

# 5 Lichtkräfte und Laserkühlung

## 5.1 Lichtkräfte

Licht kann starke mechanische Kräfte auf Atome ausüben. Dies wurde in den letzten Jahren intensiv genutzt, u.a. für die Laserkühlung (Nobelpreis 1997), welche auch zur Bose-Einstein Kondensation von Atomen, Atomlasern etc. geführt hat (Nobelpreis 2001). Eine andere wichtige Entwicklungslinie sind optische Pinzetten, welche z.B. für die Untersuchung von einzelnen DNS-Molekülen verwendet werden.

### 5.1.1 Klassische Behandlung

Klassisch können wir die Kraft, welche auf ein Atom in einem Laserstrahl wirkt, als Gradient der potentiellen Energie berechnen:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U = \vec{\nabla}(E \cdot \vec{d}).$$

Obwohl Atome kein permanentes Dipolmoment besitzen wird durch die Einstrahlung eines induziert, so dass das Skalarprodukt im Allgemeinen einen nicht verschwindenden Wert aufweist. Es verschwindet hingegen auf der Resonanz, da dort Feld und Dipol 90 Grad außer Phase sind.

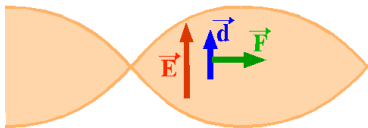


Abbildung 5.1: Elektrischer Dipol im elektrischen Feld.

Der Gradient kann groß werden und damit große Kräfte erzeugen wenn der Laserstrahl inhomogen ist, also z.B. in einem Fokus, einer evaneszenten Welle, oder in einer stehenden Welle.

In einer ebenen Welle verschwinden die transversalen Ableitungen, so dass die Kraft in Aus-

breitungsrichtung wirkt. Allerdings ist sie periodisch mit der Lichtfrequenz, so dass sie im Mittel verschwindet. Dies ändert sich jedoch wenn man die Absorption durch das Atom selber berücksichtigt: Das Feld ist dann hinter dem Atom schwächer als davor, so dass der Gradient einen nicht verschwindenden zeitlichen Mittelwert erhält und eine endliche Kraft auf das Teilchen wirkt, welche mit der Absorptionsrate zunimmt. Da ein elektromagnetisches Feld Impuls in Ausbreitungsrichtung besitzt kann man das direkt als Impulsübertrag vom Feld auf das Atom interpretieren.

### 5.1.2 Quantenmechanik: Impulserhaltung

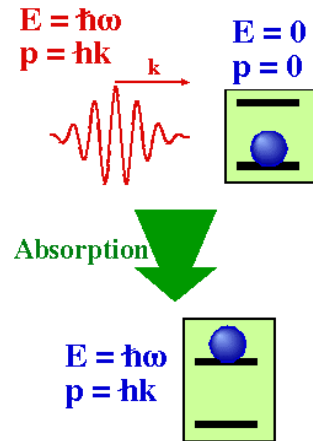


Abbildung 5.2: Impulserhaltung bei der Absorption.

Die Diskussion wird aber wesentlich einfacher wenn wir den Impuls von Photonen betrachten: er beträgt  $\hbar k$  und ist in Ausbreitungsrichtung orientiert. Wenn ein Atom Licht absorbiert, nimmt es dabei sowohl Energie, wie auch Impuls des Photons auf. Sowohl Energie, wie auch

Impuls sind Erhaltungsgrößen; d.h. sie können nicht einfach erzeugt oder vernichtet werden. Bei der Absorption von Licht verschwinden Photonen und ihre Energie und ihr Impuls gehen dabei auf das Atom über. Man kann sich das so vorstellen, dass mit einer Kugel auf das Atom geschossen wird. Wenn die Kugel darin stecken bleibt - das entspricht dem Fall der Absorption -, so erhält das Atom eine Bewegungskomponente in der Ausbreitungsrichtung des absorbierten Photons. Wenn sich das Atom vor der Absorption in Ruhe befand, bewegt es sich anschließend vom Laser weg - es wird somit beschleunigt.

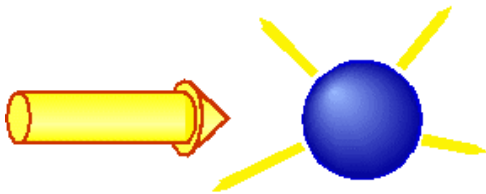


Abbildung 5.3: Streuung eines Laserstrahls an einem Atom.

Der Impuls eines sichtbaren Photons ist klein. Er beträgt z.B. für ein Photon der Wellenlänge 589 nm

$$p_{Ph} = \hbar k = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{5.89 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1.12 \cdot 10^{-27} \text{ m kg s}^{-1}$$

Wird dieser Impuls auf ein Na-Atom übertragen, so ändert sich seine Geschwindigkeit um

$$\Delta v = \frac{p_{Ph}}{m_{Na}} = \frac{1.12 \cdot 10^{-27} \text{ m kg s}^{-1}}{3.84 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} = 2.9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

und bei schwereren Atomen ist der Betrag noch kleiner.

Da ein Laserstrahl eine sehr große Zahl von Photonen enthält und das absorbierte Photon nach wenigen nsec wieder abgestrahlt wird, kann dieser Prozess sehr schnell wiederholt werden. Ein Na Atom, z.B., kann jede Sekunde bis zu 60 Mio. Stöße durch die Absorption von Photonen erfahren. Es wird dann mit

$$a = 6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \Delta v = 1.7 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 170000 \text{ g}$$

beschleunigt.

Wenn wir den Einfluss der Absorption diskutieren müssen wir natürlich auch den Einfluss der Emission berücksichtigen. Der Impulsübertrag eines Einzelprozesses ist bei der Emission genau gleich groß wie bei der Absorption. Da bei der Absorption aus einem Laserstrahl aber alle Photonen den gleichen Impuls aufweisen addiert sich deren Beitrag zur Impulsänderung linear mit der Anzahl absorbierten Photonen. Die spontan emittierten Photonen werden in alle Raumrichtungen emittiert, so dass deren gemittelter Beitrag zur atomaren Impulsänderung klein bleibt, resp. nur mit der Wurzel der Intensität (und zufälliger Richtung) ansteigt. Wir können diesen Beitrag zur Kraft vorläufig vergessen und der Gesamteffekt ist lediglich durch den Beitrag der Absorption bestimmt.

### 5.1.3 Die Anfänge

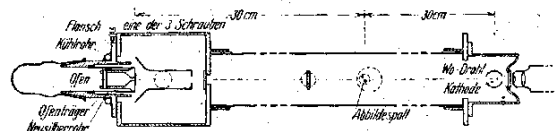
Eine erste Abschätzung der Größenordnung des Effektes wurde bereits von Einstein durchgeführt (A. Einstein, 'Zur Quantentheorie der Strahlung', Phys. Zeitschrift 18, 121-128 (1917)).

(Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 80.)

#### Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes.

Von R. Frisch in Hamburg.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 22. August 1933.)



R. Frisch, Z. Phys. 86, 42-48 (1933).

Abbildung 5.4: Aufbau zur Beobachtung des Strahlungsrückstoßes.

Zum erstenmal beobachtet wurde der Effekt 1933 von Frisch. (R. Frisch, 'Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes', Z. Phys. 86, 42-48 (1933)). Dazu verwendete er einen Atomstrahl, welchen er seitlich mit Licht bestrahlte.

