen Signalen gehört, dass die biomagnetischen Signale zwischen dem Entstehungsort und dem Aufnahmeort an der Körperoberfläche kaum gestört werden. Das liegt daran, dass die magnetische Permeabilität praktisch überall $\mu_r = 1$ ist. Selbst paramagnetische Substanzen weichen von diesem Wert nur in der Größenordnung 10^{-6} ab. Dies hat zur Folge, dass die Magnetfelder im Gewebe praktisch nicht verzerrt werden. Bei gleichzeitiger dreidimensionaler Aufzeichnung an mehreren Stellen ist daher eine viel präzisere Lokalisation möglich, was insbesondere für die Forschung sehr interessant ist.

Die entsprechende elektrische Größe ist die (relative) Dielektrizitätskonstante ϵ_r , die in Luft 1 ist, und in Wasser etwa $\epsilon_r = 81$ beträgt. Daher werden die elektrischen Dipolfelder in inhomogenen Gebieten

verzerrt. Ein anderer Vorteil ist die berührungslose Aufnahme biomagnetischer Signale. Damit entfallen alle Schwierigkeiten der Signalableitung mit Elektroden, die bei bioelektrischen Verfahren auftritt.

Biomagnetische Signale entstehen in erster Linie durch elektrische Ströme. Gemäß Biot-Savart erzeugen Ströme $\vec{j}(\vec{r}')$ an einem Ort \vec{r} ein Magnetfeld

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$

Ein typischer Nervenimpuls entspricht einem Strom von $I = \int |\vec{j}| dA \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{A}$. Hier stellt A die Querschnittsfläche des Neurons dar. Das erzeugt Magnetfeld beträgt somit

$$B_n \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \approx 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \text{A} \cdot \frac{1}{r} = 2 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{r}$$

Somit ist das erzeugte Magnetfeld auch im Abstand von $1 \mu\text{m}$ nur im Bereich von $10^{-10} \text{T} = 100 \text{pT}$ und im Abstand von 1mm nur noch 100fT .

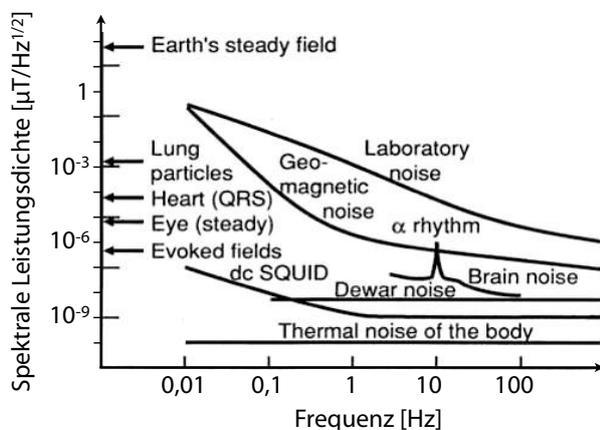


Abbildung 16.5: Stärken von unterschiedlichen Magnetfeldern als Funktion der Frequenz.[16]

Der wesentliche **Nachteil** ist die Kleinheit der zugehörigen Magnetfelder; sie bewegen sich im Bereich

von

$$B = 10^{-11} \dots 10^{-13} \text{T}$$

Zum einen werden daher sehr sensitive Sensoren benötigt (SQUIDS, siehe Kapitel 16.4.4), und zum anderen ist eine sorgfältige Abschirmung notwendig. Größenordnungen für Störquellen:

$$B_{\text{Erde}} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{T}$$

$$B_{\text{Netzkabel}} \approx 10^{-7} \text{T}$$

$$B_{\text{magn. Verunreinigungen in Lunge}} \approx 10^{-9} \text{T}$$

Die Unterdrückung von Störsignalen gelingt mit Subtraktionsmessungen. So misst man meistens nicht das Magnetfeld selber, sondern eine Differenz zwischen zwei benachbarten Punkten, welche einer räumlichen Ableitung entspricht.

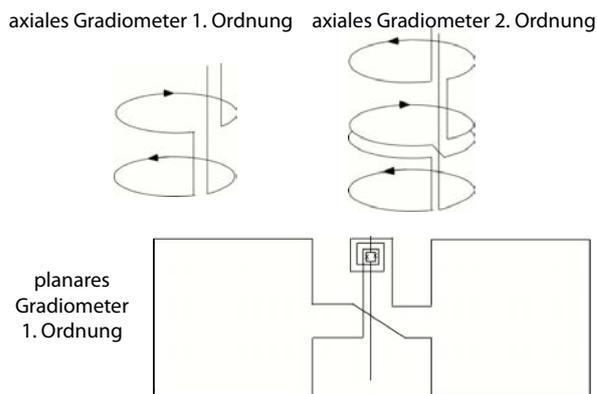


Abbildung 16.6: Differentielle Messung von Magnetfeldern mit einem Gradiometer.

Die zugrunde liegende Idee ist, dass weit entfernte Störquellen an zwei nahe beieinander liegenden Messorten das gleiche Signal erzeugen, aber Magnetfelder von biologischen Quellen einen starken Gradienten auf dieser Skala aufweisen. Die Messungen mit zwei gegensinnig gewickelten supraleitenden Drahtspulen an zwei nahe liegenden Orten (wenige cm auseinander) werden subtrahiert. Dadurch lassen sich Störsignale um einen Faktor von etwa

100 unterdrücken. Solche Messgeräte werden Gradiometer genannt. Zusätzlich werden magnetisch abgeschirmte Kabinen benutzt und Filter eingesetzt.

16.1.4 Quellenmodelle

Bei den Quellenmodellen wird der menschliche Körper aus dem Blickwinkel der elektromagnetischen Feldtheorie betrachtet. Man kann zeigen, dass eine beliebige Verteilung von eingepprägten Strömen im Körper als Überlagerung von Stromdipolen aufgefasst werden kann. Bei der Abbildung soll die Verteilung der Stromdipole im Körper dargestellt werden. Im Extremfall wird die Stromdipolverteilung auf dem Herzen durch nur einen einzigen Stromdipol approximiert, den Herzvektor.

Grundsätzlich setzt sich die gesamte Stromdichte im Körper aus einer eingepprägten Stromdichte \vec{j}_i durch bioelektrische Ströme, und dem Rückstrom im Volumenleiter zusammen:

$$\vec{j} = \vec{j}_i + \sigma \vec{E} .$$

Das Feld kann durch das elektrische Potenzial ϕ ausgedrückt werden:

$$\vec{j} = \vec{j}_i - \sigma \vec{\nabla} \phi .$$

Bildet man die Divergenz der eingepprägten Stromdichte

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i = \vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} \phi) + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} ,$$

kann man den Ausdruck durch zwei Annahmen vereinfachen: die Leitfähigkeit σ des Gewebes sei homogen und $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$ (keine Ladungsanhäufung möglich). Dann erhält man die Poisson-Gleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i = \sigma \Delta \phi(\vec{r}) .$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der Gleichung

$$\rho(\vec{r}) = -\Delta \phi$$

aus der Elektrostatik, so steht an Stelle des Quellterms $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i$ die freie Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$. In Analogie dazu berechnet man das Potenzial, indem man über alle Quellterme integriert:

$$\phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\sigma} \int d^3 r' \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|} .$$

Es ist sinnvoll, diese Lösung noch weiter umzuformen. Mit der Definition $\psi(\vec{r}, \vec{r}') := \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ und $\vec{\nabla}(\psi \vec{j}_i) = \psi \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i + \vec{j}_i \cdot \vec{\nabla} \psi$ bekommt man

$$\phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\sigma} \int d^3 r' \left\{ \vec{\nabla}(\psi \vec{j}_i) - \vec{j}_i \cdot \vec{\nabla} \psi \right\} .$$

Mit dem Gauß'schen Satz verschwindet der erste Teil des Integrals, da sich auf einer ausreichend großen Hüllfläche keine eingepprägten Ströme befinden:

$$\int d^3 r' \vec{\nabla}(\psi \vec{j}_i) = \oint d\vec{f}(\psi \vec{j}_i) = 0 .$$

Mit dem Gradienten der Hilfsfunktion $\vec{\nabla} \psi = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$ sieht man, dass sich das Potenzial $\phi(\vec{r})$ aus einer Überlagerung von vielen Stromdipolen \vec{j}_i zusammensetzt:

$$\phi(\vec{r}) = +\frac{1}{4\pi\sigma} \int d^3 r' \cdot \vec{j}_i \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} .$$

Man kann sich einen Stromdipol auch als einen sehr kurzen stromdurchflossenen Pfad der Länge \vec{l} vorstellen: $\vec{j}_i \cdot d^3 r \approx \frac{l}{\lambda} \cdot A \vec{l} = I \cdot \vec{l}$. Zur numerischen Behandlung wird der Körper in diskrete Volumenelemente aufgeteilt, mit einem zugehörigen mittleren Stromdipol.

Die Mediziner interessieren nur die eingepprägten Ströme \vec{j}_i , gemessen werden beim EEG aber zusätzlich die Volumenströme an der Haut. Bei guten Rekonstruktionsalgorithmen werden beide Teile berücksichtigt, aber nur die eingepprägten Ströme im Ergebnis dargestellt. Zur genauen Berechnung der Volumenströme muss die genaue Lage der Organe, die äußere Form des Körpers und die Impedanzen der beteiligten Gewebearten genau bekannt sein.

Diese Informationen können zum Teil aus der MR-Tomographie und der Impedanztomographie gewonnen werden. Letztendlich ist dieses Vorgehen jedoch sehr aufwendig, so dass üblicherweise nur einfache Modelle benutzt werden, die zum Beispiel den Kopf als Kugel approximieren.

