

11 Radioaktivität und ionisierende Strahlung

Literatur zu diesem Kapitel:

- J. Bille, W. Schlegel (Hrsg.), Medizinische Physik, Band 2
- Heinz Morneburg (Ed.), Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik, Kap. 4
- Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin Kap. 5
- Bushberg et al., The essential physics of medical imaging, Kap. 3
- H. Krieger. Strahlungsmessung und Dosimetrie.

11.1 Übersicht

11.1.1 Radioaktivität

Mit Radioaktivität bezeichnet man die Eigenschaft instabiler Atomkerne, sich spontan in andere Atomkerne umzuwandeln und dabei ionisierende Strahlung auszusenden.

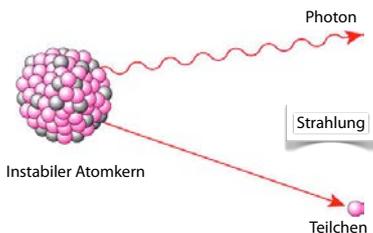


Abbildung 11.1: Radioaktivität.

Der Prozess wurde zuerst von Becquerel beobachtet, der Name stammt vom Ehepaar Curie. Atomsorten mit instabilen Kernen werden als Radionuklide

bezeichnet. Im Rahmen dieser Vorlesung interessiert der Prozess vor allem im Hinblick auf seine Anwendungen im Bereich der medizinischen Diagnose. Vor allem die hochenergetischen Photonen (γ -Strahlung) sind interessant, da sie Information aus dem Inneren des Körpers zu einem außerhalb stehenden Detektor bringen können. Einzelheiten werden in Kapitel 11.2 diskutiert.

Radioaktivität und die damit verbundene Strahlung spielen auch bei der Therapie eine wichtige Rolle. Diese Aspekte werden jedoch im Rahmen dieser Vorlesung nicht diskutiert, sondern in der Vorlesung "Medizinische Strahlenphysik".

11.1.2 Ionisierende Strahlung

Strahlung wird als ionisierend bezeichnet, wenn sie in der Lage ist, im Gewebe Moleküle zu ionisieren. Dafür müssen die Teilchen eine Energie enthalten, welche oberhalb der Ionisierungsenergie der Moleküle liegt. Die Ionisierungsenergie von Wasser beträgt 12,6 eV, bei organischen Molekülen liegt sie niedriger. In menschlichem Gewebe liegt die Grenze für Ionisationsprozesse bei etwa 5 eV. Diese Grenze wird bei praktisch allen Arten von Strahlung erreicht, die sich aus massiven Teilchen zusammensetzt, also z.B. α -, β - oder Protonen-Strahlung. Für die Diagnose sind massive Teilchen jedoch von geringem Interesse. Im Rahmen dieses Kapitels beschäftigen wir uns deshalb nur mit elektromagnetischer Strahlung.

Das Ziel dieses Kapitels ist es, das grundlegende Verständnis der zu Grund liegenden physikalischen Prozesse zu vermitteln. Dies ist z.B. Voraussetzung für die Entwicklung der entsprechenden Geräte, aber

auch für ihre optimale Anwendung.

Bei der Wechselwirkung von elektromagnetischen Feldern mit Materie ist der Teilchenaspekt wichtig, besonders wenn die Photonenenergie größer als etwa 1 eV wird. Der Effekt von ionisierender Strahlung beruht darauf, dass einzelne Quanten der Energie $h\nu$ vollständig absorbiert werden oder durch Stöße einen Teil ihrer Energie übertragen. Diese kann Moleküle ionisieren, wenn sie oberhalb von etwa 5 eV liegt. Die entsprechende Wellenlänge berechnen wir aus

$$5 \text{ eV} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

zu

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{8 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \\ &= \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{8 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 250 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Diese Wellenlänge liegt im ultravioletten Bereich des Spektrums. Zur ionisierenden Strahlung gehört somit kurzwelliges ultraviolettes Licht, Röntgenstrahlung und γ -Strahlung. Wie in Abb. 11.2 gezeigt, ist die durchschnittliche Wellenlänge für medizinisch-diagnostische Röntgenstrahlung mit etwa 25 pm rund vier Größenordnungen kürzer und die Energie der Photonen somit 10^4 mal höher. Diagnostische Röntgenstrahlung kann deshalb pro Photon sehr viele Ionisierungsprozesse anstoßen.

11.1.3 Medizinische Anwendungen

Ionisierende Strahlung wird in der Medizin im Wesentlichen zu zwei unterschiedlichen Zwecken eingesetzt: für Diagnose und Therapie. Beim Röntgen ist man interessiert an einer teilweisen Transmission der Strahlung durch das Gewebe, bei der Nuklear-diagnose an einer möglichst vollständigen Transmission. In beiden Fällen sind die ionisierenden Effekte unerwünscht und sollen möglichst gering gehalten werden sollen. Bei der Strahlentherapie jedoch

ist man spezifisch daran interessiert, solche ionisierenden Effekte zu nutzen, in erster Linie für die Beseitigung von malignem Gewebe. Aufgrund der hohen Eindringtiefe ist es möglich, auch tief liegendes Gewebe auf diese Weise gezielt zu schädigen.

Strahlentherapie kann mit elektromagnetischer Strahlung durchgeführt werden (Röntgen-, γ -Strahlung), oder mit geladenen Teilchen (Elektronen, Kerne). Ionisierende Strahlung wird entweder eingesetzt, indem man ein radioaktives Präparat in den Körper einbringt (Brachytherapie; *brachys* = kurz, nah), oder indem man den Körper mit einer externen Quelle bestrahlt (Teletherapie, *tele* = fern). Bei der Brachytherapie erreicht man eine gute Dosiszentrierung auf das Zielvolumen, allerdings ist sie eine invasive Methode und die Planung ist schwieriger. Die Teletherapie wird häufiger eingesetzt, obwohl sich eine ungünstigere Dosisverteilung ergibt. Ein Vorteil ist die Möglichkeit der fraktionierten Strahlenbehandlung, bei der die Gesamtdosis in kleinere Teildosen aufgeteilt wird. In den beiden Techniken kommen unterschiedliche Arten von Strahlung zum Einsatz.

11.1.4 Wechselwirkung mit Materie

Um solche Techniken gezielt anwenden zu können, muss man die Wechselwirkung der Strahlung mit dem Gewebe im Detail verstehen. Man unterscheidet bei allen Arten von Wechselwirkung zwischen primären und sekundären Effekten.

Bei den primären Effekten handelt es sich um die Wechselwirkung der Strahlung selber mit dem Gewebe. Handelt es sich um Photonen, so erfolgt die Wechselwirkung primär mit den Elektronen. Im Falle von schweren Teilchen kann zusätzlich die Wechselwirkung mit den Kernen eine Rolle spielen. Im Falle von Neutronen erfolgt die Wechselwirkung fast ausschließlich mit den Kernen.

Bei den Primärprozessen wird häufig so viel Energie auf die Elektronen übertragen, dass diese aus dem

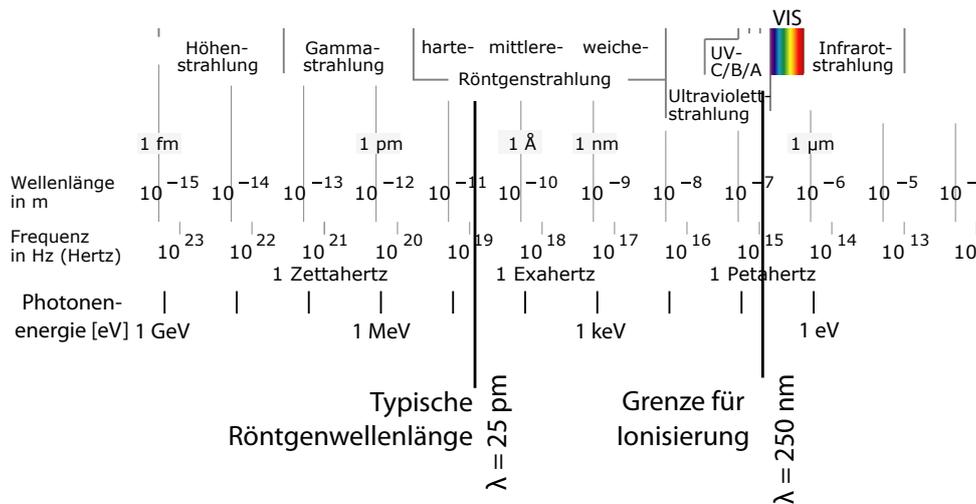


Abbildung 11.2: Übersicht über das elektromagnetische Spektrum.

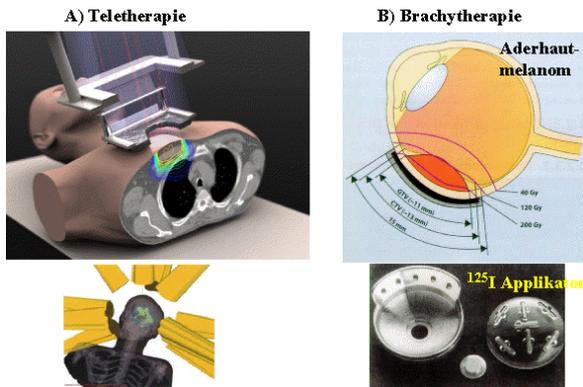


Abbildung 11.3: Formen der Strahlentherapie: Teletherapie (links) und Brachytherapie (rechts).

chen (Elektronen, α -Teilchen, Protonen, Kerne), die biologische Wirkungsweise, Dosimetrie, Strahlenschutz sowie alle therapeutischen Anwendungen werden hier nicht diskutiert, sondern in der Vorlesung "Medizinische Strahlenphysik".

Die physikalisch wichtigste Maßeinheit für die Diskussion der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie ist die Energiedosis D . Sie bezeichnet die aufgenommene Energie bezogen auf die bestrahlte Masse. Ihre Einheit ist das Gray:

$$[D] = \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gray} = \text{Gy}.$$

Molekül heraus gelöst werden und selber genügend Energie besitzen, um weitere Ionisationsprozesse zu bewirken. Man bezeichnet dies als Sekundärwechselwirkung.

Im Rahmen dieser Vorlesung werden nur die grundlegenden Wechselwirkung von kurzwelliger elektromagnetischer Strahlung mit Materie diskutiert. Themen wie die Wechselwirkung von massiven Teil-

11.2 Zerfallsprozesse im Atomkern

Instabile Kerne sind in unserer Umwelt vorhanden, werden aber auch erzeugt, teilweise durch natürliche Prozesse (Höhenstrahlung) oder durch die Kerntechnologie. Radioaktivität wird in der Medizin für die Diagnose genutzt. Die emittierte Strahlung führt im Gewebe zu Ionisationsprozessen, welche zu genetischen Veränderungen oder zu Erkrankungen, wie

z.B. zu Krebs führen können. Hier werden die physikalischen Grundlagen der Radioaktivität zusammengefasst.

11.2.1 Atomkerne

In der Kernphysik werden die Kerne als Ansammlungen von Protonen und Neutronen untersucht. Die Bestandteile der Nukleonen, die Quarks, werden in der Teilchenphysik beschrieben, zusammen mit den Austauschteilchen (z.B. Gluonen), welche die Quarks zusammenhalten.

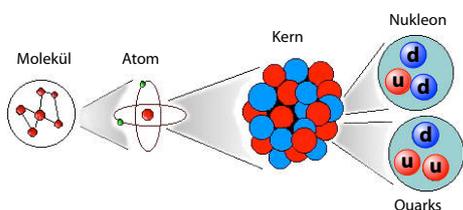


Abbildung 11.4: Aufbau und Bestandteile eines Atoms, respektive Atomkerns.

Die Atomkerne bestehen aus Protonen (Ladung +e) und Neutronen (ungeladen). Beide zusammen werden als Nukleonen bezeichnet. Da ein Atom als ganzes neutral ist, entspricht die Zahl der Protonen gerade der Zahl der Elektronen in der Hülle. Von jedem Element existieren unterschiedliche Isotope; diese unterscheiden sich durch die Zahl der Neutronen. Die Zahl der Nukleonen wird durch die Massenzahl $A = Z + N$ bezeichnet; Z bezeichnet die Anzahl der Protonen und wird als Kernladungszahl oder Ordnungszahl bezeichnet, während N die Zahl der Neutronen bezeichnet. Man bezeichnet Atomkerne mit Hilfe von Indizes: ${}^A_Z K_N$, wobei häufig nur die Massenzahl A , teilweise noch die Ordnungszahl Z angegeben wird. K ist das chemische Symbol für das entsprechende Element. Beispiele:

${}^1_1\text{H}$	gewöhnlicher Wasserstoff
${}^2_1\text{H}=\text{D}$	schwerer Wasserstoff, Deuterium
${}^{12}_6\text{C}$	häufigstes Kohlenstoff-Isotop

Die Massenzahl A gibt in erster Näherung auch an, wie schwer ein Atom ist, und zwar als Vielfaches der Masse des einfachen Wasserstoffatoms.