Er konnte feststellen, dass der Atomstrahl bei

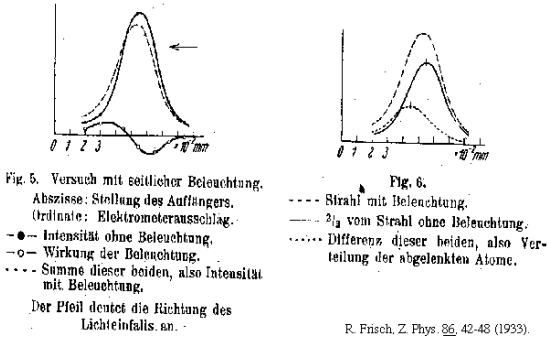


Abbildung 5.5: Beobachtung des Effektes.

eingeschaltetem Licht leicht (um Bruchteile des Strahldurchmessers) verschoben wurde. Frisch hatte zu dieser Zeit keine Laser zur Verfügung, sondern musste eine Natriumdampflampe verwenden. Deshalb war der gemessene Effekt relativ klein. Im Durchschnitt konnten die Atome nur gerade 1/3 Photon absorbieren, so dass die beobachtete Verschiebung des Atomstrahls kleiner war als sein Querschnitt.

### 5.1.4 Spontane Streukraft

Unter der spontanen Streukraft versteht man die Kraft, welche durch die stimulierte Absorption von Photonen aus einem Laserstrahl und spontane Reemission erzeugt wird. Wie bereits erwähnt ist der mittlere Impulsübertrag der Emission null, während die Impulsüberträge der absorbierten Photonen kohärent addieren.

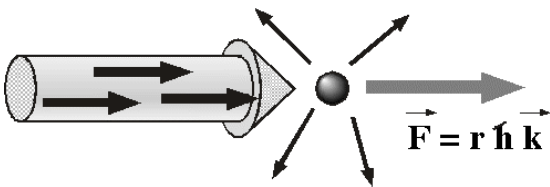


Abbildung 5.6: Spontane Streukraft.

Damit wird die Kraft  $\vec{F}$ , welche bekanntlich gleich Impulsübertrag pro Zeiteinheit ist, gleich dem Impulsübertrag eines einzelnen Photons multipliziert mit der Rate  $r$ .

$$\vec{F} = \hbar \vec{k} r,$$

wobei  $\vec{k}$  den Wellenvektor des Laserstrahls darstellt.

Ein Atom, das mit der Geschwindigkeit eines Düsenflugzeuges auf den Laserstrahl auftrifft, wird deshalb auf einer Distanz von wenigen Zentimetern zum Stehen gebracht.

### 5.1.5 Frequenzabhängigkeit und Dopplerverschiebung

Die Rate  $r$ , mit der Photonen gestreut werden, hängt von der Frequenz und der Intensität des Laserstrahls ab. Für freie Atome kann sie geschrieben werden als

$$r = \frac{\Gamma_1 \omega_x^2}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2}.$$

Hier bedeutet  $\Gamma_1$  die inverse Lebensdauer des angeregten Zustandes,  $\omega_x$  die Rabifrequenz. Der Ausdruck  $\omega_x^2$  ist proportional zur Intensität des Laserstrahls.  $\Delta\omega_0$  ist die Differenz zwischen der Laserfrequenz und der Resonanzfrequenz des Atoms. Nicht berücksichtigt wurde hier die Sättigung, d.h. der Ausdruck gilt nur für kleine Intensitäten.

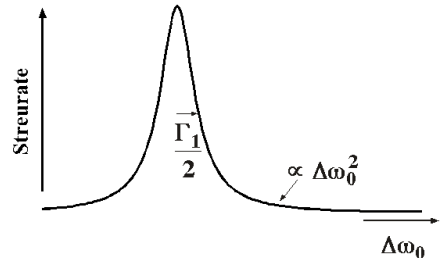


Abbildung 5.7: Abhängigkeit der Streureate von der Laserverstimmung.

Die Abhängigkeit der Streureate von der Laserfrequenz entspricht damit der bekannten Lorentzlinie: sie ist maximal auf der Resonanz und sinkt auf die Hälfte wenn die Verstimmung gerade der halben spontanen Emissionsrate entspricht.

Da die Atome sich nicht in Ruhe befinden muss die Resonanzfrequenz um die Dopplerverschiebung korrigiert werden. Wir schreiben für die

Verstimmung des Lasers gegenüber der Resonanzfrequenz des ruhenden Atoms  $\Delta\omega_0$ . Für ein Atom, das sich mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in Richtung des Laserstrahls bewegt verschiebt sich die Verstimmung zu  $\Delta\omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v}$ , wobei  $\vec{k}$  den Wellenvektor des Laserstrahls darstellt. Damit wird die Rate für fliegende Atome

$$r = \Gamma_1 \frac{\omega_x^2}{\Gamma_1^2 + 4(\Delta\omega_0 + kv)^2}.$$

Die spontane Streukraft als Funktion der Geschwindigkeit hat damit die Form

$$F = \hbar k r = \hbar k \Gamma_1 \frac{\omega_x^2}{\Gamma_1^2 + 4(\Delta\omega_0 + kv)^2}.$$

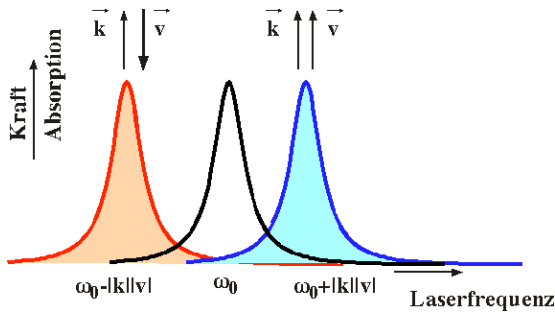


Abbildung 5.8: Abhängigkeit der Streukraft von der Laserfrequenz.

Sie erreicht ein Maximum wenn die Atome sich mit der Geschwindigkeit

$$v = -\frac{\Delta\omega_0}{k}$$

bewegen, d.h. wenn die Dopplerverschiebung sie zur Resonanz mit dem Laserfeld bringt.

### 5.1.6 Dopplerverbreiterung

In einem atomaren Gas besitzen die einzelnen Atome unterschiedliche Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeitsverteilung wird durch die Maxwell-Boltzmann Verteilung beschrieben

$$dN(v) = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv.$$

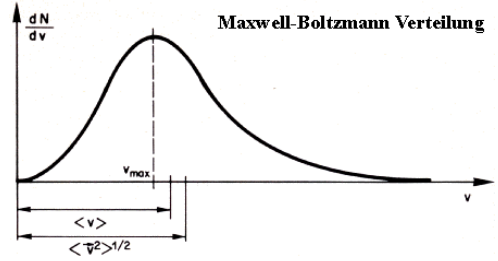


Abbildung 5.9: Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung

Da mittlere thermische Geschwindigkeiten von der Größenordnung von einigen 100 m/s sind führt dies zu Verschiebungen der Resonanz von der Größenordnung von

$$\Delta\omega = vk = 2\pi \frac{v}{\lambda} \approx 6 \cdot \frac{300}{6 \cdot 10^{-7}} s^{-1} = 2\pi \cdot 500 \text{ MHz},$$

also zu Linienverbreiterungen von einigen GHz für leichte (und damit schnelle) Atome, und einigen 100 MHz für schwere (und damit langsame) Atome.