16.2 Anwendungsbeispiele

16.2.1 Übersicht

Die an der Körperoberfläche abgeleiteten Signale sind eine Überlagerung der elektrischen Aktivität des gesamten Nerven-, Muskel-, und sensorischen Systems. Eine gewisse Selektion der Signalkomponenten erfolgt durch geeignete Ortswahl der Elektrodenanordnung. Eine Auswahl der bioelektrischen Untersuchungsmethoden:

- Elektrokardiogramm (EKG): Signalamplitude an der Hautoberfläche ca. 1 mV; siehe Medizinphysik I, Kapitel 5.4.5 und Kapitel 16.2.8
- Elektroenzephalogramm (EEG): Amplitude der Signale an der Hautoberfläche in der Größenordnung von $10 \mu\text{V}$; siehe Kapitel 16.2.2
- Elektromyogramm (EMG): liefert ein Bild der Muskerregung und wird zum Beispiel in der Sportmedizin eingesetzt. Die Amplitude der Signale an der Hautoberfläche ist in der Größenordnung von $100 \mu\text{V}$.
- Elektoretinogramm (ERG): macht die Lichtreizung im Auge sichtbar. Die wesentlichen Informationen stecken in den Amplituden und Latenzzeiten der detektierten Wellen.
- Elektrookulogramm (EOG): gibt Aufschluss über die Augenstellung, so sind motorische Einflüsse diagnostizierbar.

Seltener angewendete Verfahren sind:

- Elektroolfaktogramm: Reizung des Geruchsinns

- Elektrogastrogramm: Aufzeichnung der Aktivität der Magenmuskulatur
- Elektrohysterogramm: Aufzeichnung der Aktivität der Uterusmuskulatur
- Elektrodermatogramm: Aufzeichnung der elektrischen Potenzialverteilung auf der Haut
- Elektroneurogramm: Aufzeichnung von intrazellulären elektrischen Potenzialen

16.2.2 Elektroenzephalogramm (EEG)

Für ein Elektroenzephalogramm (EEG) werden von der Schädeloberfläche Potenzialschwankungen abgeleitet, die in der Hirnrinde entstehen. Die zugrunde liegenden Ströme entstehen durch synaptische Prozesse in der Großhirnrinde (zerebraler Cortex). Die Entstehung von Feldpotenzialen und zugehörigen Magnetfeldern im Extrazellularraum des Zentralnervensystems ist in der Abbildung 16.7 skizziert.

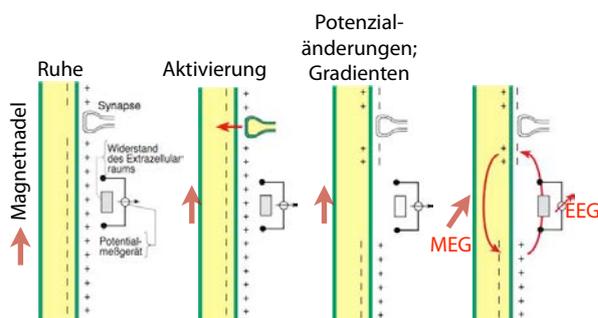


Abbildung 16.7: Grundlagen der Entstehung von Potenzialen (EEG) und Magnetfeldern (MEG).

Dort ist ein zunächst im Ruhezustand befindlicher langgestreckter neuronaler Fortsatz (z.B. ein Dendrit) zu sehen. Der erste Schritt für die Entstehung bioelektrischer Signale ist die Aktivierung einer Synapse und die damit verbundene lokal begrenzte Depolarisation. Die zugehörigen "primären" transmembranen Ionenströme sind durch den roten Pfeil

in der Abbildung angedeutet. Als Folge davon entstehen entlang der Membran lokale Membranpotenzialänderungen und Potenzialgradienten. Durch die Potenzialgradienten getrieben fließen "sekundäre" Ionenströme sowohl im intra- als auch im extrazellulären Raum. Der extrazelluläre Ionenstrom erzeugt am Widerstand des Extrazellulärraums die Feldpotenziale, die im EEG dargestellt werden. Durch seine größere Bündelung ist der intrazelluläre Ionenstrom in erster Linie für die Ausbildung der Magnetfelder verantwortlich, die im Magnetoenzephalogramm (MEG) gemessen werden. Diese Magnetfelder sind senkrecht zum Stromfluss orientiert.

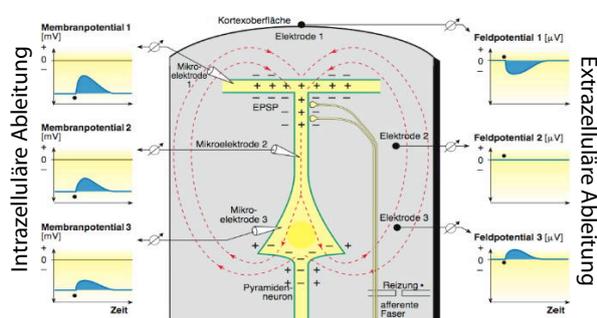


Abbildung 16.8: Entstehungsmechanismen der Feldpotenziale in der Hirnrinde.

Abbildung 16.8 zeigt, wie die einzelnen Feldpotenziale in der Hirnrinde entstehen. Abgebildet ist ein langgestrecktes, vertikal orientiertes Neuron der Hirnrinde sowie 3 intrazelluläre Elektroden (Membranpotenziale) und 3 zugehörige extrazelluläre Elektroden (Feldpotenziale). Ein Reiz (elektrische Stimulation) löst ein Aktionspotenzial in der afferenten Faser aus. Der Zeitpunkt der Reizauslösung ist in den Potenzialmessungen mit einem Punkt markiert. An den Synapsen erfolgt ein Einwärtsstrom von positiv geladenen Ionen, und im Bereich der Mikroelektrode 1 entsteht ein exzitatorisches postsynaptisches Potenzial (EPSP). Durch die entstandene Potenzialdifferenz zu den übrigen Membranabschnitten (Plus- und Minuszeichen in der Abbildung) erfolgen intra- und extrazelluläre Ionenströme (in der Abbildung durch unterbrochene Pfeile dargestellt).

Durch den Zufluss positiver Ladungen finden auch im Bereich aller Mikroelektroden Depolarisationen statt, die mit zunehmendem Abstand in Amplitude und Steilheit abnehmen. Der Abstrom von positiven Ionen aus dem Extrazellulärraum in das Neuron erzeugt im Bereich der oberflächennahen extrazellulären Elektrode 1 ein negatives Feldpotenzial. Da die positiven Ionen auf die extrazelluläre Elektrode 3 zuströmen, wird dort ein positives Feldpotenzial gemessen. Am Umkehrpunkt selbst (extrazelluläre Elektrode 2) ist kein Potenzial messbar. Wenn die aktivierte exzitatorische Synapse am tiefen Ende des Neurons liegt, dann kehren sich die Ionenströme und die Vorzeichen der gemessenen Signale um. Die unterschiedlichen Vorzeichen zeigen auch, dass die Signale der einzelnen Neuronen sich im Allgemeinen nicht addieren.

Außer den EPSP gibt es auch inhibitorische postsynaptische Potenziale (IPSP), die dann entstehen, wenn negative Ionen einströmen oder positive ausströmen. Erfolgt die Aktivierung einer inhibitorischen Synapse oberflächennah, dann kehren sich ebenfalls die Ionenströme um, verglichen mit dem ausführlich besprochenen Fall für oberflächennahe exzitatorische Synapsen.

Die Auslösung einer wellenförmigen Potenzialfolge, die in der Regel beim Gehirn vorliegen, kommt durch gruppierte Aktionspotenziale in der afferenten Faser zustande.

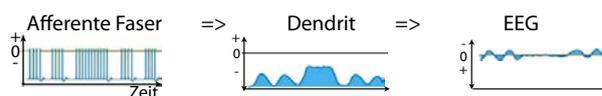


Abbildung 16.9: Entstehung einer wellenförmigen Potenzialfolge durch gruppierte Aktionspotenziale einer afferenten Faser.

Die aufsteigenden Aktionspotenziale erzeugen an den oberflächlichen Dendriten des Neurons einzelne EPSP, die sich überlagern zu größeren Depolari-

sationen. Es kommt zu wiederholten negativen Potentialschwankungen an der Hirnoberfläche. Wenn die afferenten Impulsgruppen periodisch aufeinander folgen, dann sind die Potentialschwankungen sinusförmig. Die sinusförmigen Signalschwankungen werden mit Wechselspannungsverstärkern registriert und als EEG bezeichnet.

16.2.3 Magneto-Encephalogramm

Die Magnetoenzephalographie (von griechisch encephalon Gehirn, gráphein schreiben), abgekürzt MEG, ist eine Messung der magnetischen Aktivität des Gehirns. Aus den gemessenen Feldern zieht man Rückschlüsse auf die Aktivität des Gehirns. MEGs werden einerseits in der Grundlagenforschung eingesetzt, andererseits versucht man damit, geschädigte Gehirnregionen zu finden oder bestimmte Funktionen zu lokalisieren.

Die zu messenden Felder liegen im Bereich von 10^{-13} T und sind damit um mehrere Größenordnungen kleiner als andere Felder, welche als Störsignale auftreten. Dies macht die Messung sehr aufwändig. Die eigentlichen Messsonden sind SQUIDS (Einzelheiten dazu in Kap. 16.4.4). Gemessen werden jeweils Magnetfeldgradienten, also räumliche Änderungen des Magnetfeldes, um Störungen durch entfernte Quellen zu unterdrücken.