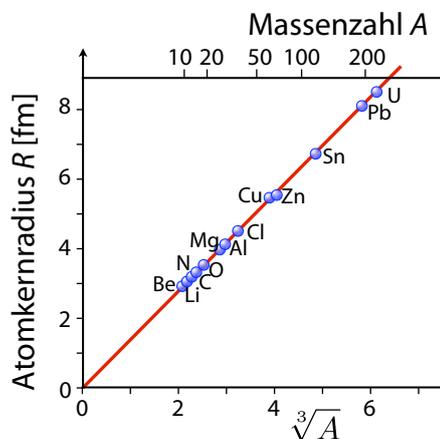


Abbildung 11.5: Radius des Atomkerns als Funktion der Massenzahl.

Die Durchmesser der Atomkerne sind in etwa proportional zur dritten Wurzel aus der Anzahl der enthaltenen Nukleonen (der Massenzahl A):

$$R \approx \sqrt[3]{A} r_0. \quad r_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m.}$$

Offenbar nehmen also die Nukleonen ein konstantes Volumen ein. Daraus erhält man einen Nukleonenradius $r_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$. Das Volumen eines Nukleons ist demnach $V_n \approx 9,2 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3$. Mit der Protonenmasse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ erhält man für die Dichte der Kernmaterie einen Wert von etwa $2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$ oder 200 Mio. t pro Kubikzentimeter.

Man trägt die Isotope gerne in einem Raster auf, welcher entlang der beiden Achsen die Anzahl der Protonen und Neutronen enthält. Abb. 11.6 zeigt auch gleichzeitig, dass stabile Kerne nur ein schmales Band im Zentrum der gesamten Verteilung darstellen. Die meisten Kerne sind instabil und zerfallen nach bestimmten Prozessen, welche farblich markiert sind.

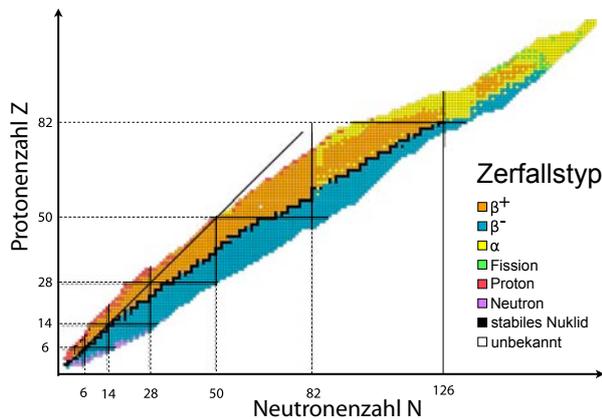


Abbildung 11.6: Nuklidkarte.

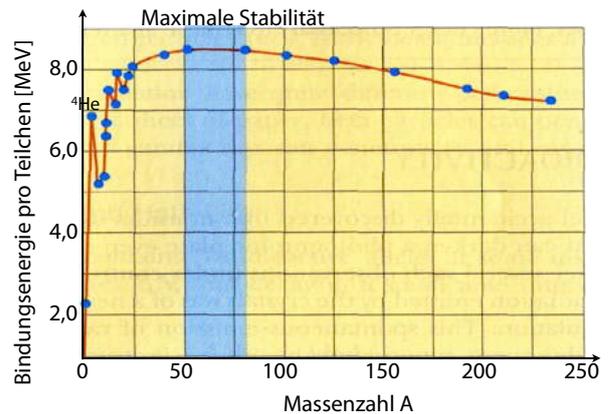


Abbildung 11.7: Bindungsenergie pro Nukleon als Funktion der Atommasse.

11.2.2 Bindungsenergie und Massendefekt

Vergleicht man die Massenzahl der einzelnen Isotopen mit ihrer exakten Masse, so findet man Abweichungen. So ist z.B. die Masse von

$$m({}^{16}_8\text{O}) = 15,99492\text{u},$$

während die Masse der Bestandteile

$$8m_p + 8m_n + 8m_e = 16,13192\text{u}$$

beträgt. Die Differenz $\Delta m = 0,137\text{u}$ stellt die Bindungsenergie der Nukleonen dar, welche gemäß der Einstein'schen Beziehung $E_b = \Delta mc^2$ beträgt. Die Einheit u der atomaren Massenskala ist definiert als $1/12$ der Masse von ${}^{12}\text{C}$.

Die Bindungsenergie, also der Zusammenhalt unter den Nukliden wird vor allem durch die Kernkräfte, die starke Wechselwirkung bestimmt. Diese ist deutlich stärker als die Coulomb-Wechselwirkung, ihre Reichweite ist jedoch sehr kurz. Sie bindet Protonen und Neutronen gleich stark, d.h. sie ist nicht von der elektrischen Ladung abhängig.

Bestimmt man die Bindungsenergie pro Nukleon, so findet man für sämtliche Kerne sehr ähnliche Werte von ca. 8 MeV, wobei sie für leichte Kerne (z.B.

${}^2\text{H}$) deutlich niedriger liegt und bei hohen Kernmassen wieder abnimmt. Der Grund für die Abnahme bei hohen Massenzahlen ist vor allem die Coulomb-Abstoßung zwischen den Protonen, welche mit der Ordnungszahl zunimmt. Bei kleinen Atommassen ist die Zahl der Nachbarn und damit die Zahl der Wechselwirkungen kleiner.

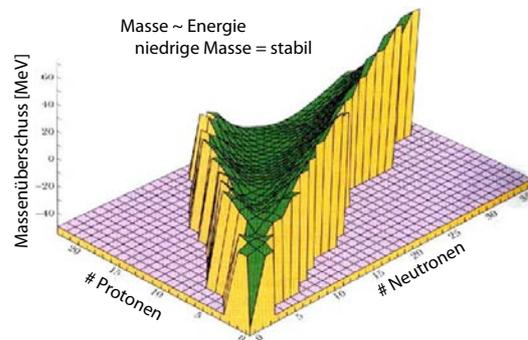


Abbildung 11.8: Massenüberschuss als Funktion von N und Z .

Die Bindungsenergie hängt aber auch vom Verhältnis Protonen zu Neutronen ab. Bei niedrigen Nukleonenzahlen sind diejenigen Kerne am stabilsten, welche etwa gleich viele Neutronen wie Protonen enthalten. Man kann dies anhand eines Schalenmodells

analog zum atomaren Schalenmodell erklären. Bei schwereren Kernen nimmt die Anzahl der Neutronen relativ zu der Anzahl Protonen zu, da Neutronen nicht durch die zunehmende Coulomb Wechselwirkung abgestoßen werden. Bei den schwersten Kernen liegt das Verhältnis bei etwa 1,5. Als Beispiel betrachten wir ${}_{98}^{252}\text{Cf}$: hier ist das Verhältnis $154/98 = 1,57$.

Ober- und unterhalb der Linie der stabilen Nuklide liegen instabile Kerne, welche eine begrenzte Lebensdauer besitzen und in die stabilen Nuklide zerfallen. Nuklide, die oberhalb der Stabilitätslinie stehen, also zu viele Protonen enthalten, zerfallen unter Umwandlung eines Protons in ein Neutron; dies geschieht durch Einfangen eines Elektrons aus einer tiefliegenden Schale, resp. Emission eines Positrons (eines Antiteilchens zum Elektron). Kerne unterhalb der Stabilitätslinie zerfallen meist durch Emission eines Elektrons, wodurch ein Neutron in ein Proton umgewandelt wird. Weitere, aber seltenere Arten der Radioaktivität sind Emission von Neutronen oder Protonen, Spaltung oder doppelte Emissionsprozesse, wie z.B. der doppelte Betazerfall.

Die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen ist spinabhängig: parallele Spins werden stärker gebunden als antiparallele. So ist z.B. Im Deuterium nur die Kombination von Proton und Neutron stabil, bei der die Spins parallel stehen; die antiparallele Kombination ist instabil.

11.2.3 Radioaktive Prozesse

Die Radioaktivität wurde im Jahre 1896 entdeckt, als Becquerel feststellte, dass Uransalze Strahlen ausstrahlen, welche den damals erst entdeckten Röntgenstrahlen sehr ähnlich waren. Eine Reihe weiterer Arbeiten ergaben in der Folge, dass die Kerne unterschiedliche Zerfallsmechanismen aufweisen, welche unter anderem aufgrund der dabei entstehenden hochenergetischen Strahlung unterschieden werden können. Diese instabilen Kerne bilden die Grundlage der Nuklearmedizin.

Kerne können entweder spontan oder induziert zerfallen. Spontaner Zerfall erfolgt, wenn ein Neutronenüberschuss oder Neutronenmangel in einem Isotop vorhanden ist, oder wenn der Kern schwerer ist als $A = 209$. Induzierter Zerfall erfolgt nach Beschuss des Kerns mit Teilchen, die ihn in eine instabile Modifikation überführen.

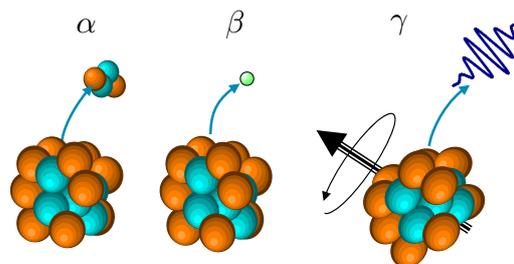


Abbildung 11.9: Arten des radioaktiven Zerfalls.

Die wichtigsten Arten des radioaktiven Zerfalls werden als α -, β - und γ -Zerfall bezeichnet. Diese werden in den Unterkapiteln 11.2.4-11.2.8 diskutiert.

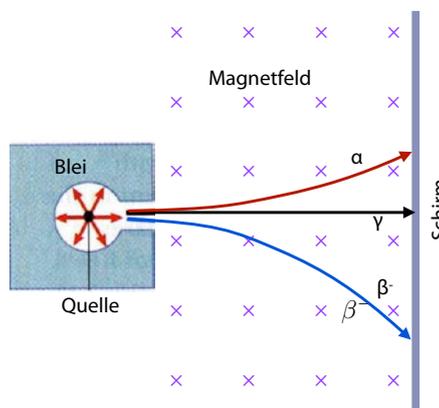


Abbildung 11.10: Bahnen von radioaktiven Teilchen im Magnetfeld.

Die Zerfallsprodukte weisen unterschiedliche Ladungen auf. Deshalb kann man die Zerfallsprozesse unterscheiden, indem man die Bahn der Strahlung in einem Magnetfeld misst: beim α -Zerfall wird ein positives Teilchen emittiert, beim β -Zerfall posi-

ve oder negative Teilchen, welche um mehr als drei Größenordnungen leichter sind als die α -Teilchen, und beim γ -Zerfall ungeladene, masselose Teilchen (Photonen). Wie in Abb. 11.10 dargestellt, unterscheiden sich die unterschiedlichen Strahlungssorten unter anderem anhand ihrer Bahnen in einem Magnetfeld. Je nach Verhältnis Ladung/Masse werden sie unterschiedlich abgelenkt. γ -Strahlen werden gar nicht abgelenkt. Die Kernspaltung, bei der der Kern in mehrere Tochterkerne zerfällt, von denen 2 eine Masse > 4 aufweisen, wird hier nicht diskutiert, da sie für die Medizin keine Rolle spielt.

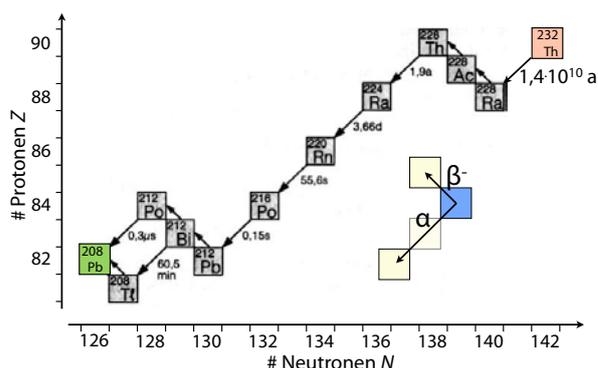


Abbildung 11.12: Thoriumreihe.

11.2.4 Alpha-Zerfall

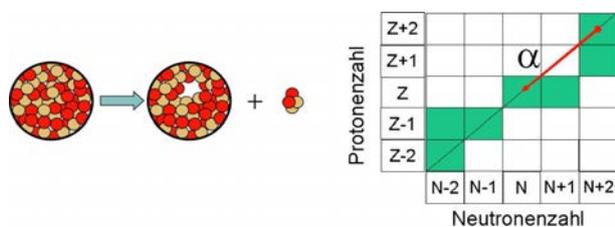
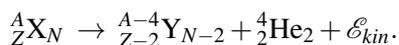


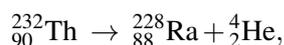
Abbildung 11.11: α -Zerfall.