### 5.1.7 Resonanzverschiebung durch Strahlungsrückstoß

Diese Kraft kann also Atome sehr stark beschleunigen, resp. verzögern. Allerdings funktioniert dies nur für wenige Zyklen:

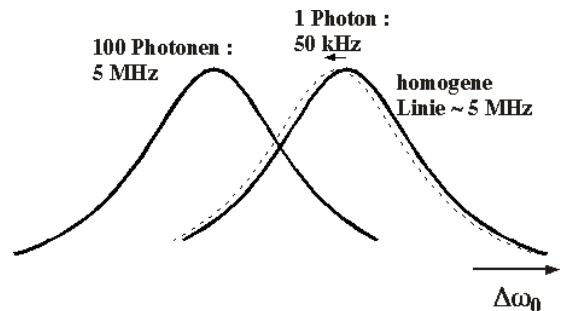


Abbildung 5.10: Verschiebung der Resonanzfrequenz aufgrund des Impulsübertrags.

Der Impulsübertrag bei der Streuung eines Photons verschiebt die Resonanzfrequenz des Atoms

aufgrund des Dopplereffekts um rund 50 kHz. Nach rund 100 Photonen beträgt die Verschiebung somit rund 5 MHz, was der natürlichen Linienbreite entspricht. Somit werden nur noch wenige Photonen absorbiert und die Kraft nimmt stark ab. Die Geschwindigkeit hat sich dabei um lediglich 3 m/sec geändert.

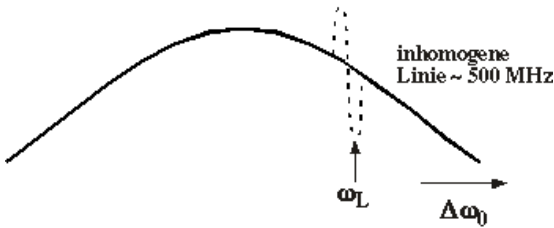


Abbildung 5.11: Effekt auf die Doppler-verbreiterte Linie.

Dies entspricht rund 1% der mittleren thermischen Geschwindigkeit. Dies kann auch leicht über die gesamte, aufgrund des Dopplereffekts inhomogen verbreiterte Linie verglichen werden: Der Photonenrückstoß beeinflusst nur Atome, deren Resonanzfrequenz sich um etwa eine homogene Linienbreite von der Laserfrequenz unterscheidet. Der Strahlungsrückstoß führt deshalb zu einem "Loch" in der inhomogen verbreiterten Linie, welches den Atomen entspricht, deren Geschwindigkeit geändert wurde.

Wenn man die Atome stärker als 3 m/s abbremsen will muss man eine Möglichkeit finden, die Atome in der Resonanz zu halten.

### 5.1.8 Frequenzchirp und Zeeman-Tuning

Eine Möglichkeit besteht darin, die Laserfrequenz nicht konstant zu halten, sondern so zu variieren, dass er mit den Atomen resonant bleibt. Wie in der Figur gezeigt kann man damit erreichen, dass alle Atome schließlich in die gleiche Geschwindigkeitsgruppe geschoben werden.

Auch wenn es mit einem geschirpten Laser möglich ist, Atome soweit abzubremsen, dass sie sich in Ruhe befinden, hat die Methode doch auch

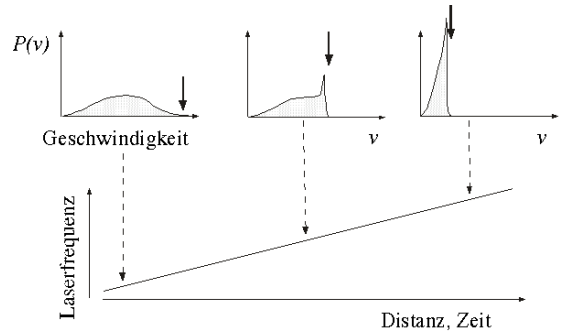


Abbildung 5.12: Frequenzchirp.

Nachteile. Insbesondere kann sie nur gepulst verwendet werden, da der Laser immer nur mit einer Geschwindigkeitsgruppe resonant ist.

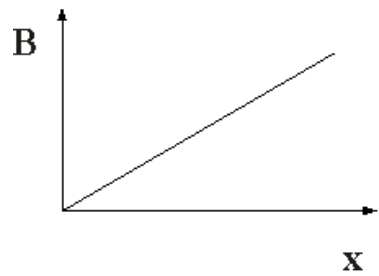


Abbildung 5.13: Variables B-Feld

Dieses Problem kann dadurch gelöst werden, dass die Laserfrequenz fix gelassen wird und statt dessen die Resonanzfrequenz der Atome variiert wird. Dies wird meist über einen Magnetfeldgradienten erreicht, welcher auf eine Strecke von ca. 1 m angelegt wird: Die Energie der atomaren Zustände kann dadurch über den Zeemaneffekt um mehrere 100 MHz verschoben werden, je nach Stärke des Magnetfeldes und der Magnetfeldabhängigkeit der beteiligten Zustände.

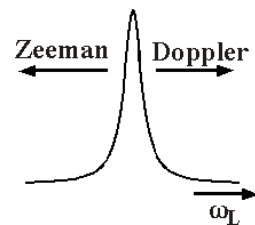


Abbildung 5.14: Kompensation der Verschiebungen.

Durch eine geeignete Wahl der Parameter kann man erreichen, dass die Verschiebung der atomaren Resonanzfrequenz aufgrund des Zeeman Effektes die zunehmende Dopplerverschiebung gerade kompensiert und die Atome über die gesamte Strecke mit dem Laser in Resonanz bleiben.

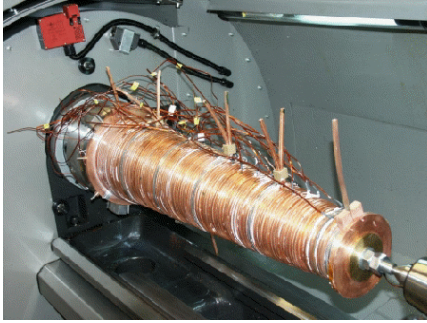


Abbildung 5.15: Magnetfeldgradient für einen "Zeeman-Slower".

Experimentell realisiert man solche Magnetfeldgradienten z.B. indem man Spulen mit variabler Anzahl von Wicklungen herstellt.

## 5.2 Dopplerkühlung

### 5.2.1 Motivation

Die ideale Versuchsanlage für die präzise Messung von atomaren (und molekularen) Übergangsfrequenzen ist ein einzelnes Atom, welches sich an einem wohl definierten Punkt im Raum in Ruhe befindet. Typische Versuchsanordnungen weichen stark davon ab. Im einfachsten Fall untersucht man ein atomares Gas. In diesem Fall besitzen die Atome eine Geschwindigkeit, die gemäß Maxwell-Boltzmann gegeben ist durch

$$dN(v) = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv .$$

Daraus ergeben sich 2 Konsequenzen:

1. Jedes Atom befindet sich nur für eine beschränkte Zeit in Wechselwirkung mit dem Laser. Dies limitiert die Genauigkeit, mit

der Übergangsfrequenzen gemessen werden können, d.h. es verbreitert die Linie.