Abb. 16.10 zeigt als Beispiel gemessene zeitliche Verläufe des Magnetfeldes an 12 unterschiedlichen Orten des Gehirns als Antwort auf auditorische Stimulation. Das maximale Signal liegt bei etwas mehr als 10^{-11} T/m. Die einzelnen Spuren wurden gemessen, indem jeweils über 66 Stimuli gemittelt wurde. Die obere Spur ist $\partial B_z/\partial y$ und die untere $\partial B_z/\partial x$. Die jeweils 2 überlagerten Kurven sind wiederholte Messungen, welche die Wiederholbarkeit dokumentieren. Der Pfeil zeigt die Lage des Stromdipols, welcher sich im auditorischen Cortex befindet. Die horizontale Achse entspricht der Zeit.

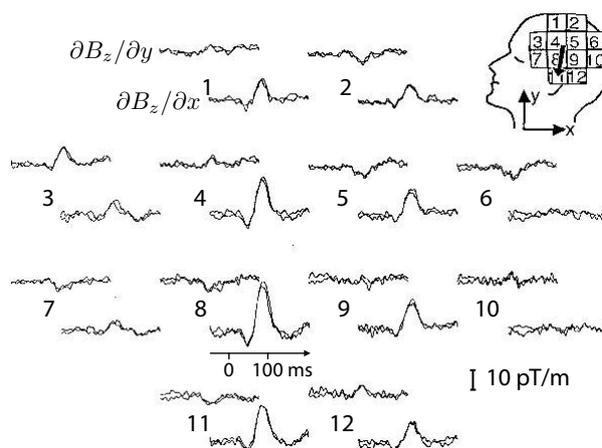


Abbildung 16.10: MEG Signale, welche durch ein Audio-Signal stimuliert wurden. [16]

16.2.4 Magneto-Kardiologie

Das Herz erzeugt Magnetfelder mit einer Stärke von der Größenordnung von 5×10^{-11} T. Dies ist etwa das 10^{-6} -fache des Erdmagnetfeldes, aber mindestens 2 Größenordnungen stärker als die Felder des Gehirns (MEG).

Da man mit einem SQUID (\rightarrow 16.4.4) Felder bis zu 10^{-14} T messen kann, ist die absolute Stärke kein Problem; man muss es jedoch gegenüber sehr viel größeren Störsignalen unterscheiden können.

Ein Magnetokardiogramm (MKG, engl. MCG) liefert die zeitabhängige Feldverteilung über der Brust. Da das Magnetfeld im Gegensatz zu den elektrischen Signalen durch das Körpergewebe nur wenig beeinflusst wird, ist ein Rückschluss auf die elektrophysiologische Funktion des Herzmuskels möglich.

Abb. 16.12 zeigt das MKG einer schwangeren Frau. Es sind die Signale von Mutter und Fötus erkennbar.

16.2.5 Elektrische Messungen

Die Aufnahme elektrischer Spannungs- oder Stromsignale an der Körperoberfläche erfolgt im Allge-



Abbildung 16.11: Messung der Magnetfeldverteilung über der Brust.

meinen durch auf die Haut aufgesetzte Elektroden. Für spezielle Anwendungen können sie auch in das Körpergewebe eingestochen werden.

Der Ohm'sche Kontaktwiderstand sollte möglichst klein gehalten werden. Daher werden großflächige Elektroden verwendet, wann immer eine räumliche Ortsdifferenzierung der Signale nicht dagegen spricht. Für den Kontaktwiderstand werden Werte von $\leq 100\Omega$ im Allgemeinen als ausreichend betrachtet. Um ein gutes Signal zu erhalten, müssen Störsignale unterdrückt und die Potenziale verstärkt werden.

Die Elektroden, zwischen denen die Potentialdifferenz gemessen wird, werden als differente Elektroden bezeichnet. Sie werden unmittelbar oberhalb der Hirnrinde angebracht. Zusätzlich gibt es noch Referenzelektroden an Punkten des Kopfes, deren Potentialschwankungen weniger von der Hirntätigkeit abhängig sind. Bei einer bipolaren Ableitung wird die Spannung zwischen zwei differenten Elektroden gemessen. Schaltet man eine differente Elektrode gegen eine Referenzelektrode, dann spricht man von einer unipolaren Ableitung.

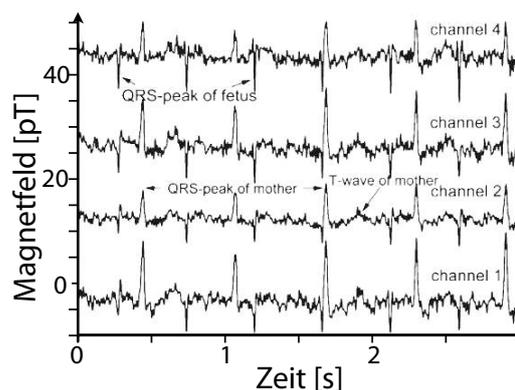


Abbildung 16.12: MKG Messung an einer schwangeren Frau.[40]

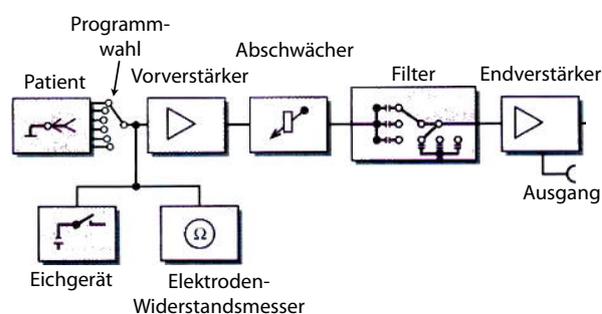


Abbildung 16.13: Schaltschema zur Messung von elektrischen Spannungen an der Körperoberfläche.

16.2.6 EEG-Wellen

In der oberen Cortexschicht entstehen EEG-Wellen unterschiedlicher Amplitude und Frequenz. Die Frequenzen des EEG werden in 4 Frequenzbänder eingeteilt, welche mit α , β , ϑ und δ bezeichnet werden. Abb. 16.15 zeigt einige Beispiele.

Welche Frequenz dominiert, hängt unter anderem von dem Reifegrad des Gehirns ab. Im Säuglings- und Kleinkindalter dominieren ϑ - und δ -Wellen, die mit zunehmendem Alter durch α - und β -Wellen abgelöst werden. Außerdem hängt die Frequenz vom Aktivitätsniveau des Gehirns ab. Bei einem Erwach-

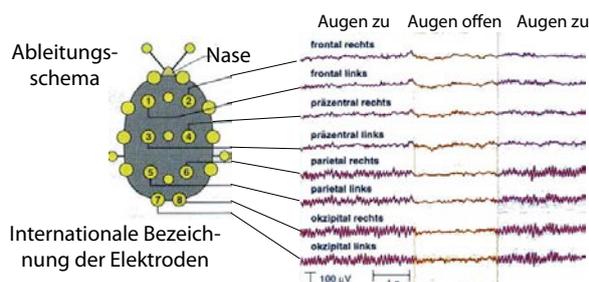


Abbildung 16.14: Ableitungsschema beim EEG und Beispielmessung.

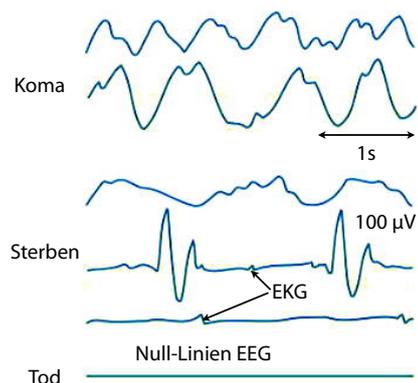


Abbildung 16.16: Erlöschen der EEG-Tätigkeit beim Sterben eines Menschen.

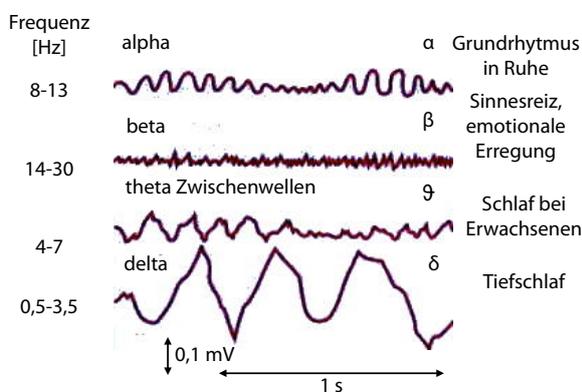


Abbildung 16.15: Die 4 Frequenzbänder des EEG.

senen treten im inaktiven Wachzustand bei geschlossenen Augen α -Wellen auf, die beim Augenöffnen in β -Wellen übergehen (siehe Abbildung 16.14). Beim Übergang in den Schlaf treten zunächst θ -Wellen, und im Tiefschlaf δ -Wellen auf.

Mit dem Hirntod erlischt das EEG irreversibel (Null-Linien-EEG, siehe Abb. 16.16). Meistens geht diesem eine Phase mit sehr langsamen, unregelmäßigen Wellen voraus, die ein Koma anzeigen. Das Null-Linien-EEG dient mit anderen Parametern als Todeskriterium.