Beim α -Zerfall emittiert ein Kern positiv geladene Helium-Kerne, welche als α -Teilchen bezeichnet werden. Sie haben eine Ladung von $+2e$. Der zurückbleibende Kern ist entsprechend um 2 Protonen und 2 Neutronen leichter. Der Zerfallsprozess folgt somit der Gleichung



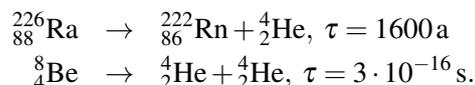
Solche Zerfälle treten vor allem bei schweren Kernen auf; durch den α -Zerfall wird die Coulomb-Energie des Kerns reduziert.

Ein typisches Beispiel für α -Zerfälle findet man in der sog. Thoriumreihe. Sie beginnt mit dem Zerfall von ${}^{232}_{90}\text{Th}$:



wobei die Halbwertszeit für diesen Prozess rund 14 Milliarden Jahre beträgt. Der Radium-Kern wird durch zwei sukzessive β^- -Zerfälle in ${}^{228}_{90}\text{Th}$ umgewandelt, welches durch vier weitere α -Zerfälle in ${}^{212}_{82}\text{Pb}$ übergeht. Dieses wandelt sich schließlich in das stabile Isotop ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ um.

Weitere Beispiele sind



11.2.5 Reichweite

α -Teilchen haben eine starke Wechselwirkung mit Materie wie z.B. Gewebe. Sie verlieren ihre Energie durch Stöße mit den Hüllenelektronen im Material. Dabei werden jeweils Ionenpaare erzeugt, wobei für jedes erzeugte Ionenpaar eine Energie von ca. 35 eV benötigt wird. Das α -Teilchen wird um diese Energie abgebremst und kommt zur Ruhe wenn alle kinetische Energie aufgebraucht ist. Die starke Wechselwirkung führt zu einer relativ geringen mittleren Reichweite. In der Medizin werden sie deshalb für therapeutische Zwecke eingesetzt (gezielte Schädigung von Gewebe), aber nicht für die Diagnose.

Das Experiment zeigt, dass alle α -Teilchen aus einem radioaktiven Zerfallsprozess die gleiche Reichweite besitzen, d.h. ihre Bahnen haben die gleiche

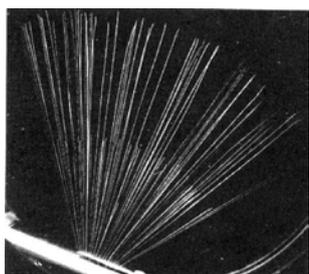


Abbildung 11.13: Bahnen von α -Teilchen.

Länge. In Abb. 11.13 sind 2 Arten von Bahnen sichtbar, welche zu zwei unterschiedlichen Zerfallsprozessen mit unterschiedlichen Energien gehören.

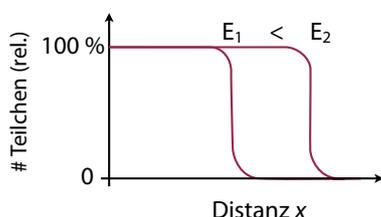


Abbildung 11.14: Abnahme der Teilchenzahl mit der Distanz für zwei unterschiedliche Energien.

Die identische Länge der Bahnen ist ein Hinweis darauf, dass die Teilchen, die bei einem gegebenen Zerfallsprozess entstehen, die gleiche Energie besitzen. Dies wiederum ist eine direkte Konsequenz davon, dass bei diesem Zerfall nur zwei Produkte entstehen. Da der Zerfall sowohl Energie wie auch Impuls erhalten muss, ist die Geschwindigkeit der beiden Zerfallsprodukte fest. Die Teilchen fliegen anschließend so lange durch ein Material, bis sie die gesamte Energie durch Stöße verloren haben.

In Luft beträgt die Reichweite für eine Anfangsenergie von 2 MeV ca. 1 cm. In dichteren Materialien ist die Anzahl der Elektronen und damit die Anzahl der Stöße höher. Die Reichweite nimmt entsprechend ab.

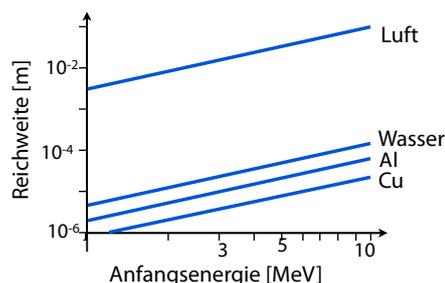


Abbildung 11.15: Reichweite als Funktion der Anfangsenergie in unterschiedlichen Medien.

11.2.6 Energie der α -Teilchen

α -Zerfälle sind meist energetisch günstiger als die Emission von Neutronen oder Protonen, welche ebenfalls die Anzahl Nukleonen vermindern würden, weil die Bindungsenergie der Nukleonen in ${}^4_2\text{He}$ besonders groß ist, nämlich rund 7 MeV pro Nukleon. Der Grund dafür ist, dass 2 Nukleonen pro Typ eine sogenannte magische Zahl darstellt: ähnlich wie beim Atom sind werden die Nukleonen im Kern in Schalen eingeordnet. Die erste Schale enthält pro Nukleonensorte gerade 2 Plätze, analog zur 1s-Schale der Atome.

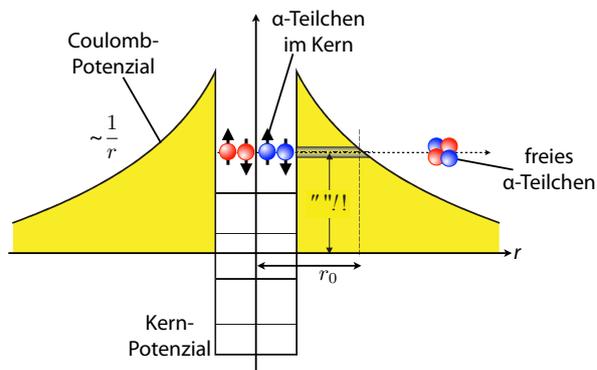


Abbildung 11.16: Modell für den α -Zerfall nach Gamov.

Die Energie der α -Teilchen kann mit Hilfe des Mo-

dells von Gamov für den α -Zerfall erklärt werden: Die α -Teilchen sind im Kern in einem Potentialtopf gefangen, der durch die sehr kurzreichweitige starke Kernkraft (anziehend) und die langreichweitige Coulomb-Abstoßung gebildet wird. Liegt die Energie eines gefangenen α -Teilchens oberhalb der Energie eines freien Teilchens, ist der Kern instabil.

Das α -Teilchen kann den Kern verlassen, indem es durch die Barriere des Kernpotenzials hindurch tunnelt. Beim Austritt aus dem Tunnel ist die kinetische Energie des α -Teilchens praktisch = 0. Durch die Coulomb-Abstoßung zwischen dem Tochterkern und dem α -Teilchen wird es jedoch beschleunigt und die gesamte (positive) Coulomb-Energie wird in kinetische Energie umgewandelt. Somit beträgt die resultierende Energie

$$E_{\alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r_0}$$

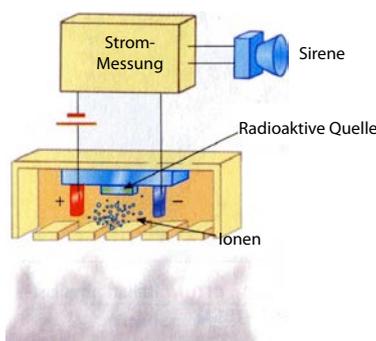
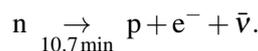


Abbildung 11.17: Funktionsprinzip eines Rauchmelders.

Neben den medizinischen Anwendungen wurden α -Strahler auch in Rauchmeldern verwendet: die von der Quelle emittierten α -Teilchen ionisieren Luftmoleküle. Die dadurch gebildeten Ionen leiten elektrischen Strom, erhöhen also die Leitfähigkeit der Luft. Gelangt Rauch in dieses System, ändert sich die Anzahl der geladenen Teilchen und damit der Strom. Die Änderung der Leitfähigkeit wird durch die Elektronik registriert und löst einen Alarm aus.

11.2.7 β -Zerfall

β -Teilchen sind Elektronen (β^-), resp. Positronen (β^+). Der Kern enthält keine Elektronen; sie entstehen statt dessen durch den Zerfall eines Neutrons in ein Proton. Ein freies Neutron ist nicht stabil, es zerfällt mit einer Halbwertszeit von 10,7 Minuten in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino,



Das letztere Teilchen ist nur schwer beobachtbar und soll hier nicht weiter diskutiert werden. Es spielt trotzdem eine wichtige Rolle: da es einen Teil der Energie und des Impulses aufnimmt und dadurch die Energie des Zerfalls auf drei Körper verteilt wird, haben die Elektronen, die in einem gegebenen Zerfallsprozess emittiert werden, eine breite Verteilung von Energie und Impuls.

In einem Kern ist der Zerfall des Neutrons stark unterdrückt, in den stabilen Kernen findet er gar nicht statt. Er tritt jedoch dann auf, wenn der Kern insgesamt dadurch eine niedrigere Energie erreicht. Dabei bleibt die Massenzahl des Kerns gleich, aber die Kernladungszahl steigt:

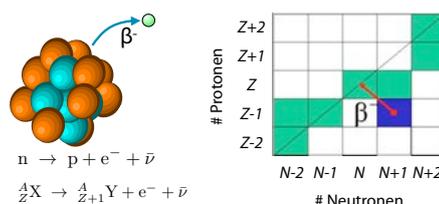
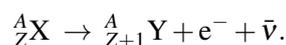


Abbildung 11.18: β^- -Zerfall.

β^- -Prozesse sind energetisch günstig wenn das Mutter-Isotop sich unterhalb der Stabilitätslinie befindet.

Befindet sich der Kern oberhalb der Stabilitätslinie, hat er also zu viele Protonen, so kann sich ein Proton

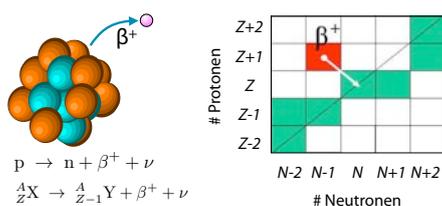


Abbildung 11.19: β^+ -Zerfall.

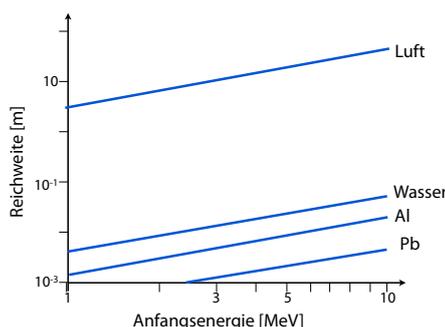


Abbildung 11.21: Reichweite von β -Teilchen in unterschiedlichen Medien.

in ein Neutron umwandeln. Dabei werden ein Positron und ein Neutrino emittiert, während sich die Ordnungszahl um 1 reduziert. Dieser Prozess wird als β^+ Prozess oder Positron-Emission bezeichnet. Er bildet die Basis für die PET Technik (\rightarrow Kap. 13.4):

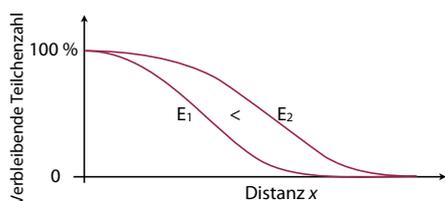


Abbildung 11.20: Distanzabhängigkeit der Zahl von β -Teilchen.

Die Reichweite von β -Strahlen ist etwas größer als die von α -Strahlen. Sie ist außerdem nicht so scharf begrenzt; auch monoenergetische Strahlen verlieren von Anfang an Intensität. Da β -Strahlen nicht monoenergetisch sind, kann ihre Intensitätsabnahme näherungsweise als exponentiell beschrieben werden.

Auch bei β -Teilchen ist die Weglänge relativ kurz, nimmt aber mit der Anfangsenergie zu. Auch diese Strahlung ist deshalb eher für die Therapie als für die Diagnose interessant. β^+ -Strahler werden für die Diagnose verwendet (PET); hier werden die Positronen im Gewebe absorbiert und die dabei frei werdenden γ -Quanten werden detektiert (\rightarrow 13.4.1).

