

Ausgabe: 28.11.2014

Abgabe: bis 05.12.2014 10:15 Uhr

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Phasenkontrast**3 Punkte**

- a.) Zeigen Sie, dass in einem Interferometer das Intensitätsbild der beiden überlagerten Teilstrahlen $y_1 = a \cdot e^{i(kx - \omega t + \phi_1)}$ und $y_2 = b \cdot e^{i(kx - \omega t + \phi_2)}$ einen Term enthält, der vom Kosinus der Phasendifferenz $\Delta\phi$ abhängt.
- b.) Der Brechungsindex vieler Materialien kann für Röntgenstrahlung in der Form $n = 1 - \alpha + i \cdot \beta$ (mit $\alpha, \beta > 0$) dargestellt werden. Zeigen Sie, dass der Absorptionskoeffizient die Form $\mu = \beta\omega/c$ hat. Welche Bedeutung hat α ? Was bedeutet es für die Phasengeschwindigkeit, wenn der Realteil des Brechungsindex kleiner als 1 ist?
- c.) Eine Gewebeprobe der Dicke 5 mm wird von kohärenter Röntgenstrahlen der Energie 12 keV durchstrahlt. Für zwei Probenbereiche betragen die komplexen Brechungsindizes $n_1 = 1 - 1 \cdot 10^{-8} + i \cdot 2.14 \cdot 10^{-10}$ und $n_2 = 1 - 2 \cdot 10^{-8} + i \cdot 3.13 \cdot 10^{-10}$. Berechnen Sie die Intensitätsabnahme für beide Bereiche sowie den Kontrast zwischen beiden für
- 1) eine Aufnahme mit Projektionsröntgen.
 - 2) eine Phasenkontrastaufnahme. Dazu wird in einem Interferometer der Strahl 50/50 aufgeteilt, die Probe befindet sich in einem Teilstrahl, der zweite Teilstrahl dient als Referenzstrahl ($n_{Ref} = 1$).

Aufgabe 2: Zyklotron**3 Punkte**

Ein Zyklotron (siehe Abbildung(1)) dient zur Beschleunigung geladener Teilchen auf nicht-relativistische Geschwindigkeiten. Es wird mit einem homogenen Magnetfeld B und einer Wechselspannung konstanter Frequenz betrieben.

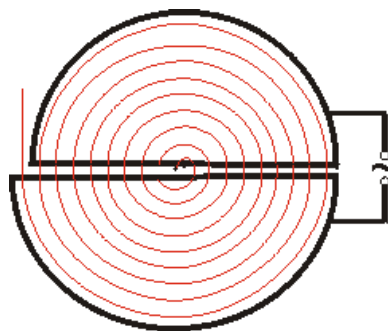


Abbildung 1: Zyklotron

- a.) Leiten Sie anhand einer geeigneten Kräftebetrachtung den Zusammenhang zwischen dem Bahnradius und der Geschwindigkeit der Teilchen (Ladung q ; Masse m) her und zeigen Sie, dass für die Frequenz gilt:

$$f = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \quad (1)$$

Erläutern Sie damit, dass Teilchen mit diesem Zyklotron nicht auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt werden können.

Im Folgenden soll ein „low-cost-Zyklotron“ für Protonen betrachtet werden, das mit der Haushaltswechselspannung (Frequenz: 50Hz) betrieben wird. Die Energiezufuhr findet dabei für ein Proton immer dann statt, wenn die Spannung ihren Scheitelwert 325V annimmt.

- b.) Welchen Zuwachs an kinetischer Energie erhalten die Protonen bei einem Umlauf?
- c.) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte B , mit der dieses Zyklotron betrieben werden muss.
- d.) Wie lange dauert es, bis dieses Zyklotron ein anfangs ruhendes Proton auf 1.0% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt hat? Berechnen Sie den Radius r der Kreisbahn, die auf 1.0% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigte Protonen durchlaufen.
- e.) Halten Sie ein solches „low-cost-Zyklotron“ für realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3: Aufgabe 2: Produktion von Radionukliden **3 Punkte**

Für die Bestrahlung von Tumoren kommen in der Brachytherapie unter anderem sogenannte Seeds zum Einsatz. Dies sind kleine, umschlossene radioaktive Proben, die direkt an oder in das erkrankte Gewebe eingebracht werden. Ein mögliches Nuklid, das in den Seeds verwendet wird, ist ^{125}I mit einer Halbwertszeit von $T_I = 59,41$ d.