16.2.7 Evozierte Potenziale

Bisher wurden nur "spontane EEGs" betrachtet, das heißt ohne sensorische Reizung von außen. Die Potenzialänderungen, die an verschiedenen Punkten des Nervensystems als Folge von Sinnesreizung oder im peripheren Gewebe entstehen, heißen evozierte Potenziale. Die Ableitungen erfolgen an der Wirbelsäule oder der Schädeldecke. Durch eine gezielte Reizung kann unter anderem die Reizleitung von der Peripherie zum Cortex überprüft werden. Außerdem können Zusammenhänge einer nervlichen Blockade einzelner Teile des Zentralnervensystems untersucht werden. Die vom Cortex abgeleiteten sogenannten evozierten Potenziale liefern die sicherste Information über die im Cortex ablaufenden Informationsübertragungsprozesse.

In der Regel besitzen evozierte Potenziale eine wesentlich geringere Amplitude (Größenordnung $1 \dots 10 \mu\text{V}$) als die überlagerten EEG-Signale und sie verschwinden in der Regel im Rauschen. Da sie aber mit dem auslösenden Reiz, dessen Zeitverlauf bekannt ist, korreliert sind, kann eine häufige Wiederholung und Mittelung der Signale die evozierten Potenziale sichtbar machen. Die Repetitionszeit der ≥ 1000 Wiederholungen beträgt je nach Anwendung zwischen 10 ms und 5 s.

Bei somatosensorisch evozierten Potenzialen (SEP) wird ein peripherer Nerv gereizt, um Funktionsprüfungen der afferenten Nerven vorzunehmen. Die Reizung kann mechanisch oder direkt (gepulst) elektrisch erfolgen. Abweichungen der Reizleitungsgeschwindigkeit vom Normwert geben Hinweise auf Krankheitsprozesse. SEPs werden außerdem noch in der Hirnforschung eingesetzt.

Akustisch evozierte Potenziale (AEP) werden durch die Reizung der Basilarmembran im Innenohr durch Schallwellen angeregt. Die Schallwellen sind entweder monochromatisch oder breitbandige Klick-Laute. Durch AEPs kann die akustische Wahrnehmung untersucht werden. Das dient zum einen der Diagnostik, zum anderen aber auch der Bestimmung der Anästhesietiefe, da das akustische Wahrnehmungssystem anscheinend bei zunehmender Schlaf-tiefe zuletzt abgeschaltet wird.

Bei visuell evozierten Potenzialen (VEP) werden gepulste Blitzlampen (nur Helligkeitsreiz) oder Schachbrettmuster mit langsamem (1 Hz) oder schnellem (14 Hz) Wechsel der Farben benutzt. Wegen der räumlichen Nähe von Retina und visuellem Cortex ist die Festlegung des Ableitungsortes für die Beurteilung besonders wichtig. Mit VEPs werden nicht nur die visuelle Sinneswahrnehmung untersucht; sie werden auch eingesetzt um Multiple Sklerose (MS) zu diagnostizieren. Die ersten Symptome für MS sind Verlängerungen der Latenzen der VEP.

Generell sind bei EP in der Diagnostik die Amplitudenänderungen und die Laufzeitunterschiede der Signale von Bedeutung.

16.2.8 Vektorkardiographie

Im Sommersemester wurde die Herzmuskel-erregung und das Zustandekommen des normalen EKGs erklärt. Die Erregung des Arbeitsmyokards führt zu Potenzialschwankungen im Herzen. Diese sind abgeschwächt über die Extrazellulärflüssigkeit an der

Körperoberfläche messbar im Bereich von 1 mV. Nicht erregte Stellen des Myokards sind außen positiv gegenüber erregten. Jede erregte Zelle wirkt als elektrischer Dipol, und die Vektorsumme aller erregten Zellen ergibt den resultierenden elektrischen Dipol, auch Integralvektor oder Herzvektor genannt.

Kombiniert man mehrere Ableitungen von normalen EKGs miteinander, so kann man das EKG vektoriell interpretieren.

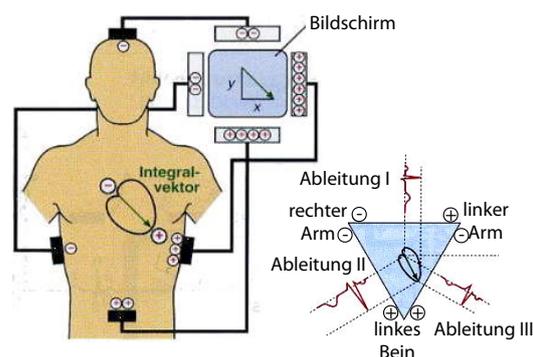


Abbildung 16.17: Zusammenhang zwischen normalem EKG und der Vektorkardiographie.

Bei der Vektorkardiographie wird das Kreisen des Dipols im Verlauf des Herzzyklus aufgezeichnet.

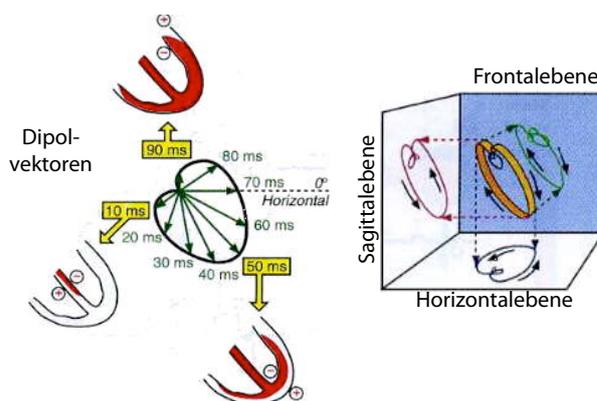


Abbildung 16.18: Rotation des Herzvektors.

Die Richtung des größten Integralvektors (R-Zacke

im EKG) definiert die elektrische Herzachse. Diese stimmt in der Regel mit der anatomischen Lage des Herzens überein, die so bestimmt werden kann. Die Projektionen des Integralvektors auf die Verbindungslinien zwischen Ableitungspunkten ergeben das normale EKG.

16.3 Impedanz-Tomographie

16.3.1 Prinzip

Die Impedanz-Tomographie untersucht die passiven elektrischen Eigenschaften des menschlichen Körpers. Unterschiedliche Gewebearten haben sehr unterschiedliche Impedanzen, welche auch mit der Frequenz variieren und welche sich bei bestimmten krankhaften Veränderungen ändern. Beispiele umfassen schlechte Ventilierung der Lunge oder mangelhafte Blutversorgung.

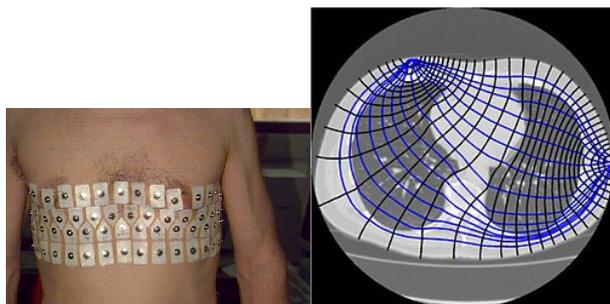


Abbildung 16.19: Elektrische Impedanz-Tomographie: Elektrodenanordnung, berechnete Verteilung von Äquipotenzialflächen und Strömen.

Die Leitfähigkeit variiert stark als Funktion der Frequenz. Frequenzabhängigkeit kann im einfachsten Fall als Debye-Prozess charakterisiert werden: Dieses Modell beschreibt ein Ensemble von elektrischen Dipolen in einem elektrischen Wechselfeld. Als Antwort auf das elektrische Wechselfeld richten sich die Dipole parallel zum Feld aus, mit einer Relaxationszeit τ . Dies führt zu einer Frequenzabhängigkeit der

dielektrischen Konstante:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + i\omega\tau}$$

Hier stellt ε_∞ die Dielektrizitätskonstante bei sehr hohen Frequenzen dar, ε_s diejenige bei sehr niedrigen Frequenzen. Man schreibt die komplexe Größe üblicherweise als $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$, mit ε' als Realteil und ε'' als Imaginärteil. Die komplexe Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ ergibt sich daraus als

$$\sigma(\omega) = i\omega\varepsilon_0\varepsilon = \omega\varepsilon_0(i\varepsilon' + \varepsilon'')$$

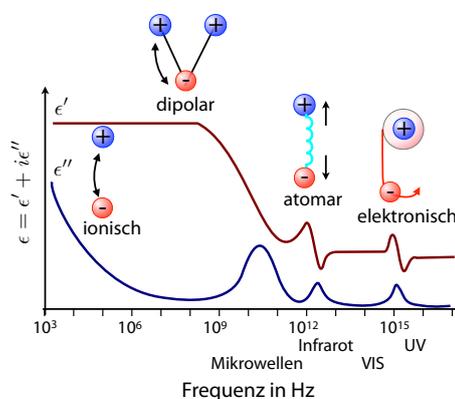


Abbildung 16.20: Frequenzabhängigkeit der komplexen Dielektrizitätskonstante (schematisch).

Über einen breiteren Frequenzbereich tragen nicht nur die molekularen Dipole zur Dielektrizitätskonstante bei, sondern auch andere schwingende Systeme, in denen ein elektrisches Dipolmoment induziert werden kann.

16.3.2 Dielektrische Eigenschaften von Geweben

Die dielektrischen Eigenschaften des Körpers werden durch bewegliche Ionen dominiert. So hat Blut einen spezifischen Widerstand von $\rho \approx 1,5\Omega\text{m}$.