11.2.8 γ -Zerfall

γ -Teilchen sind Photonen, also elektromagnetische Strahlung mit sehr kurzen Wellenlängen im Bereich < 1 nm. Physikalisch unterscheidet sie sich nicht von kurzwelliger Röntgenstrahlung. Man spricht jedoch meist von γ -Strahlung wenn sie von radioaktiven Zerfallsprozessen erzeugt wird, und von harter Röntgenstrahlung, wenn sie durch schnelle Elektronen erzeugt wird.

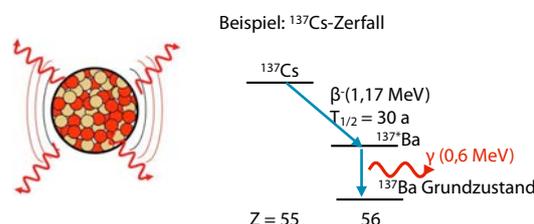


Abbildung 11.22: γ -Emission aus einem instabilen Atomkern.

γ -Teilchen werden von Kernen emittiert, welche von einem angeregten Zustand in einen energetisch niedrigeren Zustand übergehen – in direkter Analogie zur Emission von sichtbarem Licht durch Atome, in denen ein Elektron von einem energetisch hoch gelegenen Orbital in ein energetisch niedrigeres Orbital übergeht. Dabei ändert sich die Zahl der Nukleonen nicht es findet also kein Umwandlungsprozess zwi-

schen verschiedenen Isotopen statt. Solche Übergänge finden häufig im Anschluss an einen α oder β -Zerfall statt.

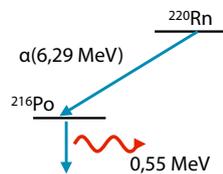
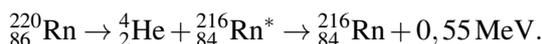


Abbildung 11.23: γ -Zerfall ^{216}Po nach α -Zerfall von von ^{220}Rn .

Ein Beispiel ist der Zerfall von Radon 220: durch Emission eines α -Teilchens geht dieser Kern in einen angeregten Zustand von Polonium 216 über, welcher durch γ -Emission in den Grundzustand übergeht:



Ein anderes Beispiel ist ^{137}Cs , welches durch β^- -Zerfall in ^{137m}Ba übergeht, welches wiederum durch γ -Zerfall in den Grundzustand von ^{137}Ba übergeht.

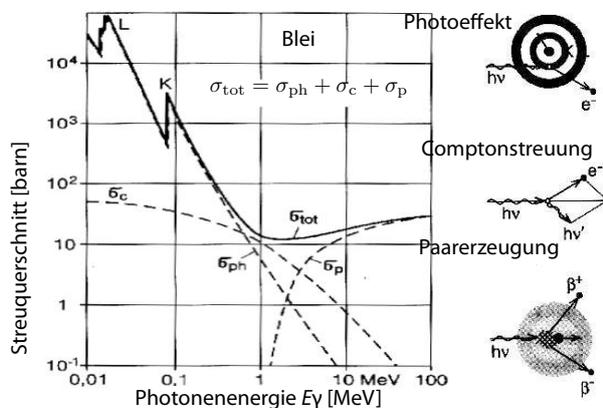


Abbildung 11.24: Absorptionsquerschnitt für γ -Teilchen als Funktion ihrer Energie.

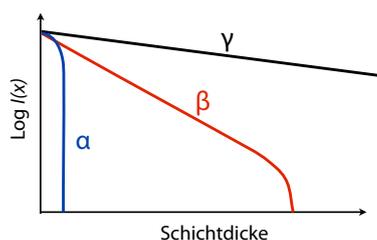
γ -Strahlen haben eine größere Reichweite in Materie als die geladenen Teilchen. In diesem Fall

tragen unterschiedliche Mechanismen zur Abbremsung bei: der Photoeffekt, der Compton-Effekt, sowie die Paarerzeugung. Der Photoeffekt und der Compton-Effekt sind bei niedriger Energie am effektivsten. Der Photoeffekt nimmt sehr rasch ab, während der Compton-Effekt unterhalb von ca. 1 MeV beinahe konstant ist. Etwas oberhalb von 1 MeV setzt Paarerzeugung ein: in der Nähe eines Kerns kann ein hochenergetisches Photon ein β^- - β^+ Paar (Elektron-Positron Paar) erzeugen. Da die Ruheenergie eines Elektrons und eines Positrons je 0,511 MeV beträgt, ist dieser Beitrag unterhalb von 1 MeV praktisch nicht vorhanden. Der Atomkern ist für die Paarbildung notwendig, da sonst die Impulserhaltung nicht gewährleistet wäre. Diese Mechanismen werden in Kapitel 11.4.3 genauer diskutiert.

11.2.9 Vergleich

Der K-Einfang kann als eine vierte Art radioaktiven Zerfalls betrachtet werden, oder als ein besonderer Fall des β -Zerfalls, bei dem ein Hüllenelektron der inneren Schalen durch den Kern "eingefangen" wird. Dadurch wird ein Proton in ein Neutron umgewandelt, die Kernladungszahl wird also um eine Einheit niedriger, wie beim β^+ Zerfall. Die frei gewordene Position des Elektrons in der K-Schale wird durch ein energetisch höheres Elektron besetzt, welches die überschüssige Energie wieder als Photon abgibt. Dabei wird eine charakteristische Strahlung ausgesendet.

In der nuklearmedizinischen Diagnostik wird vor allem γ -Strahlung verwendet. Diese kann aus einem γ -Zerfall stammen, aus Vernichtungsstrahlung oder K-Einfang. Bei α - und β -Strahlung ist die Reichweite zu gering, so dass die Strahlung vor allem innerhalb des Körpers absorbiert wird. Diese Strahlenbelastung ist erwünscht bei der Nukleartherapie (z.B. Brachytherapie), aber nicht bei der Diagnostik.



Teilchen	Reichweite in H ₂ O	in Blei
α 4 MeV	5 μ m	5 μ m
β^- 1 MeV	5 mm	0,5 mm
γ 100 keV	5 cm	0,1 mm
γ 1 MeV	10 cm	1 cm

Abbildung 11.25: Typische Distanzabhängigkeit und Halbwertsdistanzen für die drei wichtigsten Strahlungsarten.

11.3 Zeitabhängigkeit

11.3.1 Bewegungsgleichungen

Eine Eigenschaft, die allen radioaktiven Zerfällen gefunden wird, ist dass der Zeitpunkt, in dem der Zerfall eintritt, scheinbar rein zufällig ist - er kann nicht vorhergesagt werden. Man kann zu jedem Zeitpunkt nur angeben, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass der betreffende Kern innerhalb der nächsten zeitlichen Periode zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit selber ist zeitlich konstant, d.h. Die Zahl N der Kerne eines Isotops nimmt ab nach der statistischen Bewegungsgleichung

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\frac{N}{\tau}$$

τ bezeichnet die Zerfallszeit, welche gerade gleich der mittleren Lebensdauer der Kerne ist und λ die Zerfallsrate. Beginnt man eine Messung mit einer Anzahl N_0 von Kernen eines bestimmten Isotops, so nimmt diese wie

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-\lambda t} \quad (11.1)$$

ab.

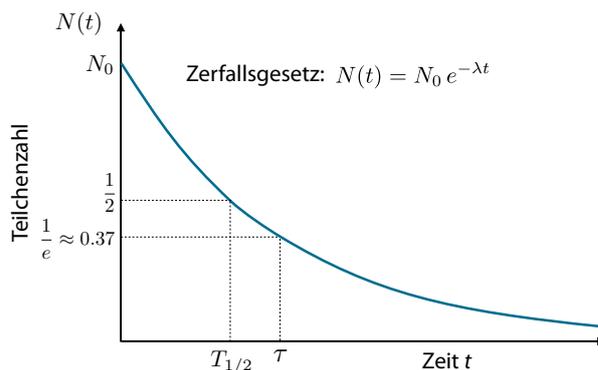


Abbildung 11.26: Abnahme der Zahl instabiler Atome als Funktion der Zeit.

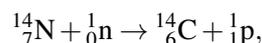
Anstelle der mittleren Lebensdauer τ verwendet man auch gerne die Halbwertszeit $T_{1/2}$, während der die Anzahl der Kerne auf die Hälfte des Anfangswertes abnimmt,

$$N(T_{1/2}) = N_0 e^{-T_{1/2}/\tau} = \frac{N_0}{2} \rightarrow e^{-T_{1/2}/\tau} = \frac{1}{2}$$

Aufgelöst nach der Halbwertszeit findet man

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 \approx 0,693 \tau.$$

Dieser Zerfall wird unter Anderem genutzt, um das Alter von archäologischen Funden, wie z.B. menschlichen Skeletten zu bestimmen. Da in unserer Atmosphäre durch kosmische Höhenstrahlung aus Stickstoff das Kohlenstoffisotop ^{14}C erzeugt wird:



enthält die Luft einen Anteil von etwa $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} \approx 10^{-12}$. Durch die Photosynthese binden Pflanzen den Kohlenstoff aus der Luft und geben ihn über die Nahrung weiter. In allen lebenden Organismen ist der Anteil deshalb etwa gleich hoch. Nach dem Tod eines Organismus nimmt er keinen weiteren Kohlenstoff auf und der Anteil an ^{14}C sinkt durch den radioaktiven Zerfall mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren.

Als Beispiel betrachten wir den Ötzi, dessen Tod auf etwa 3250 v.Chr. geschätzt wird. Der Anteil an ^{14}C sollte demnach etwa auf den Bruchteil $e^{-(3250+2014)0.69/5730} \approx 0,53$ des ursprünglichen Anteils abgesunken sein.

11.3.2 Zerfallsketten

Wenn Isotope zerfallen, werden andere als Produkte neu gebildet. Die Konzentrationen können deshalb nicht nur ab-, sondern auch zunehmen. Man hat somit normalerweise ein System von gekoppelten Differentialgleichungen. Für eine Reihe aus drei Isotopen N_i , von denen N_1 nach N_2 zerfällt, und dieses wieder nach N_3 , gilt das System

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2.\end{aligned}$$

Hier stellt N_1 die Anzahl der Atome des Mutterisotops dar, N_2 ein instabiles Tochterisotop von N_1 und N_3 ein stabiles Isotop. Die Gesamtzahl der Kerne ist in diesem Fall konstant,

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^3 N_i = 0.$$

Abb. 11.27 zeigt die resultierende Zeitabhängigkeit für die Anfangswerte $N_1(0) = N_{10}$, $N_2(0) = N_3(0) = 0$ und die Raten $\lambda_2 = \lambda_1/5$. Für dieses einfache Modellsystem zerfällt die Zahl der Atome N_1 nach Gleichung (11.1). N_2 entsteht, läuft durch ein Maximum und zerfällt wieder, während N_3 monoton ansteigt und für lange Zeiten den Anfangswert N_{10} von N_1 erreicht. Ein spezifisches Beispiel für diese Zeitabhängigkeit ist die Herstellung von Technetium für die Szintigraphie (\rightarrow 13.1.7).

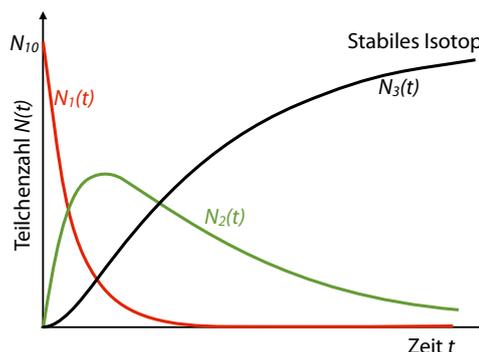


Abbildung 11.27: Zeitliche Abhängigkeit der Konzentration von drei Isotopen.

11.3.3 Aktivität

Die **Aktivität** $A(t)$ einer Menge radioaktiven Materials ist definiert als die Anzahl Zerfälle pro Zeiteinheit, $A(t) = -dN/dt$. Für ein Isotop, welches zerfällt, aber nicht neu gebildet wird, gilt somit

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Die Aktivität wird gemessen in Becquerel [Bq]. In der Literatur (vor allem in älteren Arbeiten) wird außerdem die Einheit Curie (Ci) verwendet, mit $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$. Als Beispiel berechnen wir die Aktivität von $1 \text{ g } ^{226}\text{Ra}$. Die Halbwertszeit beträgt 1602 Jahre. Eine Menge von 1 g entspricht

$$N = \frac{1 \text{ g}}{226 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}} = 2,67 \cdot 10^{21}$$

Atomen. Diese haben eine Aktivität

$$\begin{aligned}A &= \frac{\#\text{Atome}}{\tau} = \frac{0,69 \cdot \#\text{Atome}}{T_{1/2}} \\ &= \frac{0,69 \cdot 2,67 \cdot 10^{21}}{1602 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ Bq} \\ &\approx 3,65 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \approx 1 \text{ Ci}.\end{aligned}$$

1 Curie wurde ursprünglich als die Aktivität von 1 g Radium-226 definiert. Den exponentiell abfallenden

Term $e^{-\lambda t}$ haben wir hier ≈ 1 gesetzt, was in sehr guter Näherung gilt für Zeiten bis zu einigen Jahren.