2. Ein Atom mit Geschwindigkeit  $\vec{v}$  hat eine um  $\Delta\omega = \vec{v} \cdot \vec{k}$  verschobene Frequenz, wobei  $\vec{k}$  den Wellenvektor des Laserstrahls darstellt. Diese Verschiebung wird als Dopplerverschiebung bezeichnet. Da unterschiedliche Atome unterschiedliche Geschwindigkeiten haben führt dies zu einer Verbreiterung der Resonanzlinie. Man spricht von Dopplerverbreiterung.

### 5.2.2 Das Prinzip

Auch dieser Zeeman-Tuner ist nicht für alle Experimente optimal, besonders wenn man Atome mit der Geschwindigkeit Null benötigt. Der Grund ist dass die Geschwindigkeit Null gegenüber anderen Geschwindigkeiten nicht ausgezeichnet ist. Abbremsen mit einem Zeeman-Tuner erlaubt zwar die Atome auf identische Geschwindigkeiten zu bringen, d.h. die Dopplerverbreiterung zu verringern, aber die mittlere Geschwindigkeit ist schwer zu kontrollieren.

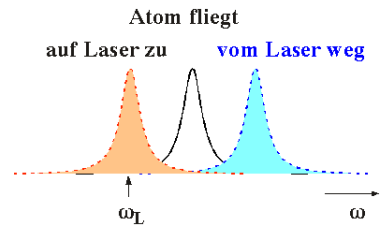


Abbildung 5.16: Resonanz von Dopplerverschobenen Atomen.

Eine Alternative ergibt sich wenn man den Effekt der Dopplerverschiebung betrachtet: fliegt ein Atom auf den Laser zu so ist seine Resonanzkurve rotverschoben, d.h. zu niedrigeren Frequenzen. Fliegt es vom Laser weg, so ist es umgekehrt blau verschoben. Verwendet man einen Laser, der gegenüber der Resonanzkurve der unbewegten Atome zu längeren Wellenlängen verschoben ist, so wird er somit bevorzugt von Atomen absorbiert, die sich auf den Laser zu bewegen; diese Atome werden somit bevorzugt abgebremst.



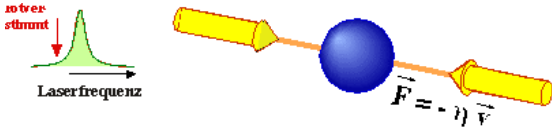


Abbildung 5.17: Atom in gegenläufigen Laserstrahlen.

Um auch Atome abzubremsen, die sich in die entgegengesetzte Richtung bewegen verwendet man zwei gegenläufige Strahlen, welche gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz rot verstimmt sind.

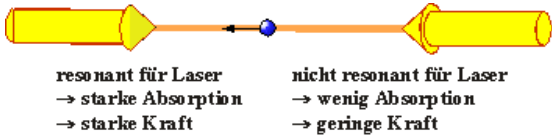


Abbildung 5.18: Lichtkräfte in gegenläufigen Laserstrahlen.

Nur diejenigen Atome, welche sich im Bezugssystem des Lasers in Ruhe befinden, sehen beide Laserstrahlen bei der gleichen Frequenz. Dadurch absorbieren sie gleich viele Photonen aus den beiden Strahlen und werden durch die Lichtkraft in erster Näherung nicht beeinflusst.

Bewegt sich ein Atom gegen einen der beiden Laser, so wird es für diesen Laser durch den Doppellereffekt näher zur Resonanz gestimmt, für den kopropagierenden Laser weiter von der Resonanz weg. Somit absorbiert es mehr Photonen aus dem gegenläufigen Laser als aus dem mitlaufenden und wird dadurch abgebremst. Da die Kraft gegen die Geschwindigkeit wirkt und, wie wir noch sehen werden, über einen gewissen Bereich proportional zur Geschwindigkeit ist, wirken die Laser auf die atomare Bewegung wie ein sehr viskoses Medium. Diese Anordnung wird deshalb allgemein als optische Molasse bezeichnet.

Werden zwei gegenläufige Laserstrahlen verwendet so existiert die Bremswirkung zunächst nur für die Geschwindigkeitskomponente entlang der Laserstrahlrichtung.

Das Prinzip läßt sich jedoch relativ einfach auf drei Dimensionen erweitern: Es werden in die

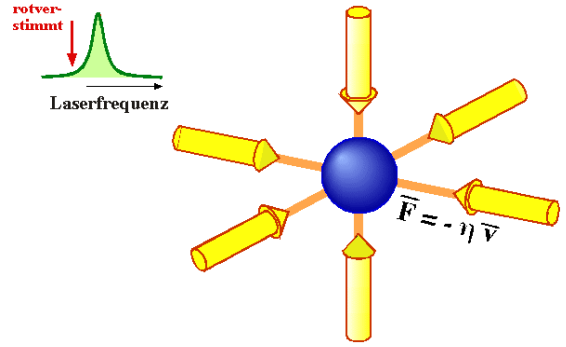


Abbildung 5.19: Optische Molasse in 3D.

sem Fall drei Paare von gegenläufigen Laserstrahlen verwendet, welche sich in einer Region überschneiden. In dieser Region werden alle drei Geschwindigkeitskomponenten der Atome verlangsamt.

### 5.2.3 Reibungskraft

Für die Berechnung der Kraft (in einer Dimension) nehmen wir an, dass wir die beiden gegenläufigen Strahlen unabhängig betrachten dürfen. Dann sind die beiden Kräfte

$$F_{\pm} = \pm \hbar k r_{\pm},$$

wobei die Raten

$$r_{\pm} = \frac{\Gamma_1 \omega_x^2}{\Gamma_1^2 + 4(\Delta\omega_0 \pm kv)^2}$$

sich auf die aus den beiden Strahlen gestreuten Photonen beziehen. Die Gleichung gilt für niedrige Intensitäten. Wir können die beiden Beiträge zusammenziehen und erhalten die Gesamtkraft

$$F_{om} = \hbar k \Gamma_1 \omega_x^2 \left\{ \frac{1}{\Gamma_1^2 + 4(\Delta\omega_0 + kv)^2} - \frac{1}{\Gamma_1^2 + 4(\Delta\omega_0 - kv)^2} \right\}.$$

Diese Funktion besitzt offenbar ein Maximum wenn  $\Delta\omega_0 = -kv$  und ein negatives Maximum bei  $\Delta\omega_0 = kv$ .

Die Figur stellt die Kraft als Funktion der atomaren Geschwindigkeit dar. Es sind Daten für zwei

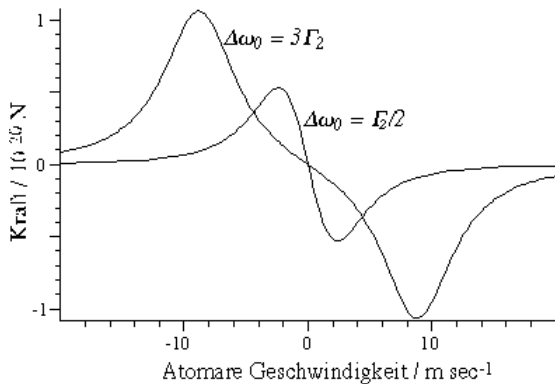


Abbildung 5.20: Reibungskraft als Funktion der Geschwindigkeit.

Laserverstimmungen (beide zu größeren Wellenlängen, d.h. rotverstimmt) und eine Rabi Frequenz von  $\omega_x = 3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  dar. Die Kraft verschwindet für ruhende wie auch für sehr schnelle Atome. Sie erreicht ihr Maximum dann, wenn einer der beiden Strahlen in Resonanz mit dem Atom gelangt.