Muskeln sind stark anisotrop: parallel zu den Muskelfasern kann der Widerstand $1,25 \Omega\text{m}$ betragen, senkrecht dazu $18 \Omega\text{m}$. Fett hat eine niedrigere Leitfähigkeit ($\rho > 20 \Omega\text{m}$) und bei Knochen liegt der Wert bei >150 . In der Lunge kann die Leitfähigkeit über einen Bereich von $7 \dots 23$ variieren, wobei Abweichungen entstehen können, wenn ein Bereich schlecht ventiliert wird.

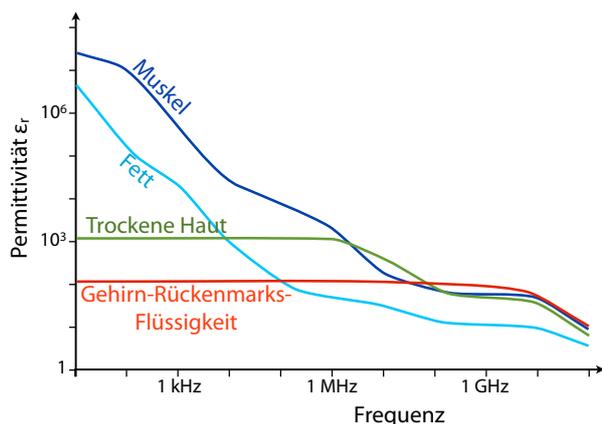


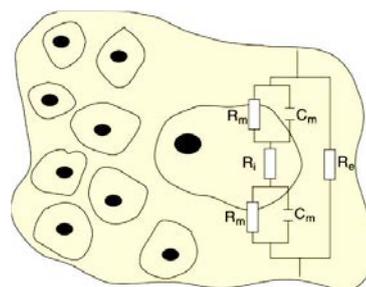
Abbildung 16.21: Frequenzabhängigkeit der Permittivität von Gewebe.

Diese Widerstandswerte beziehen sich zunächst auf Gleichstrom. Sie variieren stark mit der Frequenz, wie in Abb. 16.21 für die Permittivität gezeigt.

Eine detailliertere Analyse unterscheidet zwischen Beiträgen der intrazellulären Leitfähigkeit, der extrazellulären, sowie der Kopplung zwischen den beiden. Abbildung 16.22 zeigt schematisch ein mögliches Ersatzschaltbild für ein Organ.

16.3.3 Messprinzip

Für die Messung müssen Elektroden auf die Haut aufgebracht werden. Wie im vereinfachten Ersatzschaltbild von Abb. 16.23 gezeigt, misst man damit



R_e Widerstand des Extrazellulärraumes
 R_m Transmembran-Widerstand
 C_m Transmembran-Kapazität
 R_i Widerstand des Zell-Innenraums

Abbildung 16.22: Mikroskopisches elektrisches Ersatzschaltbild für die Impedanz von Gewebe.

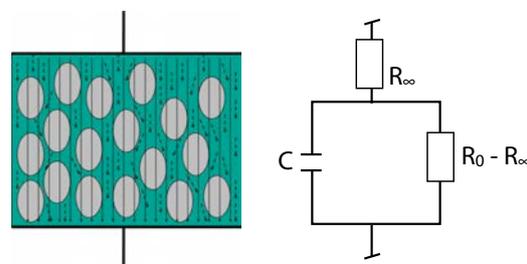


Abbildung 16.23: Makroskopisches Ersatzschaltbild für die Impedanz von Gewebe.

die komplexe Impedanz

$$Z = R_\infty + \left(i\omega C + \frac{1}{R_0 - R_\infty} \right)^{-1}$$

$$= R_\infty + \frac{R_0 - R_\infty}{1 + i\omega(R_0 - R_\infty)C}$$

als Funktion der Messfrequenz ω .

Bei sehr niedrigen und sehr hohen Frequenzen dominiert der Realteil der Impedanz, bei Frequenzen im Bereich um 100 Hz findet man einen großen imaginären Anteil.

Bei den Elektroden findet ein Übergang von der elektronischen Leitung auf Ionenleitung statt, welche bei der Modellierung berücksichtigt werden

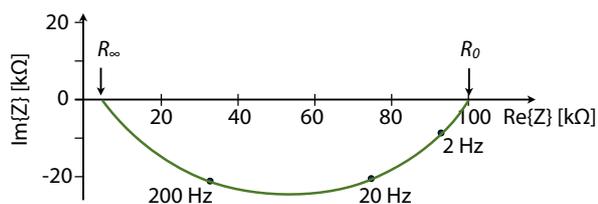


Abbildung 16.24: Frequenzabhängige Impedanz von Haut.

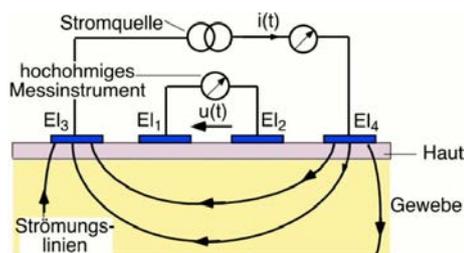


Abbildung 16.26: Vierelektrode-Technik.

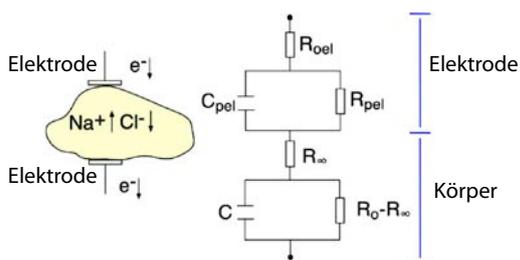


Abbildung 16.25: Ersatzschaltbild für die Messelektroden im Kontakt mit der Haut.

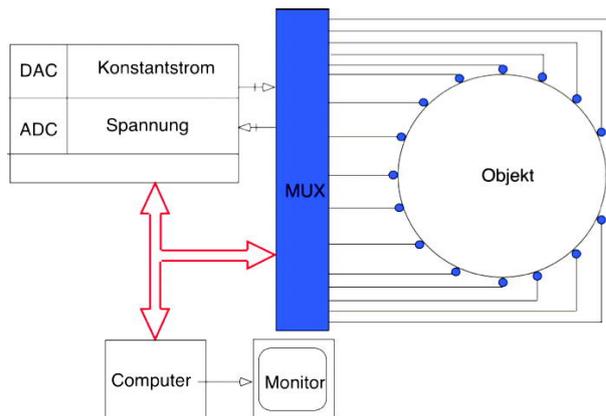


Abbildung 16.27: Impedanztomographiesystem.

muss. Der Prozess kann z.B. durch Silberelektroden begünstigt werden, die mit dem schwerlöslichen Salz Silberchlorid überzogen sind. Außerdem verwendet man gerne Messfrequenzen oberhalb von 10 kHz, um den Einfluss der Elektroden zu reduzieren. Typische Bedingungen sind Frequenzen von 50 kHz und Ströme von 5 mA.

16.3.4 Datenaufnahme

Das Problem der Impedanz an den Kontakten kann mit Hilfe der Vierelektrode-Technik gelöst werden.

Hier wird die Messung mit einem separaten Elektrodenpaar durchgeführt. Damit kann sehr hochohmig gemessen werden kann, so dass der Spannungsabfall an der Elektrode nicht ins Gewicht fällt.

In einem Tomographie-System werden z.B. 16 Kanäle verwendet, wobei jeweils an ein Elektrodenpaar eine Spannung angelegt wird und an den anderen gemessen wird. Dabei existieren unterschiedli-

che Strategien: man kann z.B. über benachbarte oder über gegenüberliegende Elektroden Strom einspeisen.

Dabei ergeben sich unterschiedliche Spannungsverteilungen, welche entsprechend unterschiedliche Parameter des Objekts abfragen. In den Bereichen mit hohem Gradienten, also kurzen Abständen zwischen den Äquipotenzialflächen, liegt eine hohe Spannung und dementsprechend fließt bei gegebener Leitfähigkeit ein hoher Strom. Bei dieser Messanordnung reagiert entsprechend das Signal stark auf Änderungen der Leitfähigkeit in diesen Bereichen.

Für eine solche Messanordnung kann man das Objekt als passiven Vierpol beschreiben, der eine Transimpedanz darstellt: aus einem gegebenen Strom wird eine bestimmte Spannung generiert:

$$U_{cd} = Z I_{ab} \quad U_{ab} = Z I_{cd}$$

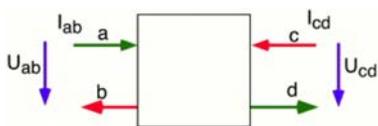


Abbildung 16.28: Vierpoldarstellung.

16.3.5 Datenanalyse

Die Stromdichteverteilung lässt sich bei gegebener Geometrie und gegebenem Potenzial berechnen:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\vec{\nabla}\Phi \\ \vec{D} &= \epsilon\vec{E} = \epsilon_0\epsilon_r\vec{E} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= 0;\end{aligned}$$

die letzte Gleichung folgt aus den Maxwell Gleichungen für verschwindende freie Ladungen. Einsetzen der oberen Gleichungen in die dritte ergibt die Laplace-Gleichung

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\Phi = \Delta\Phi = 0.$$

Außerdem ist die Stromdichte \vec{j} gegeben als

$$\vec{j} = \kappa\vec{E} = -\kappa\vec{\nabla}\Phi,$$

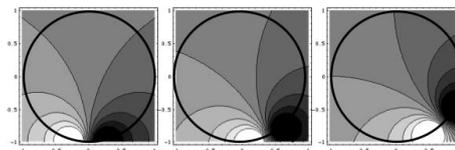
wobei κ die spezifische Leitfähigkeit darstellt. Somit fließen die Ströme senkrecht zu den Äquipotenzialflächen. Dies gilt insbesondere auch für die Randbedingungen: die einfließenden Ströme fließen senkrecht zu den Äquipotenzialflächen.

