

Ausgabe: 24.10.2014

Abgabe: bis 31.10.2014 10:15 Uhr

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Nyquist-Shannon-Abtasttheorem

3 Punkte

Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem besagt, dass die Abtastfrequenz mehr als doppelt so groß sein muss, als die höchste Frequenz des Signals.

$$k_t > 2 \cdot k_N \quad (1)$$

a.) Gegeben sei eine Abtastrate von 40kHz. Skizzieren Sie Sinussignale mit einer Frequenz von

1. 10kHz
2. 20kHz
3. 30kHz

und zeichnen Sie die Abtastintervalle mit ein.

- b.) Wie lautet der eintretende Effekt, wenn das Signal zu hohe Frequenzen beinhaltet und was bedeutet dies für eine mögliche Rekonstruktion?
- c.) Eine analoge Tonspur soll digitalisiert werden. Hierzu steht Ihnen ein Gerät mit einer Abtastrate von 45kHz zur Verfügung. Wie können Sie garantieren, dass beim Sampling alles funktioniert?

Aufgabe 2: Wärmestrahlung die Zweite

3 Punkte

Das Intensitätsspektrum eines schwarzen Körpers ist durch das Planck'sche Strahlungsgesetz gegeben.

$$B_\lambda(\lambda, T) d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} d\lambda \quad (2)$$

- a.) Erläutern Sie die physikalischen Eigenschaften eines Schwarzen Körpers.
- b.) Transformieren Sie das gegebene Gesetz in die Frequenzdarstellung $B_\nu(\nu, T)$ und überführen Sie ihr Ergebnis mit $e^x - 1 \approx x + 1$, für $x \ll 1$ in das für kleine Frequenzen gültige Rayleigh-Jeans-Gesetz.

Aufgabe 3: Iterative Rekonstruktion

3 Punkte

Ein Körper, bestehend aus 4 Würfeln der Kantenlänge 2,5 cm verschiedener Materialien, soll mit Hilfe von Röntgenstrahlung auf seine Zusammensetzung untersucht werden. Dazu wird Röntgenstrahlung mit einer Intensität von $I_0 = 6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ verwendet.

Nach Durchlaufen einer Wegstrecke in einem Körper ist die gemessene Intensität des Strahls (für die Projektionsrichtung j)

$$I_j = I_0 e^{-\sum_i \mu_i d_i} \quad (3)$$

Hierbei sind μ_i die Absorptionskoeffizienten des durchlaufenen Materials i und d_i die Wegstrecken im Material i.

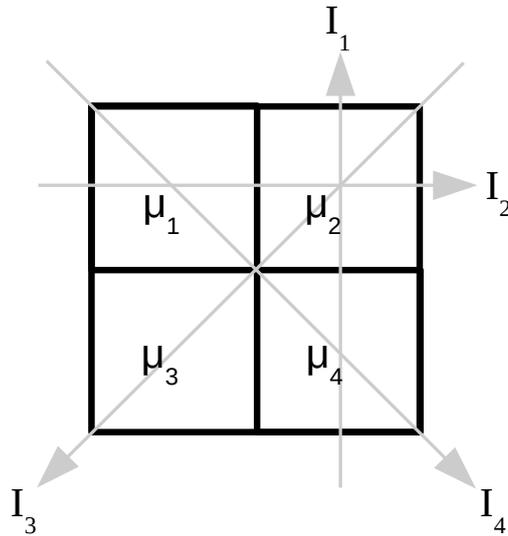


Abbildung 1: Projektionsröntgen in 4 Richtungen.

Für den Körper in Abb. 2 seien die gemessenen Intensitäten I_j für die 4 verschiedenen Projektionen im folgenden Vektor zusammengefasst:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,63 \\ 0,09 \\ 1,46 \\ 0,03 \end{pmatrix} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (4)$$

Berechnen Sie die Absorptionskoeffizienten μ_i ($i=1,\dots,4$) für die 4 Würfel. Aus welchen im Körper vorkommenden Materialien könnte der Inhalt der Würfel bestehen?

Beispiele für Wertebereiche für Absorptionskoeffizienten von im Körper vorkommenden Materialien sind: $\mu_{Knochen} = (0.38 - 1.70) \text{ cm}^{-1}$, $\mu_{Weichteil} = (0.15 - 0.23) \text{ cm}^{-1}$, $\mu_{Luft} = 0.001 \text{ cm}^{-1}$.