Die Zone zwischen den beiden Maxima wird als Einfangbereich bezeichnet: Atome in diesem Geschwindigkeitsbereich werden effizient abgebremst. Die Breite dieser Region ist

$$|v_{\text{capture}}| \leq \left| \frac{\Delta\omega_0}{k} \right|.$$

Offenbar nimmt die Breite dieses Bereiches zu wenn die Verstimmung (zu rot) zunimmt. Der Betrag der maximalen Kraft wird jedoch für große Verstimmungen maximal, wenn die Atome nur mit einem Laserstrahl in Wechselwirkung sind.

### 5.2.4 Viskosität

Innerhalb des Einfangbereichs ist die Kraft in erster Näherung proportional zur Geschwindigkeit der Atome,

$$F_{om} \approx -\eta v.$$

Dies entspricht formal dem Fall der Stokeschen Reibung, wobei  $\eta$  die Viskosität darstellt. Wir

können sie aus der obigen Gleichung bestimmen indem wir die erste Ableitung

$$\eta = -\left. \frac{\partial F_{om}}{\partial v} \right|_{v=0}$$

bestimmen. Dazu führen wir die Rate  $r_0$  ein, mit der ein Atom in Ruhe Photonen aus einen der beiden Laserstrahlen absorbiert

$$r_0 = \frac{\Gamma_1 \omega_x^2}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2}.$$

Damit erhalten wir für die Viskosität

$$\eta = 16 r_0 \hbar k^2 \frac{\Delta\omega_0}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2}.$$

Sie hat offenbar eine dispersionsartige Abhängigkeit von der Laserverstimmung (bezüglich dem ruhenden Atom) und ändert das Vorzeichen wenn die Laserverstimmung durch den Nullpunkt geht.

### 5.2.5 Geschwindigkeitsdiffusion: Phänomenologie

Im Rahmen des einfachen Modells, das wir bisher benutzt haben, sollte die Geschwindigkeit des Atoms immer abnehmen und exponentiell gegen Null fallen. Damit sollte es möglich sein, beliebig niedrige Temperaturen zu erreichen.

In Wirklichkeit wirken eine Reihe von Mechanismen diesem Kühlprozess entgegen, die wir bisher nicht berücksichtigt haben, und führen zu einer endlichen Grenztemperatur. Dazu gehören zum einen technische Probleme, wie z.B. Laser-Frequenzrauschen. Diese können prinzipiell weitgehend unterdrückt werden.

Es gibt aber auch fundamentale Grenzen. Eine liegt in der diskreten, also quantenmechanischen Natur des Strahlungsfeldes und wird als Geschwindigkeitsdiffusion bezeichnet.

Wir hatten oben erklärt, dass die spontane Emission keinen Effekt hat auf die mittlere Geschwindigkeit. Sie führt jedoch zu einer Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung. Man kann dies



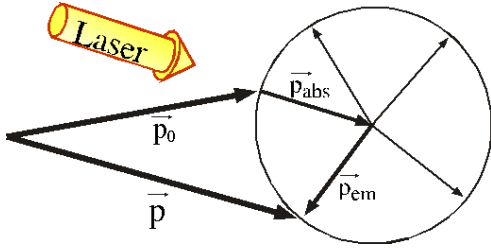


Abbildung 5.21: Impulsübertragung bei Absorption und Emission.

an einem einfachen Photonenbild sehen: wir betrachten ein Ensemble von Atomen mit Impuls  $\vec{p}_0$ . Nach der Absorption eines Photons aus dem Laser beträgt der Impuls  $\vec{p}_0 + \vec{p}_{abs}$ . Das spontan emittierte Photon kann in jede Richtung abgestrahlt werden. Es bringt den gesamten Impuls deshalb irgendwo auf eine Kugelschale mit Zentrum  $\vec{p}_0 + \vec{p}_{abs}$  und Radius  $\vec{p}_{em}$ . Eine Reihe von spontanen Emissionsprozessen entspricht deshalb einer Brown'schen Bewegung im Geschwindigkeitsraum.

Durch einen Absorptions-Emissionszyklus ändert der atomare Impuls um

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \hbar \vec{k}_L - \hbar \vec{k}_{se},$$

wobei der Wellenvektor  $\vec{k}_L$  den Laserstrahl bezeichnet und  $\vec{k}_{se}$  das spontan emittierte Photon. Das anfänglich homogene Ensemble besitzt somit nach einem Zyklus eine Verteilung von Geschwindigkeiten. Damit ändert auch die mittlere kinetische Energie. Für einen Zyklus ist die Änderung

$$\begin{aligned} \Delta E_t &= \frac{1}{2m} \Delta \langle p \rangle^2 = \frac{1}{2m} (\langle (\vec{p}_0 + \hbar \vec{k}_L - \hbar \vec{k}_{se})^2 \rangle - \langle p_0^2 \rangle) \\ &= \frac{1}{2m} \hbar [2 \langle \vec{p}_0 \vec{k}_L \rangle - 2 \langle \vec{p}_0 \vec{k}_{se} \rangle + \hbar k_L^2 + \hbar k_{se}^2 - 2 \hbar \vec{k}_L \vec{k}_{se}]. \end{aligned}$$

Da die drei Vektoren  $\vec{p}_0$ ,  $\vec{k}_L$ , und  $\vec{k}_{se}$  nicht miteinander korreliert sind verschwinden sämtliche Kreuzterme im Mittel. Die restlichen Terme ergeben

$$\Delta E_t = \frac{(\hbar k)^2}{m}.$$

Für jedes gestreute Photon wächst die kinetische Energie somit um den doppelten Betrag des Rückstoßeffektes, da sowohl die Absorption wie auch die Emission dazu beitragen.

## 5.2.6 Temperatur des Ensembles

Da die Anzahl der Absorptions-Emissionszyklen sehr groß ist können wir die Bewegungsgleichungen für den kontinuierlichen Grenzfall herleiten. Wenn ein Atom in einer eindimensionalen optischen Molasse Photonen mit der Summe der Raten für die einzelnen Strahlen streut erhalten wir

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} = \frac{r_+ + r_-}{m} (\hbar k)^2,$$

d.h. eine Erhöhung der kinetischen Energie und damit der Temperatur der Atome. Dies ist der wichtigste Beitrag der die Temperatur der Atome limitiert.

Sind die Geschwindigkeiten der Atome eines Ensembles thermisch verteilt, so gilt für die mittlere kinetische Energie pro Freiheitsgrad

$$E_t = \frac{k_B T}{2} = \frac{m}{2} \langle v^2 \rangle.$$

Diese Beziehung kann man umgekehrt verwenden, um die Translationstemperatur eines Gases zu definieren

$$T_t = 2 \frac{E_t}{k_B} = \frac{m}{k_B} \langle v^2 \rangle.$$

Für die Herleitung dieser Beziehung hatten wir eine Boltzmann-Verteilung angenommen. Die Beziehung wird allerdings auch verwendet wenn dies nicht der Fall ist.