Als Ausgangsnuklid für die Herstellung von ^{125}I dient ^{124}Xe , welches durch Neutroneneinfang zu ^{125}Xe wird und in das gewünschte Iod zerfällt. Die eigentliche Zerfallsreihe ist etwas komplizierter, nehmen Sie hier für ^{125}Xe eine Halbwertszeit $T_{Xe} = 19,9$ h und betrachten sie das Produkt des Iodzerfalls, Tellur, als stabil.

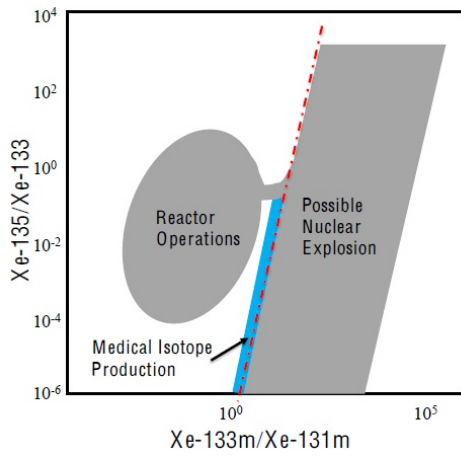
- a.) Stellen Sie die Differentialgleichungen für die Teilchenanzahl von ^{125}Xe , ^{125}I und ^{125}Te auf.
- b.) Lösen Sie die Differentialgleichungen für die Anfangsbedingungen $N_{Xe}(t = 0) = N_{Xe,0}$, $N_I(t = 0) = N_{I,0}$ sowie $N_{Te}(t = 0) = N_{Te,0}$.
Tipp: Zum Lösen der Differentialgleichungen bieten sich die Methoden „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ an.
- c.) Sie starten die Produktion von Iod mit $N_{Xe,0} = 100000$ und $N_{I,0} = 0$ Atomen, wann brechen Sie die Produktion ab und wieviele Iodatome existieren zu dem Zeitpunkt?

.....

Zusatzinfos vom Übungsschmied: *Bedeutung der Medizinischen Radionuklidproduktion für den Vollständigen Nuklearen Teststopp Vertrag (Comprehensive Nuclear Test-Ban Treaty CTBT):*

Unter dem CTBT sind weltweit Kernexplosionen zu Testzwecken, welche für die (Weiter-)Entwicklung von Kernwaffen nötig sind, verboten. Dazu betreibt die Organisation zu Überwachung des CTBT ein weltweites Sensornetzwerk u.a. mit Radionuklidstationen, in denen Luftproben auf die Edelgasisotopen ^{131m}Xe , ^{133}Xe , ^{133m}Xe und ^{135}Xe untersucht werden. Deren Detektion kann auf einen möglichen unerlaubten Test hinweisen, da ihr Verhältnis aufgrund unterschiedlicher Halbwertszeiten typisch für einen Kernwaffentest bzw. für Kernspaltung in einem Reaktor ist. Die Emission aus medizinischen Isotopenanlagen ist sehr ähnlich zu den erwarteten Emissionen eines Kernwaffentest, so dass bereits die 5 größten Isotopenanlagen der Welt einen Xe-Hintergrund erzeugen, der einen Kernwaffentest unbemerkt lassen könnte. Um das extrem sensitive Netzwerk der CTBTO nicht zu gefährden muss daher z.B. durch Verzögerungstrecken in den Isotopenanlagen die Emission kurzlebiger Isotope deutlich verringert werden.

Quellen: [1],[2] , Fragen dazu: mattes@e3.physik.tu-dortmund.de



(a) Typische Xe-Isotopen-Verhältnisse für Kernwaffentests, Reaktionen im Kernreaktor und für Emissionen von medizinischen Isotopenanlagen



(b) Deutsche CTBT-Radionuklidstation auf dem Schauinsland bei Freiburg