Für einen homogenen Zylinder ergibt sich daraus die Potenzialverteilung

$$\Phi_H = k\frac{I}{2} \ln\left(\frac{(\vec{r} - \vec{p}_2)^2}{(\vec{r} - \vec{p}_1)^2}\right).$$

Hier steht k für einen Wert, der sich aus der Leitfähigkeit ergibt, I den Strom und $\vec{p}_{1,2}$ für die Position der Punkte, an denen der Strom eingespeist wird. Diese Funktion ist in Abb. 16.29 dargestellt.

Stromeinspeisung über benachbarte Elektroden



Stromeinspeisung über gegenüberliegende Elektroden

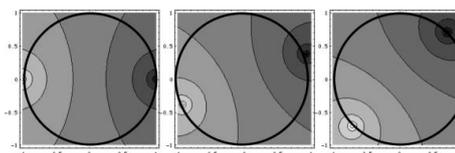


Abbildung 16.29: Äquipotenzialflächen in einem Impedanz-Tomographie System (schematisch).

Die wirkliche Feldverteilung kann aus den gemessenen Spannungen durch einen Rückprojektionsprozess bestimmt werden: Eine Abweichung zu den Werten, die sich aus der angenommenen Potenzialverteilung ergeben, wird auf das Objektmodell zurückprojiziert, wobei die einzelnen Bereiche mit ihrer Empfindlichkeit gewichtet werden. Eine genügend große Zahl von solchen Rückprojektionen ergibt ein Bild der Leitfähigkeit im Objekt.

Eine Alternative, die genauere Resultate liefert, liegt darin, die bekannte Geometrie des Objektes zu nutzen und einzelnen Bereichen eine Leitfähigkeit zuzuordnen. Mittels der Methode der finiten Elemente kann daraus eine Strom- und Spannungsverteilung gerechnet und mit den gemessenen Spannungen verglichen werden. Die angenommenen Widerstandswerte werden danach iterativ angepasst, bis eine gute Übereinstimmung erhalten wird.

Für eine Verteilung ρ des spezifischen Widerstandes und einen gegebenen Satz von Stromeinspeisungen kann man die erwarteten Spannungen \vec{V}_b bestimmen. Diese weichen im Allgemeinen von den gemessenen Spannungen \vec{V}_m ab. Die optimale Lösung minimiert die Differenz $\|\vec{V}_b - \vec{V}_m\|^2$.

16.3.6 Lead fields

Zu der Abbildung bioelektrischer Ströme tragen grundsätzlich alle zur Messzeit aktiven Stromdipole bei. Es ist nicht möglich, nur eine Projektion aufzunehmen wie es z.B. in der CT gemacht wird. Man muss genauer bestimmen, welche möglichen Stromdipole \vec{p}_i im Körper in welchem Maße zum Signal eines spezifischen Elektrodenpaars beitragen. Zu jedem gegebenen Elektrodenpaar gibt es ein *lead field* (lead = Zuführung, Elektrode) $\vec{a}(\vec{r})$, so dass das von dem Elektrodenpaar gemessene Signal eines beliebigen Stromdipols \vec{p} durch

$$U = \vec{a}(\vec{r}) \cdot \vec{p} \quad (16.1)$$

gegeben ist. Solche lead fields wurden für verschiedene Elektrodenanordnungen bestimmt.

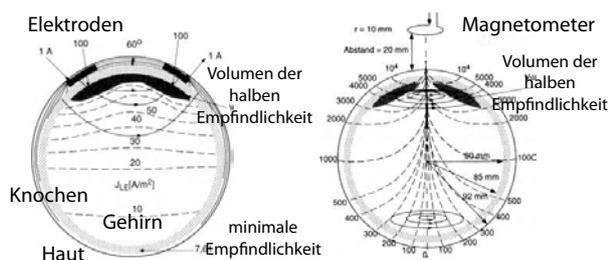


Abbildung 16.30: Lead fields von Elektroden und Magnetometern eines Kopf-Modells.

Abb. 16.30 zeigt ein Beispiel. Zur Modellierung der lead fields von Elektroden (und Magnetometern) auf einem Kopf wurden 3 Kugelschalen benutzt, die unterschiedliche Leitfähigkeiten besitzen: für die Haut, für die Knochen und für das Gehirn. Man erkennt, dass die Empfindlichkeit für Stromdipole in der Nähe der Elektroden am größten ist, und diese schnell mit wachsendem Abstand abfällt. Die Empfindlichkeit für magnetische Dipole bezieht sich auf eine Anordnung tangential zur Kopfoberfläche.

16.3.7 Reziprozitätstheorem

Es gibt einen Zusammenhang zwischen dem lead field eines Elektrodenpaars und der Stromdichteverteilung im Körper, die sich ergeben würde, wenn man in das gleiche Elektrodenpaar einen Strom einspeist (Reziprozitätstheorem). Dieses Reziprozitätstheorem ist nützlich, um lead fields zu bestimmen oder abzuschätzen.

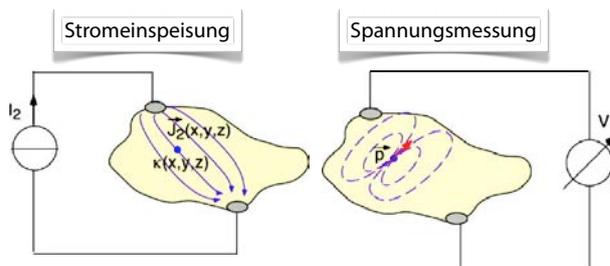


Abbildung 16.31: Reziprozitätstheorem.

Es kann so formuliert werden, dass man das gemessene Elektrodensignal

$$V = - \frac{1}{I_2} \frac{\vec{J}_2(x,y,z)}{\kappa(x,y,z)} \vec{p}(x,y,z) \quad (16.2)$$

berechnen kann, das ein Stromdipol $\vec{p}(x,y,z)$ an der Stelle (x,y,z) erzeugt, wenn man die Stromdichte $\vec{J}(x,y,z)$ kennt, welche an der gleichen Stelle erzeugt wird, wenn ein Strom I_2 in die gleiche Elektrodenanordnung eingespeist wird. $\kappa(x,y,z)$ stellt die elektrische Leitfähigkeit an dieser Stelle dar.

Die Beziehungen (16.1) und (16.2) verknüpfen die Spannung über einem Elektrodenpaar mit einem Stromdipol. Im Allgemeinen befinden sich im untersuchten Objekt viele Stromdipole und man misst viele Spannungen zwischen unterschiedlichen Elektrodenpaaren. Dementsprechend werden die lead fields durch eine Matrix dargestellt.

16.3.8 Auswertung bioelektrischer Daten

Das "Vorwärts-Problem" besteht darin, aus einer gegebenen Stromdipolverteilung die Potenziale (und

Magnetfelder) außerhalb des Körpers zu berechnen. Diese Probleme besitzen immer eine eindeutige Lösung. Das ist beim inversen Problem, der Bestimmung der unbekanntesten Stromdipolverteilung aus den gemessenen Potenzialen (und Magnetfeldern), nicht der Fall.

Bei der Rekonstruktion bioelektrischer Ströme treten zwei Schwierigkeiten auf: das Problem ist unterbestimmt d.h. die Zahl der Unbekannten ist kleiner als die Zahl der Messgrößen, und es ist oft "schlecht gestellt". Darunter versteht man, dass kleine Messfehler bereits zu großen Fehlern bei den rekonstruierten Strömen führen können. Es gibt also sehr viele Lösungen, die zu den Messungen "passen". Ein schlecht gestelltes Problem tritt in diesem Zusammenhang immer dann auf, wenn es Stromdipolverteilungen gibt, die außerhalb des Körpers keine oder nur sehr kleine Potenziale erzeugen (sogenannte "stille Quellen").

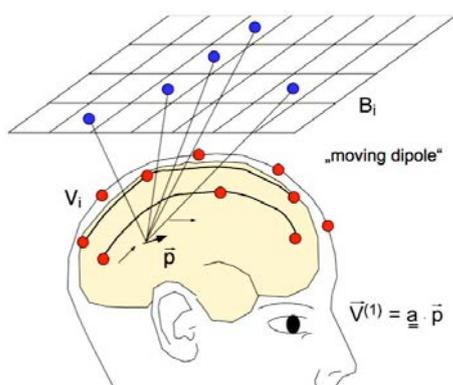


Abbildung 16.32: Modellierung durch einzelnen Stromdipol. Das Resultat muss mit den gemessenen Spannungen und Magnetfeldern übereinstimmen.

Häufig ist die Modellierung von bioelektrischen Strömen im Körper durch einen einzigen Stromdipol möglich. Bei der Rekonstruktion soll der Ort und die Richtung des Dipols gefunden werden. Jetzt ist das Problem überbestimmt, und per Fit werden

die "Vorwärts-Rechnungen" an die Messdaten angepasst. Diese Art der Auswertung eignet sich auch für dynamische Beobachtungen und kann auch, wenn ein physiologischer Grund für die Erweiterung vorliegt, auf mehrere Stromdipole erweitert werden.