Die viskose Reibung ändert die Geschwindigkeit gemäß

$$F = -\eta v = m \frac{dv}{dt}.$$

Somit ist

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\eta}{m} v.$$

Daraus können wir den Effekt der Reibung auf die Temperatur des Ensembles berechnen:

$$\frac{dT_t}{dt} = \frac{m}{k_B} 2v \frac{dv}{dt} = -\frac{2\eta}{k_B} v^2.$$

Diesen Effekt müssen wir zum Aufheizeffekt auf Grund der spontanen Emission addieren. Damit wird die zeitliche Änderung der translatorischen Temperatur

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_t}{\partial t} &= \frac{m}{k_B} \frac{\partial \langle v^2 \rangle}{\partial t} = \frac{m}{k_B} \frac{2}{m} \frac{\partial E_t}{\partial t} = \\ &= \frac{2}{k_B} \left\{ \frac{r_+ + r_-}{m} (\hbar k)^2 - \eta v^2 \right\}. \end{aligned}$$

Der erste Beitrag stammt von der Geschwindigkeitsdiffusion, der zweite von der optischen Molasse

### 5.2.7 Dopplerlimite

Die Geschwindigkeitsdiffusion ist erst bei relativ niedrigen Temperaturen ein wesentlicher Beitrag. Die Dopplerverbreiterung ist dann klein im Vergleich zur homogenen Linienbreite, so dass wir die gesamte Streurrate gleich der Streurrate bei der Geschwindigkeit Null setzen können,

$$r_+ + r_- = 2r_0.$$

Damit erhalten wir

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} = \frac{4r_0}{k_B m} (\hbar k)^2 - 16r_0 \hbar k^2 \frac{\Delta\omega_0}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2} \frac{2}{m} T_t.$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist unabhängig von der Temperatur und stellt die Aufheizung durch die Geschwindigkeitsdiffusion dar. Der zweite Term, der proportional ist zur Temperatur, ist der Kühleffekt der optischen Molasse. Aufgrund der unterschiedlichen Temperaturabhängigkeit erhalten wir eine Gleichgewichtstemperatur, bei der die beiden Beiträge sich gegenseitig aufheben:

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} = 0 \rightarrow$$

$$(\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2) \hbar = 8\Delta\omega_0 k_B T_t.$$

Auflösen nach der Temperatur ergibt

$$T_t = \hbar \frac{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2}{8\Delta\omega_0 k_B}.$$

Die Gleichgewichtstemperatur hängt somit ab von der Laserfrequenz, aber nicht von der Laserintensität. Dies gilt allerdings nur für einen bestimmten Bereich: Die Intensität muss klein sein gegenüber der Sättigungsintensität, und sie muss groß genug sein, dass Effekte, die unabhängig sind von der Intensität (z.B. Stöße mit Hintergrundatomen) vernachlässigbar bleiben.

Die niedrigste Temperatur wird dann erreicht, wenn die Laserverstimmung einer halben homogenen Linienbreite entspricht, d.h. für  $\Delta\omega_0 = \Gamma_2 = \Gamma_1/2$ . Dann erhalten wir

$$T_D = \hbar \frac{\Gamma_1}{2k_B},$$

was als Dopplerlimite bekannt ist. Für die Na D-Linien entspricht diese

$$\begin{aligned} T_D(\text{Na}) &= \frac{10^{-34} \text{Js}}{16 \text{ns} \cdot 2 \cdot 1.4 \cdot 10^{-34} \text{JK}^{-1}} \\ &= \frac{1 \text{K}}{4500} = 240 \mu\text{K}. \end{aligned}$$

Das bisher Gesagte gilt exakt nur für Kühlung in einer Dimension, in zwei oder drei Dimensionen ändert sich die Gleichgewichtstemperatur um Faktoren in der Nähe von eins.

### 5.2.8 Historische Entwicklung

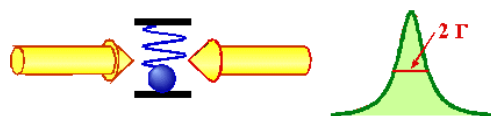


Abbildung 5.22: Molasse in 1D.

Die Möglichkeit, Laser für Kühlzwecke einzusetzen, wurde zuerst von Hänsch und Schawlow [T.W. Hänsch and A.L. Schawlow, 'Cooling of gases by laser radiation', Optics Commun. 13, 68-69 (1975).] vorgeschlagen für die Kühlung

von atomaren Gasen. Unabhängig und praktisch gleichzeitig schlugen auch Wineland und Dehmelt [D. Wineland and H. Dehmelt, 'Proposed  $10^{-14} \Delta\nu/\nu$  laser fluorescence spectroscopy on  $\text{Ti}^+$  monoion oscillator III', Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637-637 (1975).] vor, Laser zur Kühlung von Ionen in elektromagnetischen Fallen zu verwenden. Erste Resultate wurden 1978 publiziert von Dehmelts und Winelands Gruppe [W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, and H. Dehmelt, 'Optical-sideband cooling of visible atom cloud confined in parabolic well', Phys. Rev. Lett. 41, 233-236 (1978); D.J. Wineland, R.E. Drullinger, and F.L. Walls, 'Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers', Phys. Rev. Lett. 40, 1639-1642 (1978).]. Erste Resultate zur Verzögerung von Atomen in einem Atomstrahl wurden von Balykin und Mitarbeitern 1980 publiziert [V.I. Balykin, V.S. Letokhov, and V.I. Mishin, 'Cooling of sodium atoms by resonant laser emission', Sov. Phys. JETP 51, 692-696 (1980); V.I. Balykin, V.S. Letokhov, and V.I. Mishin, 'Observation of the cooling of free sodium atoms in a resonance laser field with scanning frequency', JETP letters 29, 650-654 (1980).], wobei sie einen gechirpten Laserstrahl verwendeten. Phillips und Metcalf erreichte den gleichen Effekt mit einer etwas anderen Technik [W.D. Phillips, J.V. Prodan, and H.J. Metcalf, 'Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms', J. Opt. Soc. Am. B 2, 1751-1767 (1985).]. 1985 zeigte die russische Gruppe auch transversales Kühlen (senkrecht zum Atomstrahl) in einer und zwei Dimensionen [V. Balykin, V.S. Letokhov, V.G. Minogin, Y.V. Rozhdestvensky, and A.I. Sidorov, 'Radiative Collimation of atomic beams through two-dimensional cooling of atoms by laser-radiation pressure', J. Opt. Soc. Am. B 2, 1776-1783 (1985).]. Im gleichen Jahr gelang Steven Chu und Mitarbeitern bei AT&T Bell Labs auch Kühlung in 3 Dimensionen [S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, 'Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure', Phys. Rev. Lett. 55, 48-51 (1985).]. Sie stellten bereits in diesen Experimenten fest, dass die Translationstemperatur im Bereich der Doppler-

limite lag.

Wenig später, nach einer Verbesserung der Messung, wurden auch Temperaturen unterhalb der Dopplerlimite gefunden:  $40 \mu\text{K}$  in Natrium [P.D. Lett, R.N. Watts, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, P.L. Gould, and H.J. Metcalf, 'Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit', Phys. Rev. Lett. 61, 169-172 (1988).] und  $2.5 \mu\text{K}$  in Cäsium [C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clarion, and S. Guellati, 'Laser cooling of cesium atoms below  $3\mu\text{K}$ ', Europhys. Lett. 12, 683-688 (1990).]. Beide Messungen entsprechen einem mittleren atomaren Impuls von lediglich  $3.5$  Photonenimpulsen. Daraus konnte geschlossen werden, dass es weitere Mechanismen gab, welche effizienter waren als die bisher diskutierte Dopplerkühlung. Die Theoretiker fanden bald darauf solche Mechanismen [J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, 'Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models', J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023-2045 (1989); P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, 'Optical molasses and multilevel atoms: theory', J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023-2071 (1989); S.Q. Shang, B. Sheehy, H. Metcalf, P.v. Straten, and G. Nienhuis, 'Velocity-selective resonances and sub-Doppler laser cooling', Phys. Rev. Lett. 67, 1094-1097 (1991).]. Diese Mechanismen können im Rahmen des Zweiniveau-Atommodells nicht verstanden werden, sondern verwenden eine detailliertere Beschreibung der atomaren Niveaustuktur.