Die Aktivität einer bestimmte Masse ergibt sich aus der Zerfallszeit und dem Atomgewicht m_A . Das Verhältnis von Aktivität zu Masse wird als spezifische Aktivität A_s bezeichnet und hat die Einheit Bq/kg. Als Beispiel beträgt die spezifische Aktivität von ^{131}I (Halbwertszeit = 8 Tage):

$$A_s(^{131}\text{I}) = \frac{0,69}{8 \cdot 24 \cdot 3600} \frac{1}{131 \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$$

$$= 4,5 \cdot 10^{18} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}.$$

Dies entspricht der Anzahl Atomkerne, die pro Kilogramm und Sekunde zerfallen.

Isotop	Halbwertszeit	spez. Aktivität [Bq/kg]
^{131}I	8 Tage	$4,5 \cdot 10^{18}$
^{137}Cs	30 Jahre	$3,3 \cdot 10^{15}$
^{235}U	$7 \cdot 10^8$ Jahre	$8 \cdot 10^7$

Bei Isotopengemischen (z.B. natürliche Verteilung) muss die spezifische Aktivität entsprechend der Zusammensetzung gewichtet werden.

Typische Aktivitäten in der nuklearmedizinischen Diagnostik sind zwischen 100 und 1000 MBq, d.h. $10^8 - 10^9$ Zerfälle pro Sekunde. Die entsprechende Anzahl an radioaktiven Atomen, $N = A/\lambda$, ergibt sich aus der Lebensdauer,

$$N = \frac{A}{\lambda} = A\tau = A \frac{T_{1/2}}{\ln 2}.$$

Beträgt die Halbwertszeit z.B. 1000 s, so benötigt man für eine Aktivität von 100 MBq

$$N = \frac{10^3 \text{ s}}{\ln 2} 10^8 \text{ s}^{-1} \approx 1,4 \cdot 10^{11} \text{ Atome}.$$

11.3.4 Statistik

Der radioaktive Zerfall ist ein primärer Zufallsprozess, d.h. man kann nur die Wahrscheinlichkeit angeben, dass in einem gegebenen Intervall ein Zerfall auftritt. Sie beträgt

$$p = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Für ein einzelnes Atom gibt es nur zwei Möglichkeiten: es zerfällt, oder es zerfällt nicht. Für eine endliche Zahl N von Atomen gibt es $N + 1$ unterschiedliche Resultate, welche der Anzahl der Zerfälle entsprechen. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem gegebenen Intervall n von ursprünglich N Atomen zerfallen, durch die Binomialverteilung gegeben:

$$P(n|N) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}.$$

Hier steht $1 - p = e^{-\lambda t}$ für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom nicht zerfällt. Meist ist die Zahl der Atome genügend groß, $N \gg 1$, so dass man an Stelle der Binomialverteilung die Poisson-Verteilung verwenden kann:

$$p(n; k) = e^{-k} \frac{k^n}{n!}.$$

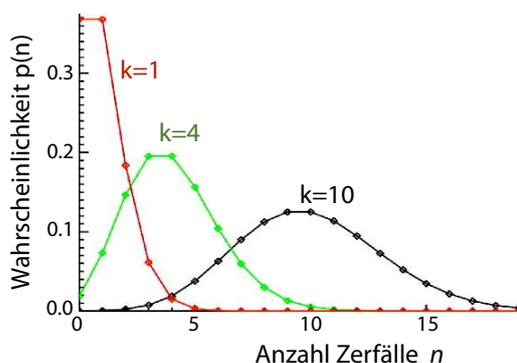


Abbildung 11.28: Poisson Statistik

Hier stellt k den Erwartungswert dar, d.h. die mittlere Zahl von Zerfällen über das Messintervall, und n die

effektiv gemessene Zahl von Zerfällen. Bei durchschnittlich k Zerfällen beträgt die Breite der Verteilung, also die Unsicherheit \sqrt{k} . Da man einzelne Zerfälle zählt, ist die minimal notwendige Aktivität dadurch bestimmt, dass auf dem Detektor genügend Photonen eintreffen und die relative Unsicherheit, $\sqrt{k}/k = 1/\sqrt{k}$ genügend klein wird. Um die Strahlenbelastung für den Patienten nicht unnötig erhöhen zu müssen, sollte man deshalb aus einem möglichst großen Anteil der Zerfälle ein Signal gewinnen. Dies bedeutet insbesondere auch, dass die verwendeten Elemente möglichst wenig andere Zerfallskanäle aufweisen sollten, welche nicht zum Signal beitragen. In der Diagnostik bedeutet das vor allem, dass es reine γ -Strahler sein sollten (für SPECT), respektive β^+ -Strahler (für PET).

11.3.5 Natürliche Radioaktivität im Körper

Radioaktive Elemente kommen in der Natur vor und werden auch vom Körper aufgenommen. Dazu gehören z.B. ^{14}C und ^{40}K . ^{14}C wird in der Atmosphäre durch die Höhenstrahlung gebildet, während ^{40}K bei der Entstehung der Erde schon vorhanden war und wegen der langen Lebensdauer von etwa 1,3 Mia Jahren noch vorhanden ist. Seine natürliche Häufigkeit liegt heute bei $1,2 \cdot 10^{-4}$.

Der Körper enthält etwa 2 g Kalium pro kg Körpergewicht, insgesamt also etwa 160 g. Davon sind

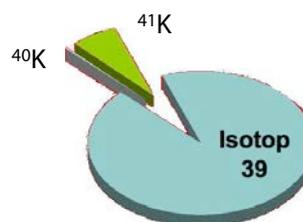
$$m_{40} \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \text{ g} \approx 19 \text{ mg}$$

radioaktiv. Dies entspricht

$$n_{40} = \frac{m_{40}}{40} N_A \approx \frac{1,9 \cdot 10^{-2}}{40} 6 \cdot 10^{23} \approx 2,8 \cdot 10^{20}$$

radioaktiven ^{40}K Atomen. Bei einer mittleren Zerfallszeit von $1,3 \cdot 10^9$ Jahren entspricht dies einer Aktivität von

$$A = \frac{N}{\tau} = N \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = N \frac{0,69 \cdot 2,8 \cdot 10^{20}}{1,3 \cdot 10^9 \text{ a} \cdot 3,2 \cdot 10^7 \text{ s/a}} \approx 4700 \text{ s}^{-1} = 4700 \text{ Bq.}$$



Isotop	nat. Häufigk.	Zerfall
$^{39}_{19}\text{K}$	93,26 %	stabil
$^{40}_{19}\text{K}$	0,012 %	β^- $T_{1/2} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ a}$
$^{41}_{19}\text{K}$	6,73 %	stabil

Abbildung 11.29: Die wichtigsten Isotope von Kalium.

Insgesamt enthält ein Erwachsener eine Aktivität von etwa 7000 Bq, also deutlich weniger als was bei typischen Diagnose-Verfahren eingesetzt wird.

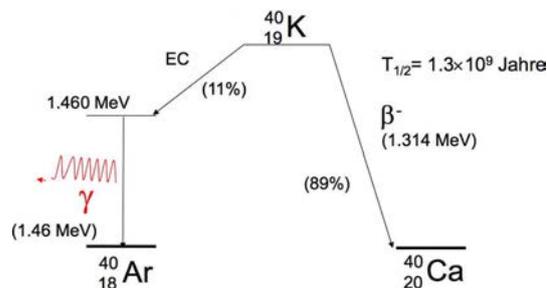


Abbildung 11.30: Zerfallsprozesse von ^{40}K .

Nicht alle ^{40}K Atome zerfallen nach dem gleichen Prozess: ein Anteil von 11 % fängt ein Elektron ein und wandelt sich so in ^{40m}Ar um, welches wiederum durch Emission eines Photons von 1,46 MeV in den Grundzustand übergeht. Der größere Anteil (89 %) geht durch β^- -Emission in ^{40}Ca über.

11.4 Wechselwirkung hochenergetischer Photonen

11.4.1 Phänomenologie

In erster (und recht guter) Näherung gilt für elektromagnetische Strahlung, dass die transmittierte Intensität exponentiell mit der Eindringtiefe x abnimmt:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x},$$

sofern das Material homogen ist. Dies entspricht dem Lambert-Beerschen Gesetz. Diese Abhängigkeit erhält man, wenn die Abnahme der Intensität, $-dI$ beim Durchlaufen einer dünnen Schicht dx proportional ist zur einfallenden Intensität,

$$\frac{dI}{dx} = -\mu I.$$

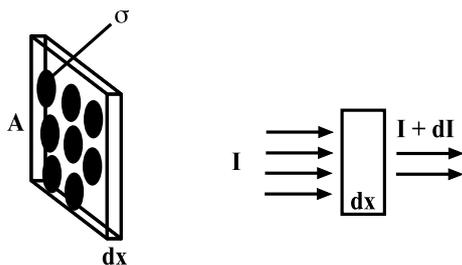


Abbildung 11.31: Streuquerschnitt σ und Abschwächung des Strahls.

Für die Interpretation dieses Befunds verwendete man ein einfaches Bild: ein Photon wird von einem Teilchen innerhalb dieser Schicht absorbiert, wenn es das Teilchen innerhalb einer Fläche σ trifft, ansonsten fliegt es durch die Schicht der Dicke dx . Die Fläche σ bezeichnet man als Wirkungsquerschnitt, mit der Einheit $[\sigma]=\text{m}^2$. Eine äquivalente Einheit ist das barn, mit $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$. Ist die Schicht dünn genug, so dass sich die einzelnen Flächen σ nicht überlappen, so ist die Absorptionswahrscheinlichkeit μdx gegeben durch das Verhältnis aus der im Volumen $A dx$ enthaltenen Querschnittsflächen zur

gesamten Fläche A . Die Anzahl der Teilchen erhalten wir aus dem Produkt aus Teilchendichte n ($[n]=\text{m}^{-3}$) und dem Volumen $V = A dx$. Somit ist

$$\mu dx = \frac{\text{Fläche der Absorber}}{\text{Gesamtfläche}} = \frac{n A dx \sigma}{A}$$

oder

$$\mu = n \sigma.$$

Die Teilchendichte bestimmen wir aus der Massendichte ρ ($[\rho]=\text{kg}/\text{m}^3$), der Molmasse m_{mol} $[\text{kg}/\text{Mol}]$ und der Avogadrokonstanten $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1}$:

$$n = \frac{N_A \rho}{m_{\text{mol}}} \rightarrow \mu = \frac{N_A \rho}{m_{\text{mol}}} \sigma.$$

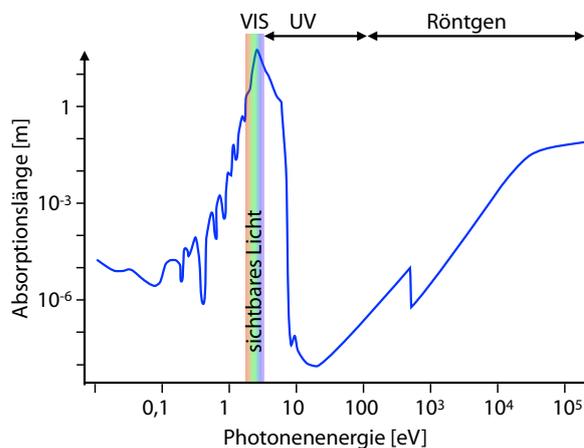


Abbildung 11.32: Absorptionslänge in Wasser als Funktion der Photonenenergie.

Der Wirkungsquerschnitt σ und damit die Absorptionslänge $1/\mu$ hängen einerseits von der Wellenlänge, d.h. der Photonenenergie ab, andererseits vom Material, insbesondere von der (effektiven) Kernladung. Wasser ist für sichtbares Licht sehr transparent, aber ultraviolettes Licht wird mit einer Absorptionslänge von etwa 10 nm sehr stark absorbiert. Mit weiter zunehmender Photonenenergie nimmt der Wirkungsquerschnitt ab und damit die Absorptionslänge wieder zu.

11.4.2 Absorption und Streuung

Eintreffende Photonen können im Objekt absorbiert, transmittiert oder gestreut werden. Die Streuprozesse können elastisch oder inelastisch sein, und die Photonen können nach vorne oder rückwärts gestreut werden.