Es ist auch möglich, Ströme nur auf vorher festgelegten Punkten zu messen und dann danach zu fragen, wie groß die Ströme an diesen Punkten waren und in welche Richtung sie gezeigt haben. Der Nachteil ist die Festlegung der Messpunkte vor der Datenaufnahme, die idealerweise anhand von physiologischen Überlegungen sinnvoll für die Fragestellung festgelegt werden. Der Vorteil ist die leichte Rekonstruktion der Ströme. Alle Messwerte, die in dem Vektor \vec{U} zusammengefasst werden, hängen über die lead field Matrix $\underline{a}(\vec{r})$ mit dem Stromdipol $\vec{p}(\vec{r})$ zusammen:

$$\vec{U} = \underline{a}(\vec{r}) \cdot \vec{p}(\vec{r}) .$$

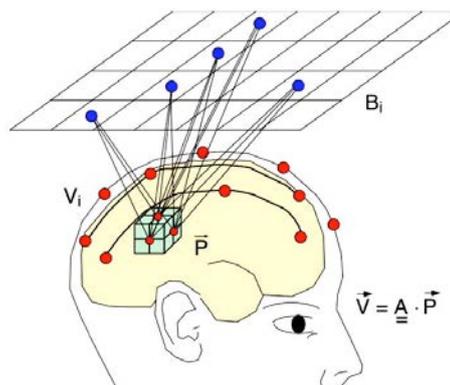


Abbildung 16.33: Verteilung von Stromdipolen.

Bei mehreren aktiven Dipolen an den Orten $\vec{r} - \vec{r}_N$ gilt der Überlagerungssatz, dass die Beiträge aller N Dipole zu einer gesamten Elektrodenspannung addiert werden können. Damit ergibt sich eine große Matrixgleichung mit der gesamten lead field Matrix \underline{A} :

$$\vec{U} = \underline{A}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \cdot \vec{p}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) .$$

Wenn die Matrix \underline{A} für eine Kombination aus bestimmten Elektrodenpaaren und möglichen Stromdipolen berechnet wurde, dann kann man für jede mögliche Auswahl von Stromdipolen sofort die zu erwartenden Spannungen errechnen. Die Berechnung der Matrix ist nicht einfach, insbesondere bei komplexeren Volumenleitermodellen, aber wegen dieser Universalität (wenn sich die Dipolorte nicht verändern) sehr nützlich. Das schon angesprochene "inverse Problem" ist mathematisch gesehen das Berechnen der inversen lead field Matrix \underline{A}^{-1} , mit deren Hilfe die Stromdipole einfach berechnet werden könnten:

$$\vec{p}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \underline{A}^{-1}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \cdot \vec{U}.$$

Die Gleichung wird im Allgemeinen iterativ gelöst.

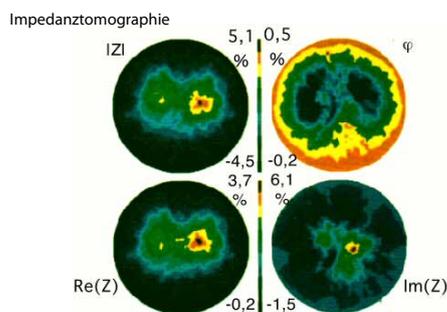


Abbildung 16.34: Tomographische Messung der Impedanzverteilung im Oberkörper.

Abbildung 16.34 zeigt als Beispiel einer solchen Analyse die Impedanzverteilung im Oberkörper, welche die zur Überprüfung der Belüftung der Lunge verwendet werden kann.

16.4 Magnetometrie

Bei der Messung biomagnetischer Signale benötigt man nicht nur einen Detektor mit einem sehr guten Signal-zu-Rausch-Verhältnis, sondern muss auch die Störsignale abschirmen, die meistens um viele Größenordnungen stärker sind als die interessierenden

Signale (siehe 16.1.3). Die empfindlichste Methode zur Messung von Magnetfeldern beruht auf der Ausnutzung des Josephson-Effektes. Er nutzt den Tunneleffekt durch eine dielektrische Barriere zwischen zwei Supraleitern aus. Als Detektor werden daher in der Magneto-Enzephalographie beziehungsweise -Kardiographie SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Devices) benutzt. Störsignale werden abgeschirmt durch magnetisch abgeschirmte Kabinen und Filter.

16.4.1 Supraleiter

Die herausragendsten Eigenschaften eines Supraleiters (SL) sind:

- Verschwindender elektrischer DC-Widerstand
- SL sind perfekte Diamagnete, d. h. $\chi_m = -1$. Als Folge davon ist das Innere des SL magnetfeldfrei (Meissner-Ochsenfeld-Effekt).
- Ein SL verhält sich so, als ob eine Energielücke 2Δ um die Fermi-Energie \mathcal{E}_F herum zentriert existieren würde. Ein Elektron der Energie \mathcal{E} kann nur dann aufgenommen (oder entfernt werden), wenn $(\mathcal{E} - \mathcal{E}_F)$ (oder $(\mathcal{E}_F - \mathcal{E})$) größer ist als Δ . Die Größenordnung der Energielücke ist $\Delta \approx 1 \text{ meV}$.
- Die supraleitenden Eigenschaften treten unterhalb der sogenannten kritischen Temperatur T_c auf. Häufig tritt der Isotopen-Effekt auf: $T_c \sim \sqrt{M}$ mit M der Masse einer Atomsorte. Dies ist ein Hinweis darauf, dass deren Schwingungen eine aktive Rolle beim Übergang in den supraleitenden Zustand spielen (Phononen!).
- Der magnetische Fluss Φ durch einen ringförmigen SL ist quantisiert: $\Phi = n \cdot \Phi_0$. Hier ist

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2 = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$$

das elementare Flussquantum.

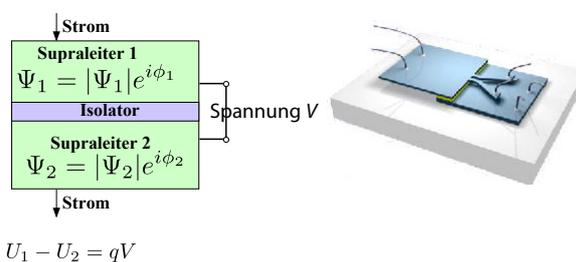
Die qualitative Erklärung für diese Effekte beruht darauf, dass der Strom im SL nicht durch einzelne Elektronen übertragen wird, sondern durch Elektronenpaare, die sog. Cooper-Paare. Die Paarung der Elektronen kommt bildlich gesehen dadurch zustande, dass ein durch das Gitter laufendes Elektron das Gitter deformiert, so dass ein ihm gleichzeitig entgegenlaufendes Elektron eine stärkere Anziehung spürt. Diese über ein Phonon vermittelte Kopplung zwischen zwei Elektronen ist energetisch günstig, wenn Spin und Impuls der beiden Elektronen antiparallel ausgerichtet sind. Die beiden Elektronen und die Gitterdeformationen bilden ein Quasiteilchen (Cooper-Paar). Da ihr Gesamtspin verschwindet, $S_{ges} = 0$, sind sie Bosonen, und es können daher makroskopische Quantenzustände (z.B. Bose-Einstein-Kondensation) auftreten.

Bei SL 1. Art besteht der perfekte Diamagnetismus und die Supraleitung nur bis zu einem äußeren kritischen Feld H_c . SL der 2. Art verhalten sich bis zu einem ersten kritischen Feld H_{c1} wie die SL 1. Art. Beim ersten kritischen Feld dringen die Feldlinien ebenfalls in das Material ein, aber die Magnetisierung sinkt nicht auf Null. Diese teilweise supraleitende Eigenschaft bleibt bis zu einem zweiten kritischen Feld H_{c2} erhalten, das um mehrere Größenordnungen über dem Feld H_{c1} liegen kann. Für Typ 2 SL liegt dieses technisch wichtige zweite kritische Feld im Bereich von bis zu 50 T. Typ 2 SL sind größtenteils Legierungen, während Typ 1 SL eher Elemente sind. Darüber hinaus gibt es auch organische Supraleiter (Polymere), sowie keramische Materialien (Hochtemperatursupraleiter), die oberhalb der kritischen Temperatur Isolatoren sind.

16.4.2 Bewegungsgleichung

Wenn zwei SL durch eine dünne isolierende (dielektrische) Barriere getrennt sind, spricht man von einem Josephson-Kontakt. Diese Schicht stellt eine Barriere dar, welche für die Elektronen 'verboten' ist. Nach den Gesetzen der Quantenmechanik

können die Elektronen jedoch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit durch diese Barriere hindurchtunneln. 1962 sagte B. D. Josephson voraus, dass zusätzlich zum normalen Tunnelstrom von einzelnen Elektronen ein Tunnelstrom von Elektronenpaaren existiert, wenn die Tunnelbarriere nicht zu dick ist. Solche Ströme aus Elektronenpaaren können auch in der Abwesenheit von äußeren elektrischen Feldern auftreten. Da dieser Beitrag durch Cooper-Paare geliefert wird, ist er verlustfrei und damit ohne Spannung über dem Josephson-Kontakt. Dies wird als DC Josephson-Effekt bezeichnet.



$$U_1 - U_2 = qV$$

Abbildung 16.35: Josephson-Kontakt.

In der Abbildung 16.35 ist ein Josephson-Kontakt skizziert. Die Funktionen Ψ_i beschreibt den Zustand aller Cooper-Paare im SL $i = 1, 2$. Diese befinden sich in einem makroskopischer Quantenzustand. Die Kopplung durch den Isolator wird durch eine Konstante K beschrieben. Die gekoppelten Schrödinger-Gleichungen der Wellenfunktionen Ψ_i lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (U_1 \Psi_1 + K \Psi_2) , \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} (U_2 \Psi_2 + K \Psi_1) . \end{aligned}$$

Hier stellt U_i das Potenzial für die Cooperpaare im SL i dar.