Diese Entwicklungen wurden 1997 mit dem Nobelpreis für drei der am stärksten beteiligten Forscher belohnt.

## 5.3 Fallen

### 5.3.1 Motivation und Prinzip

Für viele Anwendungen ist es nicht ausreichend, Atome zu kühlen, man möchte sie auch an einer Stelle im Raum festhalten. Dies setzt voraus, dass die Kraft, welche auf die Atome wirkt, nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch

von der Position der Atome abhängt. Man kann dafür einen Mechanismus verwenden, der bereits für die Kühlung der Atome in einem Atomstrahl verwendet wurde: Die Verstimmung der Energiezustände mit Hilfe eines Magnetfeldes.

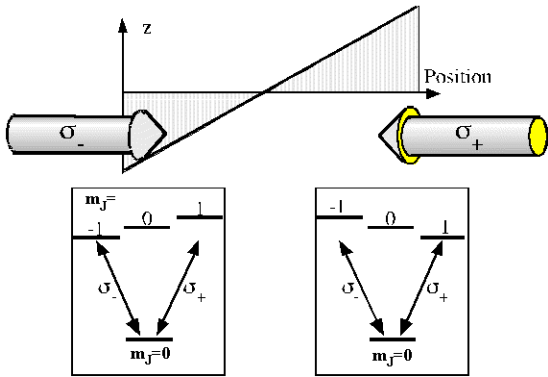


Abbildung 5.23: Verstimmung der Energien durch einen Magnetfeldgradienten.

In einer Dimension benötigt man lediglich ein Magnetfeld dessen Stärke linear mit der Distanz variiert, sowie zwei gegenläufige Laser mit entgegengesetzt zirkular polarisiertem Licht, welche beide rot verstimmt sind. Das Magnetfeld verschiebt die Zustände derart, dass für Atome, welche aus dem Zentrum herausdiffundieren die Wechselwirkung mit demjenigen Laserstrahl dominiert, welcher das Atom zurück ins Zentrum treibt.

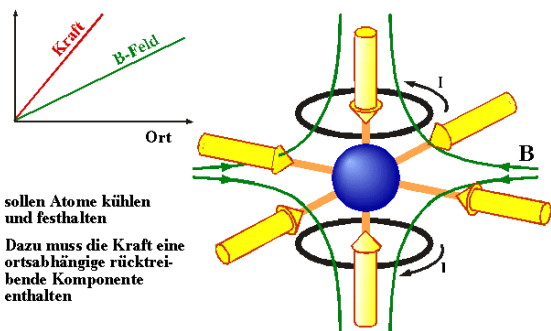


Abbildung 5.24: Magneto-optische Falle.

Um den gleichen Effekt in drei Dimensionen zu erzielen kann man drei gegenläufige Laserstrahlen in jeweils zueinander orthogonalen Richtun-

gen überlagern. Das zugehörige Magnetfeld kann z.B. von zwei Spulen in anti-Helmholtz Anordnung erzeugt werden. Diese erzeugen zwei entgegengesetzt ausgerichtete Magnetfelder, welche im Zentrum der Falle einen feldfreien Punkt ergeben, während seine Stärke nach außen näherungsweise linear zunimmt. In z-Richtung ist die Variation dabei doppelt so groß wie entlang der x- und y-Achsen.

### 5.3.2 Magneto-optische Fallen

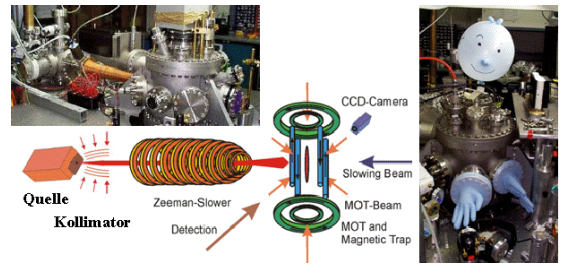


Abbildung 5.25: Aufbau einer magneto-optischen Falle mit Atomstrahl und Zeeman-tuner.

Diese Fallen können auf unterschiedliche Weise gefüllt werden. Man kann z.B. die Atome aus dem Hintergrundgas einfangen oder man füllt sie mit Atomen aus einem Atomstrahl. In diesem Fall müssen die Atome des Strahls zuerst abgebremst werden, damit sie mit genügender Effizienz eingefangen werden können.

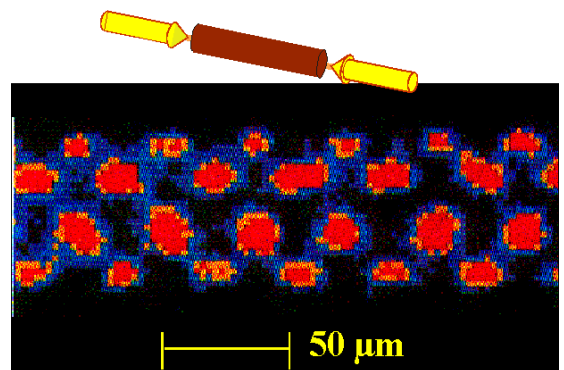


Abbildung 5.26: Kristalline Anordnung von gekühlten Ionen.

Für atomare Ionen gibt es außerdem die Möglichkeit, elektromagnetische Felder für das Einfangen zu verwenden. In diesem Fall ist die Wechselwirkung zwischen den Atomen natürlich wesentlich stärker als im Falle der neutralen Atome. Dies kann z.B. dazu führen, dass sie sich in einer stabilen kristallinen Anordnung ordnen.

### 5.3.3 Anwendungen: Präzisionsspektroskopie

Spektroskopische Messungen können am genauesten durchgeführt werden, wenn die untersuchten Objekte sich in Ruhe befinden und alle Wechselwirkungen mit der Umgebung unter experimenteller Kontrolle sind. Atome in einer Falle nähern diesen Zustand recht gut an. Die Laserstrahlen, welche sie im Zentrum festhalten, können auch kurzfristig ausgeschaltet werden, so dass auch die Wechselwirkung mit dem Licht entfällt. Natürlich fallen die Atome dann unter dem Einfluss der Schwerkraft herunter.

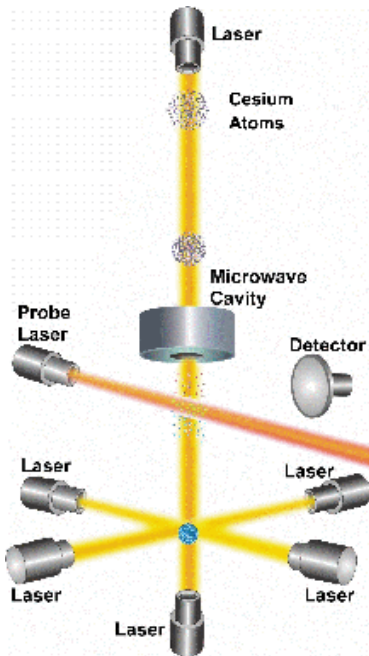


Abbildung 5.27: Atomarer Springbrunnen.