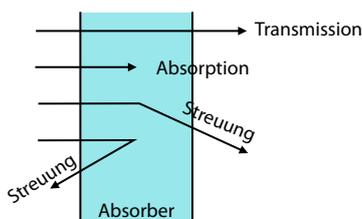


Abbildung 11.33: Mögliche Prozesse bei der Wechselwirkung von Photonen mit Materie.

Bei Absorptions-, wie auch bei Streuprozessen, wird zunächst nicht die gesamte Energie des Photons auf das Material übertragen, sondern nur ein Teil. Außerdem wird die übertragene Energie nicht sofort thermalisiert, ein Teil wird auf andere Teilchen übertragen, insbesondere gestreute Elektronen. Der Anteil an Energie, der auf die Elektronen übertragen wird, liegt typischerweise in der Größenordnung von 70 %.

Absorbierte Photonen übertragen ihre Energie auf das Objekt und tragen zur Ionisation bei. Die gesamte absorbierte Energie pro Masse wird als Dosis D bezeichnet und mit der Einheit

$$[D] = \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gray} = \text{Gy}.$$

Früher wurde als Einheit das rad (rd) verwendet, mit $1 \text{ rd} = 0,01 \text{ Gy}$. Der überwiegende Teil dieser deponierten Energie wird letztlich in Wärme umgesetzt.

Gestreute Photonen können ebenfalls einen Teil ihrer Energie im Gewebe deponieren. Werden sie nach vorne gestreut, so können sie außerdem zum detektierten Signal beitragen. Da gestreute Strahlen je

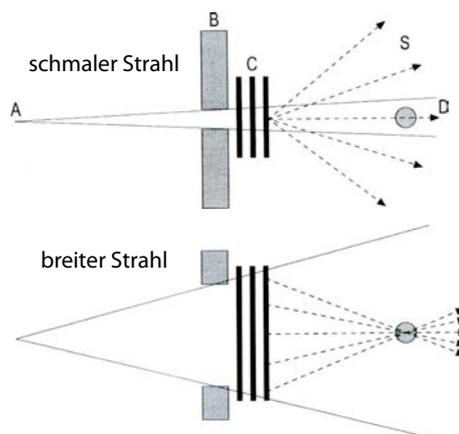


Abbildung 11.34: Streustrahlung und unterschiedliche Schwächungskoeffizienten für unterschiedlich breite Strahlen.

nach Geometrie der Anordnung auf den Detektor treffen und damit zur transmittierten Energie beitragen oder nicht, hängt der scheinbare Schwächungskoeffizient von der Geometrie der Anordnung ab. Je breiter der Strahl, desto mehr Photonen werden gestreut und desto mehr fallen auf den Detektor.

11.4.3 Relevante Prozesse

Man kann eine Reihe von unterschiedlichen physikalischen Prozessen unterscheiden, welche zur Abschwächung eines Strahls beitragen.

- Gesamte Abschwächung: μ
- Photoabsorption: τ
- Streuung: σ
 - kohärente Streuung: σ_R
 - inkohärente Streuung: σ_C
- Paarbildung: χ

Abbildung 11.35: Beiträge zum Schwächungskoeffizienten.

Die wichtigsten physikalischen Mechanismen sind

Photoabsorption, Streuung und Paarbildung. Innerhalb der Streuprozesse wird noch zwischen kohärenter und inkohärenter Streuung unterschieden. Ebenfalls möglich, aber deutlich seltener, ist der Prozess der Absorption von Photonen durch den Kern und die daraus folgenden Kernreaktionen.

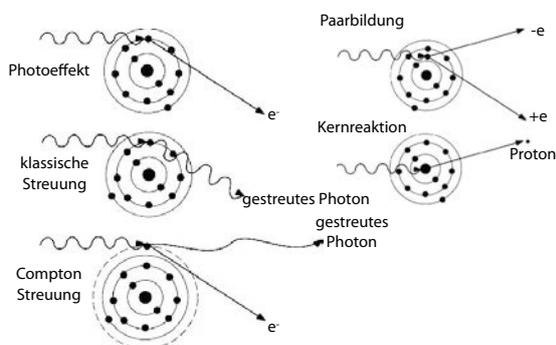


Abbildung 11.36: Primärprozesse für Photonen.

Abb. 11.36 zeigt schematische Bilder für die einzelnen Prozesse. Die Wirkungsquerschnitte der einzelnen Prozesse hängen in unterschiedlicher Weise vom streuenden Material, insbesondere von der Kernladungszahl ab, sowie von der Energie der Photonen. Ihre Wirkungsquerschnitte addieren sich zum Gesamt-Wirkungsquerschnitt.

Im Folgenden werden die drei wichtigsten Prozesse diskutiert: kohärente (klassische) Streuung, Photoeffekt, sowie Compton-Streuung.

11.4.4 Kohärente Streuung

Ein einfaches Modell für die Streuung von Licht ist die Bewegung eines Elektrons im Potenzial eines harmonischen Oszillators, mit Eigenfrequenz ω_0 und Dämpfung Γ . Zusätzlich wirkt das elektrische Feld \vec{E} einer elektromagnetischen Welle auf das Elektron. Dabei reicht es, nichtrelativistische Geschwindigkeiten zu betrachten, sodass die Wirkung des Magnetfeldes vernachlässigt werden kann: die relative Stärke des Magnetfeldes ist $\sim v/c$, verglichen mit der Amplitude des elektrischen Feldes. Im

Rahmen eines einfachen Modells kann man für die Auslenkung \vec{r}_0 des Elektrons schreiben

$$m\ddot{\vec{r}}_0 + m\Gamma\dot{\vec{r}}_0 + m\omega_0^2\vec{r}_0 = -e\vec{E}_0e^{-i\omega t},$$

wobei schon die Näherung $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_0) \approx 1$ benutzt wurde, also dass die Auslenkung gering sei im Vergleich zur Wellenlänge der Strahlung. In der stationären Lösung erhält man für das zeitabhängige Dipolmoment des Elektrons

$$\vec{p}(t) = -e\vec{r}_0(t) = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Ein oszillierender elektrische Dipol strahlt wiederum eine elektromagnetische Welle ab. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gleich der abgestrahlten Leistung pro Raumwinkelelement $dP/d\Omega$, geteilt durch die einfallende Leistung pro Fläche, also den Betrag des Poynting-Vektors $|\vec{S}|$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dP/d\Omega}{\langle |\vec{S}| \rangle}.$$

Die Mittelwerte werden jeweils über eine Periode gebildet. Für Dipolstrahlung gilt

$$\langle |\vec{S}| \rangle = \frac{\epsilon_0}{2} c |\vec{E}_0|^2,$$

und für die pro Raumwinkelelement im Mittel abgestrahlte Leistung

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2\epsilon_0 c^3} \omega^4 |\vec{p}|^2 \sin^2 \theta,$$

wobei θ den Winkel zur Auslenkungsrichtung bezeichnet. Setzt man diese beiden Gleichungen in diejenige für den differentiellen Wirkungsquerschnitt ein, so kann man daraus den totalen Wirkungsquerschnitt berechnen:

$$\sigma_t = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}.$$

Man erhält im Rahmen dieses Modells eine Resonanzkurve

$$\sigma_t = \sigma_T \cdot \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\Gamma^2}.$$

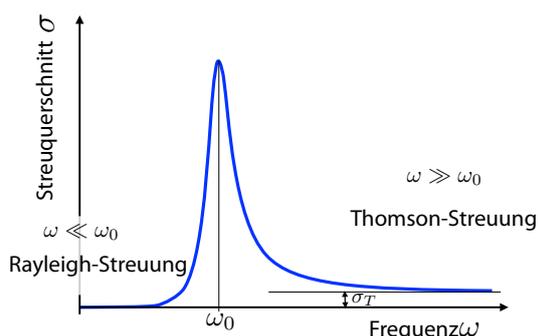


Abbildung 11.37: Resonanzkurve des Streuquerschnitts

Hier steht σ_T für den Querschnitt der Thomson-Streuung, $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$.

Der resonante Fall, $\omega = \omega_0$ entspricht der resonanten Absorption, also z.B. dem Treffen einer K-Kante. Hier interessiert primär der nicht resonante Fall.

11.4.5 Rayleigh- und Thomson-Streuung

Für Frequenzen weit oberhalb der Resonanzfrequenz, $\omega \gg \omega_0$, erhält man Thomson-Streuung, $\sigma_t \approx \sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2$, und für sehr kleine Frequenzen ($\omega \ll \omega_0$) Rayleigh-Streuung $\sigma_r \approx \sigma_R = \sigma_T \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$. Im Bereich der Rayleigh-Streuung kann das System (das Atom) der Anregung folgen. Die erzwungene Schwingung erzeugt eine Dipolstrahlung, wobei die Emissionsstärke mit der vierten Potenz der Frequenz abnimmt. Der Wirkungsquerschnitt für die Rayleigh-Streuung steigt mit der Kernladungszahl des Atoms, mit einem Exponenten zwischen 2 und 3: $\sigma_R \propto Z^{2\dots3}$.

Für die Thomson-Streuung kann man einen Wirkungsquerschnitt von

$$\sigma_T = 8 \frac{\pi}{3} r_e^2 = 6.6 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2 = 0.66 \text{ b}$$

berechnen. Hier stellt

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

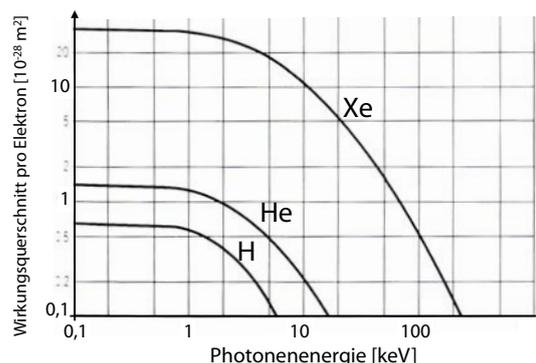


Abbildung 11.38: Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts pro Elektron von der Ordnungszahl und der Photonenenergie.

den klassischen Elektronenradius dar.

In diesem Modell ist der Streuquerschnitt unabhängig von der Frequenz. Dies gilt allerdings nur für Photonenenergien bis etwa 1 keV, darüber nimmt die Streueffizienz stark ab. Im Rahmen des Modells ist der Wirkungsquerschnitt auch unabhängig von der Kernladungszahl. In Wirklichkeit nimmt er mit der Ordnungszahl zu. Die Zunahme mit Z kann qualitativ so erklärt werden, dass die Elektronen nicht wirklich frei sind, sondern in Atomen gebunden. Die eintreffende Welle versetzt alle Elektronen im Atom gleichzeitig in Schwingung, so dass sich die von ihnen abgestrahlten Wellen konstruktiv überlagern.

11.4.6 Photoeffekt

Beim Photoeffekt wird die gesamte Energie des Photons dazu benutzt, ein in einem Atom gebundenes Elektron mit der Bindungsenergie $\mathcal{E}_B < 0$ aus der Elektronenhülle zu entfernen. Es besitzt danach die kinetische Energie

$$\mathcal{E}_{kin} = \mathcal{E}_\gamma + \mathcal{E}_B. \quad (11.2)$$

Hier stellt \mathcal{E}_γ die Energie des Photons dar.

Die Absorption eines Photons ist nur möglich, wenn dabei Energie und Impuls erhalten bleiben. Gleichung (11.2) beschreibt die Energieerhaltung. Die Impulserhaltung setzt voraus, dass zusätzlich zum Elektron ein weiteres Teilchen vorhanden ist. Dies ist normalerweise der Kern, der zwar wenig Energie aufnimmt, aber einen wesentlichen Teil des Impulses.

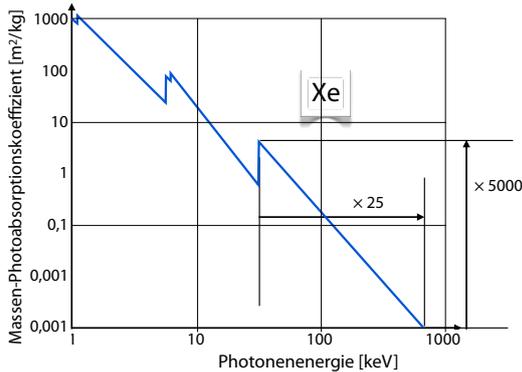


Abbildung 11.39: Energieabhängigkeit des Photoabsorptionskoeffizienten für Xenon.

Der Wirkungsquerschnitt und damit der Massenabsorptionskoeffizient nehmen mit zunehmender Photonenenergie rasch ab. In Abb. 11.39 nimmt der Absorptionskoeffizient oberhalb von 40 keV etwa $\propto \mathcal{E}_\gamma^{-2,6}$ ab.