Wenn auf beiden Seiten der Tunnelbarriere das gleiche Material benutzt wird, dann gilt zusätzlich $U_1 = U_2$. Wenn ein elektrisches Feld (DC Potenzial V) über die Tunnelbarriere angelegt wird, dann ist $U_1 - U_2 = qV$, und bei der Wahl des Energienullpunkts in

der Mitte zwischen $U_{1,2}$ erhält man:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \left(\frac{qV}{2} \Psi_1 + K \Psi_2 \right), \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} &= -\frac{i}{\hbar} \left(-\frac{qV}{2} \Psi_2 + K \Psi_1 \right).\end{aligned}$$

16.4.3 Josephson-Effekt

Mit den Ansätzen

$$\Psi_i = \sqrt{n_i} e^{i\varphi_i},$$

wobei $n_i = |\Psi_i|^2$ die Dichte der Elektronen im Bereich $i = 1, 2$ darstellt und φ_i die jeweilige Phase der Wellenfunktion ist, erhält man für die Beträge der Zustandsfunktionen die Gleichung

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_1}{\partial t} &= \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \\ &= -\frac{\partial n_2}{\partial t}.\end{aligned}$$

Somit bleibt die Ladung erhalten: Elektronen, die auf der einen Seite verschwinden, tauchen auf der anderen Seite auf. Die externe Stromquelle liefert Elektronen nach, es gibt keine Aufladung eines SL.

Die entsprechende Gleichung für die Phasen lautet

$$\frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial t} = \frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \mp \frac{qV}{2\hbar}. \quad (16.3)$$

Mit der Abkürzung $\delta := \varphi_2 - \varphi_1$ wird der Strom durch die Tunnelbarriere

$$I_T = q \frac{\partial n_1}{\partial t} \cdot V_1 = \frac{2Kq}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin \delta \cdot V_1,$$

wobei V_1 das Volumen des SL $i = 1$ ist. Aus (16.3) folgt außerdem

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{qV}{\hbar},$$

und da die Ladungsträger Elektronenpaare sind, $q = 2e$, gilt

$$\delta = \frac{2eV}{\hbar} t + \delta_0.$$

Daher ergibt sich an den Kontakten ein oszillierender Suprastrom (AC Josephson-Effekt) mit der Kreisfrequenz

$$\omega_J = \frac{2eV}{\hbar}.$$

Eine Gleichspannung von $V = 1 \mu\text{V}$ erzeugt so eine Frequenz von 483,6 MHz. Umgekehrt kann ein elektrisches Wechselfeld einen Gleichstrom durch den Kontakt verursachen. Dies wird z.B. für die Definition des Volts verwendet.

16.4.4 SQUID

Befindet sich ein Josephson-Kontakt in einem Magnetfeld, so tritt ein Phasenfaktor auf, der durch das Vektorpotenzial \vec{A} ($\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$) bestimmt ist:

$$\Psi(\vec{r}) \rightarrow \Psi(\vec{r}) \cdot e^{i\frac{q}{\hbar} \int d\vec{r} \vec{A}(\vec{r})}. \quad (16.4)$$

Befinden sich zwei parallel geschaltete Josephson-Kontakte in einem Magnetfeld (DC-SQUID), dann tritt an den beiden Kontakten ein Gesamtstrom auf, der mit dem Fluss, der den Kreis aus beiden Josephson-Kontakten durchdringt, oszilliert.

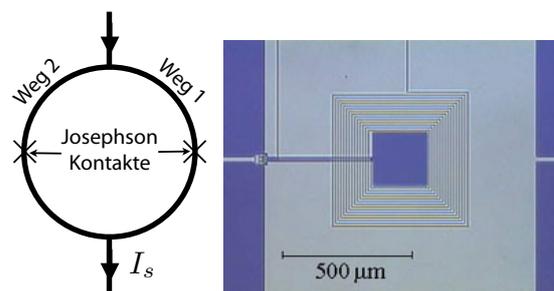


Abbildung 16.36: SQUID: schematisch und als Bild.

Laut Gleichung (16.4) erzeugt das Vektorpotenzial entlang der beiden Wege einen Beitrag zur Phase von

$$\Delta_1 = \frac{2e}{\hbar} \int_{\text{Weg1}} d\vec{r} \vec{A},$$

$$\Delta_2 = \frac{2e}{\hbar} \int_{\text{Weg2}} d\vec{r} \vec{A}.$$

Ihre Differenz ist somit

$$\begin{aligned} \Delta_2 - \Delta_1 &= \frac{2e}{\hbar} \oint_C d\vec{r} \vec{A} \\ &= \frac{2e}{\hbar} \iint_{F(C)} d\vec{f} \vec{\nabla} \times \vec{A} \\ &= \frac{2e}{\hbar} \iint_{F(C)} d\vec{f} \vec{B} = \frac{2e}{\hbar} \Phi. \end{aligned}$$

Die Phasendifferenz ist somit proportional zum magnetischem Fluss Φ durch die Schleife. Der gesamte Strom durch beide Josephson-Kontakte wird maximal, wenn die Phasendifferenz verschwindet:

$$\begin{aligned} I_S &= I_0 \sin \delta_0 \cos \left(\frac{2e\Phi}{\hbar} \right) \\ &= I_0 \sin \delta_0 \cos \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right). \end{aligned}$$

δ_0 ist die (unbekannte) intrinsische Phasendifferenz über dem einzelnen Josephson-Kontakt. Der Tunnelstrom erreicht ein Maximum wenn $e\Phi/\hbar$ ein ganzzahliges Vielfaches von π ist. Aus der Periode des Tunnelstroms lässt sich also der magnetische Fluss Φ und damit auch die Stärke des Magnetfeldes bestimmen.

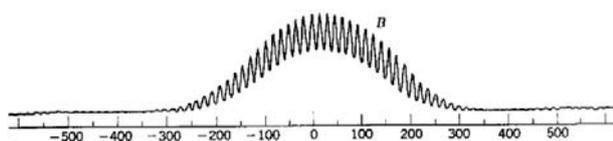


Abbildung 16.37: Strom durch ein SQUID als Funktion des Magnetfeldes.[20]

Bei den medizinischen Anwendungen ist vor allem die Messung sehr schwacher Felder, respektive Feldänderungen interessant. Dies wird am Besten erreicht, wenn man das externe Feld durch ein kontrolliertes Gegenfeld kompensiert und dabei den Strom misst, den man anlegen muss, um auf dem Arbeitspunkt zu bleiben.

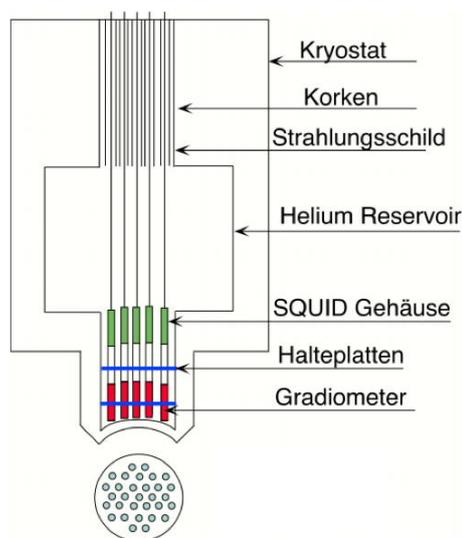


Abbildung 16.38: Aufbau eines MEG Gerätes.

Weil diese Messgeräte sehr kleine Felder messen müssen und bei sehr tiefen Temperaturen arbeiten müssen, sind MEGs komplexe und teure Geräte. Sie benötigen für den Betrieb monatlich ca. 400 l flüssiges Helium zur Kühlung.

16.4.5 Alternative Magnetometer

SQUIDs sind momentan die am weitesten verbreiteten Geräte zur Messung von biomagnetischen Feldern. Es gibt jedoch Alternativen, welche nicht mit flüssigem Helium betrieben werden müssen. Eine Variante sind Magnetometer, welche als Medium gasförmige Alkalimetalle verwenden, vor allem Rubidium [38].

Abb. 16.39 zeigt als ein Beispiel ein Magnetokardiogramm, also das zeitabhängige Magnetfeld, welches

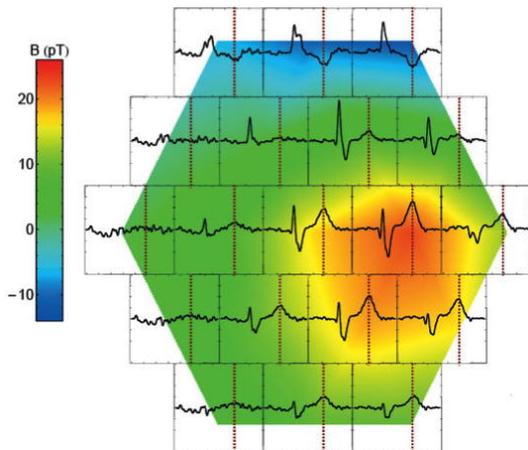


Abbildung 16.39: Magnetokardiogramm, gemessen mit 19 Sensoren[38].

vom Herzen erzeugt wird. Es wurde mit 19 Sensoren auf der Basis von Rb-Gas gemessen [38, 2].

Eine weitere Möglichkeit sind Defekte in Diamant, die sogenannten NV-Zentren, welche sogar als einzelne atomare Defekte für die Messung von Magnetfeldern genutzt werden können [33]. Diese können bei Raumtemperatur betrieben werden und erlauben grundsätzlich eine räumliche Auflösung im nm-Bereich.