Der Wirkungsquerschnitt für die Photoabsorption ist maximal, wenn die Photonenenergie der Bindungsenergie entspricht $\mathcal{E}_\gamma \approx -\mathcal{E}_B$. Es gibt jedoch keinen einfachen analytischen Ausdruck für die Abhängigkeit der Eindringtiefe von Energie und Material. Eine brauchbare Näherung für den Absorptionsquerschnitt ist

$$\tau_{ph} \sim \rho \left(\frac{Z}{\mathcal{E}_\gamma} \right)^3 (1 + 0.008Z).$$

Im Bereich der biologischen Gewebe ($Z \sim 8$) nimmt somit die Absorption etwa mit der dritten Potenz der Kernladungszahl zu, bei schweren Kernen etwas stärker.

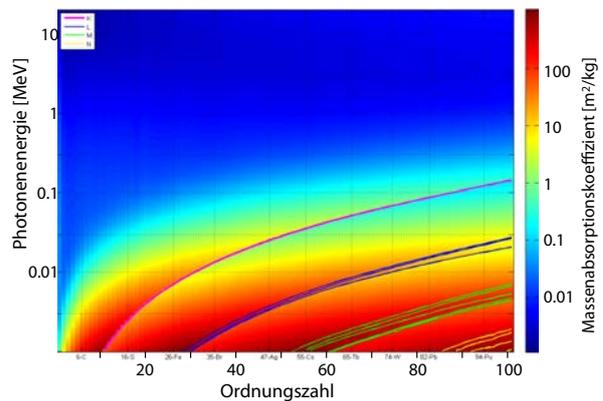


Abbildung 11.40: Abhängigkeit des Massenabsorptionskoeffizienten von der Photonenenergie und der Ordnungszahl.

Für chemische Verbindungen und heterogene Mischungen wie zum Beispiel Gewebe, wird eine **effektive Kernladungszahl** eingeführt:

$$Z_{\text{eff}}^m := \sum_i x_i Z_i^m,$$

wobei x_i den Gewichtsanteil der i -ten Atomsorte bezeichnet und die Summe über alle Atomsorten läuft. Für Wasser erhält man demnach

$$Z_{\text{eff}}^3 = \frac{1}{18} (16 \cdot 8^3 + 2 \cdot 1^3) = \frac{4097}{9}$$

$$Z_{\text{eff}} \approx 7,69.$$

Die folgende Tabelle zeigt einige effektive Kernladungszahlen.

Material	Z_{eff}
Luft	7.64
Wasser	7.42
Muskel	7.42
Knochen	13.8
Fett	5.92

11.4.7 Verteilung des Energieüberschusses

Bei der Photoabsorption werden einerseits Elektronen freigesetzt, andererseits Photonen niedrigerer Energie.

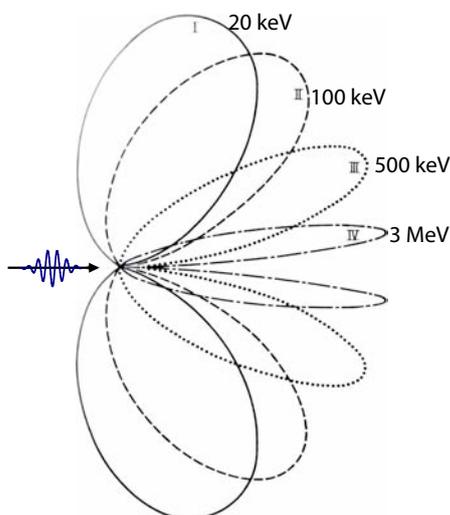


Abbildung 11.41: Richtungsverteilung der Photoelektronen.

Klassisch würde man erwarten, dass die Photoelektronen in Richtung des elektrischen Feldes, also senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der einfallenden Strahlung emittiert werden. Diese Erwartung ist recht gut erfüllt für niedrige Photonenenergien. Bei höheren Energien wird jedoch der Impulsübertrag vom Photon auf das Elektron wichtig und die Verteilung wird zunehmend in Ausbreitungsrichtung verschoben.

Das vom befreiten Elektron zurückgelassene Loch wird durch Übergänge anderer, noch gebundener Elektronen, aufgefüllt. Die dabei freiwerdende Energie wird durch die Ausstrahlung charakteristischer Photonen (**Fluoreszenzstrahlung**) oder die Emission von **Auger-Elektronen** aus dem Atom transportiert.

Beim Auger-Prozess wird das vorhandene Loch in der Elektronenhülle aufgefüllt, indem ein Elektron

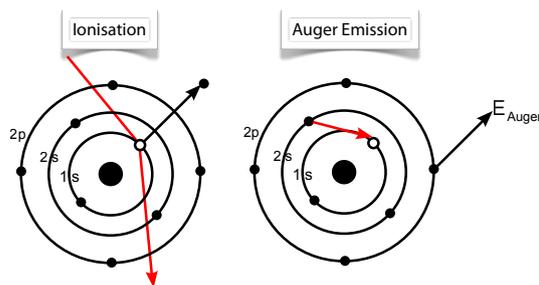


Abbildung 11.42: Auger-Prozess.

aus einer höheren Schale hinunterfällt und die Energie an ein anderes Elektron abgibt, welches dadurch in einen nicht gebundenen Zustand übergeht. Dieser Prozess wurde 1922 von Lise Meitner¹ und 1926 von Pierre Auger² entdeckt. Die Energie der Auger-Elektronen ist relativ gering und ihre Reichweite deshalb klein.

11.5 Compton-Streuung

11.5.1 Phänomenologie

Im Modell der klassischen (kohärenten) Streuung ist die Frequenz des gestreuten Lichtes gleich derjenigen des einfallenden Lichtes. Streut man Röntgenlicht an freien (d.h. schwach gebundenen) Elektronen, so stellt man aber fest, dass das gestreute Licht neben der Wellenlänge des einfallenden Lichtes auch eine andere Wellenlänge enthält.

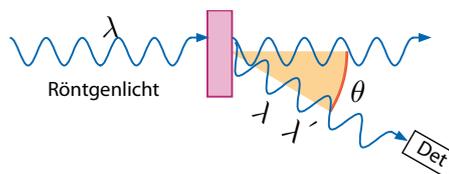


Abbildung 11.43: Geometrie des Streuexperimentes.

¹Lise Meitner, 1878-1968

²Pierre Victor Auger, 1899-1993

Die Verteilung ist nicht kontinuierlich, sondern das gestreute Licht enthält neben der ursprünglichen Wellenlänge nur eine weitere Wellenlänge. Diese ist größer, d.h. die entsprechende Frequenz ist niedriger.

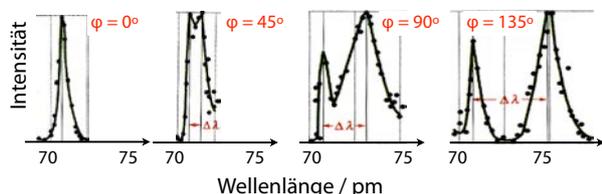


Abbildung 11.44: Spektren der gestreuten Röntgenstrahlung für unterschiedliche Streuwinkel.

In Abb. 11.44 stellt die Linie bei $\lambda \approx 71$ pm das einfallende Röntgenlicht dar, während die Linie bei der Wellenlänge $\lambda'(\theta)$, deren Position mit dem Streuwinkel variiert, durch die inelastische Streuung entsteht. Die Differenz $\Delta\lambda$ zwischen den beiden Wellenlängen ist eine einfache Funktion des Streuwinkels θ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta).$$

Hier bezeichnet

$$\lambda_C = 2,4 \text{ pm} \quad (11.3)$$

die Compton-Wellenlänge. Am Größten ist der Wellenlängenunterschied somit für $\theta = \pi$, d.h. bei Rückstreuung. Diese Messungen wurden erstmals 1923 von Compton³ durchgeführt.

Der Effekt ist unabhängig vom verwendeten Probenmaterial. Dies deutet darauf hin, dass die Bindung im Atom für diesen Effekt keine Rolle spielt. Man kann ihn deshalb in guter Näherung als Streuung an freien Elektronen behandeln. Für den typischen Energiebereich der Compton-Streuung von 50 keV bis zu einigen MeV gilt für die meisten Elektronen $\mathcal{E}_\gamma \gg |\mathcal{E}_b|$, d.h. die Bindungsenergie des Elektrons

³Arthur Compton, 1892 – 1962

kann vernachlässigt werden und die Näherung mit dem Modell eines freien Elektrons ist gut.

Für Photonen mit einer Wellenlänge $\lambda > 2,4$ pm wird die Photonenenergie nur teilweise übertragen.

11.5.2 Stoßprozess

Der Compton Effekt kann im Rahmen der Wellentheorie der Röntgenstrahlung nicht interpretiert werden. Man erhält diesen Befund jedoch als Resultat einer einfachen Rechnung, sofern man dem Röntgenlicht Teilchencharakter zuschreibt, d.h. indem man es als einen Strom von Photonen behandelt, deren Energie durch die Planck'sche Beziehung $\mathcal{E} = h\nu$ gegeben ist. Da die Frequenz abnimmt, geben diese Photonen offenbar einen Teil ihrer Energie ab. Da die Art der Atome keinen Einfluss auf den Streuprozess hat, kann man davon ausgehen, dass die Photonen an einzelnen quasi-freien Elektronen gestreut werden und nicht an den Kernen oder an ganzen Atomen. Die Elektronen müssen somit nach dem Streuprozess eine höhere Energie haben, also eine größere Geschwindigkeit.

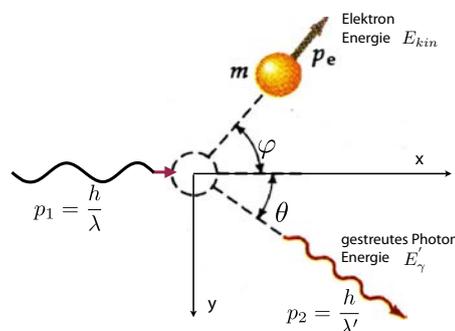


Abbildung 11.45: Verteilung von Energie und Impuls bei der Streuung eines Photons an einem freien Elektron.

Man geht also davon aus, dass jedes Photon einzeln an einem Elektron gestreut wird. Für jeden dieser

Streuprozesse gilt Energieerhaltung:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{mv^2}{2}. \quad (11.4)$$

Hier stellt m die Elektronenmasse dar und v die Geschwindigkeit des Elektrons nach dem Stoß. Die Geschwindigkeit vor dem Stoß wird vernachlässigt.

Außerdem gilt ein Erhaltungsgesetz für den Impuls. In nicht-relativistischer Näherung ist der Impuls des Elektrons nach dem Stoß mv . Der Impuls des Photons beträgt

$$p_{Ph} = \frac{h}{\lambda}.$$

Die x -Komponente des Gesamtimpulses ist somit

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + mv \cos \varphi \quad (11.5)$$

und die y -Komponente

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta - mv \sin \varphi. \quad (11.6)$$

Aus den drei Gleichungen (11.4), (11.5) und (11.6) kann man die Geschwindigkeit v und den Streuwinkel φ des Elektrons eliminieren und erhält damit die Verschiebung der Wellenlänge als Funktion des Streuwinkels θ des Photons:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) \\ &= \lambda_C(1 - \cos \theta). \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für die Compton-Wellenlänge

$$\begin{aligned} \lambda_C &= \frac{h}{mc} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \text{m} \\ &= 2,4 \cdot 10^{-12} \text{m} = 2,4 \text{pm}, \end{aligned}$$

in Übereinstimmung mit der phänomenologischen Gleichung (11.3). Sie enthält nur Naturkonstanten, d.h. sie hängt nicht vom Material oder von der Wellenlänge des Röntgenlichtes ab. Da sie im Picometerbereich liegt, muss man Licht mit einer vergleichbaren Wellenlänge, also Röntgenlicht, verwenden,

um den Effekt beobachten zu können. Photonen mit hoher Energie haben kurze Wellenlängen, eine Verschiebung um 2,4 pm führt zu einer großen Änderung, während sie z.B. bei sichtbaren Photonen ($\lambda \approx 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^5 \text{ pm}$) praktisch nicht messbar ist:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} < \frac{2 \cdot 2,4}{500000} \approx 10^{-5}.$$

11.5.3 Energieübertrag

Die Verschiebung um eine feste Wellenlängendifferenz impliziert, dass je nach Energie des Photons ein sehr unterschiedlicher Teil seiner Energie auf das Elektron übertragen wird. Das Elektron (Masse $mc^2 = 511 \text{ keV}$) verlässt das Atom mit einer kinetischen Energie \mathcal{E}_{kin} , das gestreute Photon besitzt die Restenergie \mathcal{E}'_{γ} . Die Verteilung der Energie zwischen den beiden Teilchen ist durch die Erhaltung von Energie und Impuls gegeben und damit abhängig vom Streuwinkel θ .

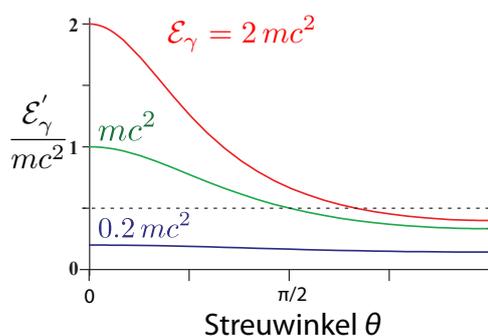


Abbildung 11.46: Restenergie des gestreuten Photons als Funktion des Streuwinkels, für unterschiedliche Energien des einfallenden Photons.

Die Energie des gestreuten Photons ist

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'_{\gamma} &= \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{hc}{\frac{hc}{\mathcal{E}_{\gamma}} + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{\mathcal{E}_{\gamma}}{1 + \frac{\mathcal{E}_{\gamma}}{mc^2}(1 - \cos \theta)}. \end{aligned}$$

Wichtige Grenzfälle sind

- niedrige Photonenenergie, $\mathcal{E}_{\gamma} \rightarrow 0$, d.h. Wellenlänge $\lambda \gg \lambda_C$:

$$\mathcal{E}_{\gamma} \geq \mathcal{E}'_{\gamma} \geq \mathcal{E}_{\gamma} \left(1 - \frac{2\mathcal{E}_{\gamma}}{mc^2}\right)$$

- hohe Photonenenergie, $\mathcal{E}_{\gamma} \gg mc^2$:

$$\mathcal{E}'_{\gamma, \min} \rightarrow \frac{mc^2}{2}.$$

Der maximale Energieübertrag findet statt bei $\theta = \pi$, also bei Rückwärtsstreuung. Hat das einfallende Photon eine Energie von $\mathcal{E}_{\gamma} = 1$ keV, so ist $\frac{\mathcal{E}_{\gamma}}{mc^2} \approx 1/511 \approx 0,002$. Damit ist die Energie des gestreuten Photons $\mathcal{E}'_{\gamma}(\theta = \pi) = 996$ eV, d.h. die Streuung ist beinahe elastisch, der Energieverlust beträgt nur 0,4%. Für Photonen mit einer Anfangsenergie von $\mathcal{E}_{\gamma} = 1$ MeV hingegen ist $\frac{\mathcal{E}_{\gamma}}{mc^2} \approx \frac{1000}{511} \approx 2$ und die Energie des gestreuten Photons $\mathcal{E}'_{\gamma}(\theta = \pi) = 0,2$ MeV, d.h. 80% seiner Energie werden auf das Elektron übertragen.

11.5.4 Verteilung der Energie

Die obigen Rechnungen betreffen nur die Fälle, in denen das Photon gestreut wurde. Für die Verteilung der Energie im Mittel über alle Prozesse ist der Streuquerschnitt ebenso wichtig.

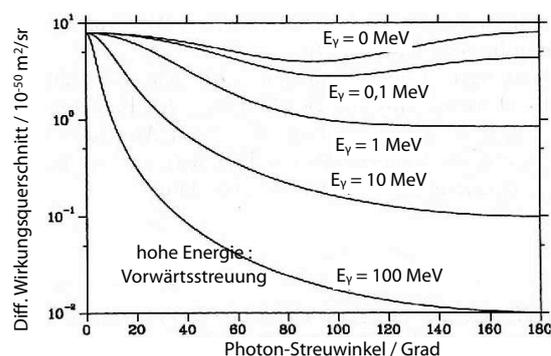


Abbildung 11.47: Differentieller Wirkungsquerschnitt für Compton Streuung als Funktion von Streuwinkel und Energie.

Die statistische Verteilung der Prozesse auf die verschiedenen Streuwinkel θ erhält man über den differentiellen Wirkungsquerschnitt nach Klein und Nishina. Mit zunehmender Energie werden die einfallenden Photonen stärker in Vorwärtsrichtung gestreut (siehe Abb. 11.47 und 11.48). Bei Vorwärtsstreuung ist der Energieübertrag geringer.

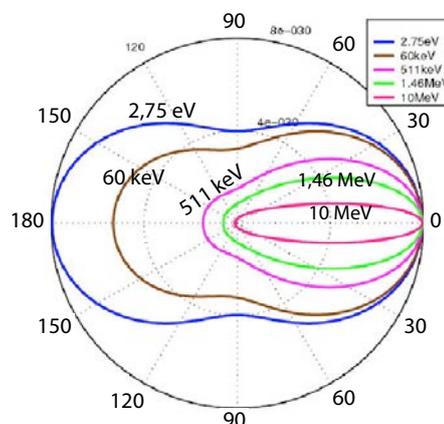


Abbildung 11.48: Richtungsverteilung der gestreuten Photonen.

Aus dem Streuquerschnitt und der Energieverteilung als Funktion des Stoßwinkels lässt sich die Energie-

verteilung als Funktion der Photonenenergie bestimmen.

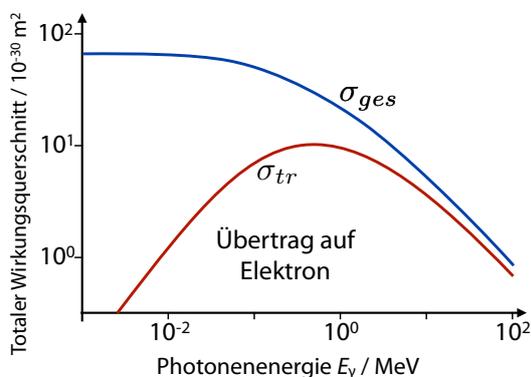


Abbildung 11.49: Gesamter Wirkungsquerschnitt σ_{ges} für die Compton-Streuung als Funktion der Energie des einfallenden Photons und Wirkungsquerschnitt σ_{tr} für die Übertragung der Energie auf ein Elektron.

Abb. 11.49 zeigt, wie sich die Energie des einfallenden Photons auf das gestreute Photon und das Elektron aufteilt. Die obere Kurve stellt den gesamten Wirkungsquerschnitt dar, welcher ab etwa 100 keV abnimmt, die untere den Wirkungsquerschnitt für den Übertrag von Energie auf das gestreute Elektron. Dieser steigt zunächst an, erreicht bei der Ruhemasse des Elektrons ein Maximum und nimmt dann wieder ab.

Abb. 11.49 zeigt, dass das Photon bei niedrigen Energien fast die gesamte Energie behält, dass es also weitgehend elastisch gestreut wird. Mit zunehmender Photonenenergie nimmt der Wirkungsquerschnitt ab, aber diejenigen Elektronen, die gestreut werden, besitzen eine Energie, welche fast der gesamten einfallenden Photonenenergie entspricht. Wegen der geringen Reichweite des Elektrons im Gewebe bleibt die Energie lokal.

Abb. 11.50 zeigt Mittel- und Maximalwert der kine-

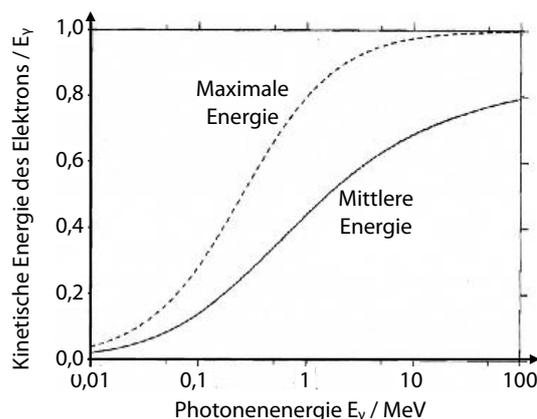


Abbildung 11.50: Kinetische Energie des Elektrons als Funktion der Photonenenergie.

tischen Energie des Elektrons als Funktion der Energie des einfallenden Photons.

Der Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung ist proportional zur Elektronendichte und somit zur Kernladungszahl Z und indirekt proportional zur Photonenenergie:

$$\sigma_C \propto \frac{Z}{E_\gamma}$$

11.6 Gesamtüberblick

11.6.1 Paarbildung

Neben den bisher diskutierten Prozessen Photoeffekt und Compton-Streuung spielt bei hohen Energien auch die Paarbildung eine Rolle: Durch die Wechselwirkung hochenergetischer Photonen (Schwellenenergie $E_\gamma \geq 2mc^2 = 1.022 \text{ MeV}$) mit dem starken elektromagnetischen Feld des Atomkerns kann sich das einfallende Photon spontan in ein **Elektron-Positron-Paar** verwandeln.

Im freien Raum ist die Paarbildung verboten, da es nicht möglich ist, gleichzeitig die Energie- und Impulserhaltung zu gewährleisten.

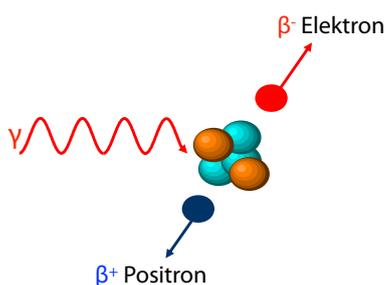


Abbildung 11.51: Paarbildung in der Nähe eines Kerns.

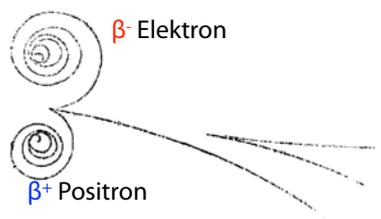


Abbildung 11.52: Paarbildung in der Nebelkammer.

Nach der Paarbildung kann sich das Positron frei bewegen (mittlere freie Weglänge einige Millimeter) und formt dann mit dem Elektron eines Atoms ein so genanntes **Positronium**. Das Positronium vernichtet sich anschließend und es werden zwei Photonen emittiert (**Vernichtungsstrahlung**).

Paarbildung spielt im Energiebereich der diagnostischen Röntgenstreuung nur eine geringe Rolle.

11.6.2 Gesamte Energieabhängigkeit

Betrachtet man die Kombination der verschiedenen Prozesse, so erhält man einen gesamten Schwächungskoeffizienten für ein bestimmtes Material. Da der Schwächungskoeffizient bei Röntgenstrahlen proportional zur Dichte des Materials ist, wird häufig der **Massenschwächungskoeffizient** μ/ρ betrachtet.

Welcher Prozess den dominanten Beitrag zum Schwächungskoeffizienten liefert, hängt von der

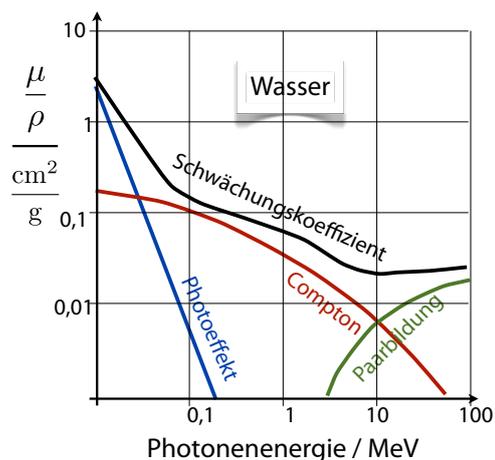


Abbildung 11.53: Beiträge zum Massenschwächungskoeffizienten von Wasser.

Energie der Photonen und von der Art des Materials ab. Abb. 11.53 zeigt die Energieabhängigkeit für Wasser. Bei Energien unter 0,1 MeV dominieren Photoeffekt und Compton-Effekt. Der Streuquerschnitt ist so hoch, dass die Energie bereits in den ersten Zentimetern des Gewebes deponiert wird. Zwischen 0,1 und 10 MeV dominiert der Compton-Effekt. Daraus resultiert auch eine relativ große Streustrahlung. Die Konsequenzen dieser Abhängigkeit für die Bildgebung mit Röntgenstrahlen werden im Kapitel 12 diskutiert.

Abb. 11.54 vergleicht typische Belastungen durch medizinische Untersuchungen mit der Strahlenbelastung durch natürliche Quellen.

	Dosis pro Jahr (a)
Natürliche Belastung	2.3± 1 mSv/a
Zivilisatorische Belastung	1.2± 1 mSv/a
Mittlere Strahlenbelastung in Deutschland	3.5 ± 1 mSv/a
Brust Röntgenaufnahme	0.1 mSv
CT Kopf	1.5 -2.3 mSv
Mammographie	3 mSv
CT Brustkorb	5.8 mSv
Röntgenaufnahme des Darmtrakts mit Bariumsulfat	15 mSv
CT Angiogramm des Herzens	7-13 mSv
Maximal zulässige Strahlenbelastung ohne Strahlenschutzmaßnahme	5 mSv/a

Abbildung 11.54: Typische Dosisbelastung durch natürliche Quellen und medizinische Untersuchungen.