Möglichst lange wechselwirkungsfreie Zeiten erreicht man, wenn man die Atome zunächst "hinauf schießt" und sie anschließend wieder her-

unterfallen. Dieses Experiment wird als atomarer Springbrunnen bezeichnet. Auf diese Weise konnten sehr präzise Messungen durchgeführt werden.

Um die Auflösung zu optimieren verwendet man das sogenannte Ramsey-Experiment. Dabei werden die Atome nicht kontinuierlich mit einem Laser, resp. einer Mikrowelle bestrahlt, sondern mit zwei zeitlich getrennten Pulsen. Deren Effekt kann man am besten mit Hilfe des Pseudo Spin-1/2 Modells betrachten: Dieser ist zu Beginn des Experimentes entlang der z-Achse orientiert. Der erste Puls dreht ihn um 90 Grad, zur x-Achse. In der darauf folgenden freien Präzessionsperiode dreht er sich um die z-Achse:

$$\vec{S}(t) = S_x \cos(\Delta\omega_0 t) + S_y \sin(\Delta\omega_0 t).$$

Der zweite Puls am Ende der freien Evolution dreht das System wieder um 90 Grad, in umgekehrter Richtung. Somit wird der Zustand nach diesem Puls

$$\vec{S}(t+) = S_z \cos(\Delta\omega_0 t) + S_y \sin(\Delta\omega_0 t).$$

Misst man z.B. die Population eines der beiden Zustände, so zeigt diese eine Variation mit

$$p \propto \cos(\Delta\omega_0 t).$$

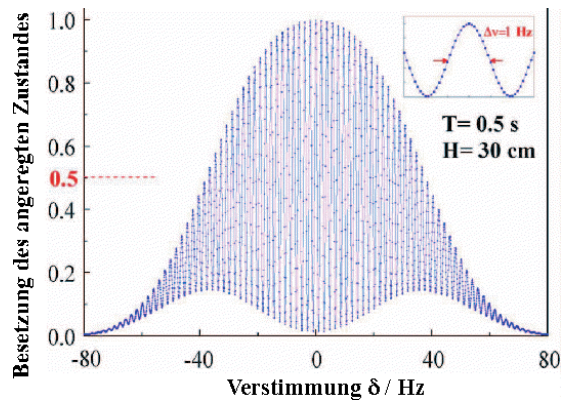


Abbildung 5.28: Ramsey-Interferenzen eines atomaren Springbrunnens.

In der Figur ist ein solches Beispiel dargestellt. Hier wurde eine Springhöhe von 30 cm verwendet, was einen Pulsabstand von 0.5 s ergab.

Die meisten dieser Messungen verfolgen die Bestimmung fundamentaler Konstanten (z.B. Rydberg, Feinstruktur) oder die Untersuchung fundamentaler Wechselwirkungen (z.B. Test der QED, Paritätsverletzung, Symmetrie Materie-Antimaterie). Es gibt aber auch einige Arbeiten, welche wesentliche Konsequenzen außerhalb der Physik haben könnten. So kann man mit kalten Atomen die Schwerkraft sehr viel genauer bestimmen als mit anderen Methoden. Dies erlaubt Anwendungen in der Geologie oder der Erschließung von Bodenschätzen. Außerdem basieren die gegenwärtig präzisesten Zeitstandards (Cs-Atomuhren) auf atomaren Springbrunnen. Damit werden Unsicherheiten von der Größenordnung  $10^{-15}$  erreicht.

### 5.3.4 Bose-Einstein Kondensation

Aufgrund eines Fehlers in einer Vorlesung über die Plancksche Strahlungsformel realisierte Satyendra Nath Bose (1894-1974), dass nicht-unterscheidbare Teilchen mit ganzzahligen Spin (=Bosonen) einer anderen Statistik gehorchen als unterscheidbare Teilchen. Er versuchte, dieses Resultat zu publizieren, aber die Herausgeber der Zeitschrift lehnten die Arbeit ab. Darauf sandte er sie zu Einstein. Dieser übersetzte sie auf Deutsch und schickte sie zusammen mit einer eigenen Arbeit zu diesem Thema zur "Zeitschrift für Physik".

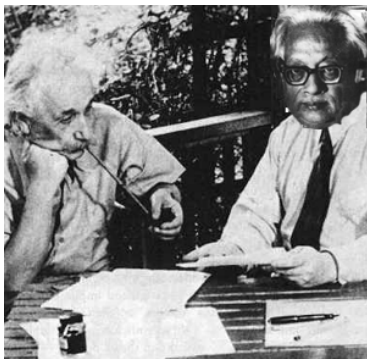


Abbildung 5.29: Bose und Einstein.

Gemäß der Bose-Einstein Statistik ist die Wahrscheinlichkeit für die Besetzung eines Zustandes

$|i\rangle$  gegeben durch

$$p_i = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{k_B T}} - 1}$$

Hier stellt  $\epsilon_i$  die Energie des Zustandes dar und  $\mu$  das chemische Potenzial.

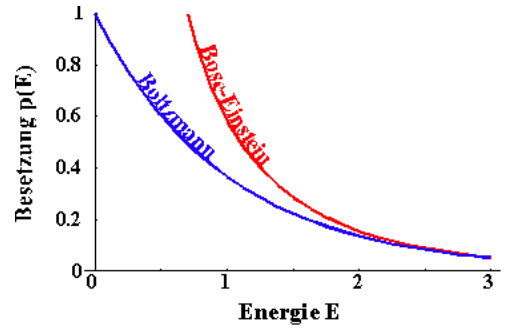


Abbildung 5.30: BE-Statistik vs. Boltzmann Statistik (für unterscheidbare Teilchen).

Für tiefe Temperaturen divergiert diese Wahrscheinlichkeit, d.h. alle Teilchen besetzen den gleichen Zustand und das gesamte System wird durch die gleiche Zustandsfunktion beschrieben. Dies wird als Bose-Einstein Kondensation bezeichnet.

Ein bekanntes Beispiel für dieses Verhalten ist die Supraleitung. Schwach wechselwirkende Atome können ebenfalls einen entsprechenden Phasenübergang durchlaufen, sofern die Temperatur genügend tief (nK) und die Dichte genügend hoch ist.

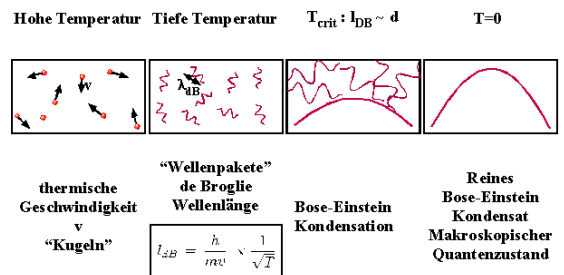


Abbildung 5.31: Wellenbild für Atome bei verschiedenen Temperaturen.



Eine qualitative Vorstellung des Prozesses ist in der Figur 5.31 dargestellt: Bei hohen Temperaturen kann man Atome in guter Näherung als harte Kugeln betrachten. Mit abnehmender Temperatur werden die Welleneigenschaften relevant. Die Kohärenzlänge dieser Wellenpakete ist von der Größenordnung

$$l_{dB} = \frac{h}{mv} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}.$$

Die Größe der Wellenpakete nimmt somit mit abnehmender Temperatur zu, so dass sie ab einer gewissen Kombination aus Temperatur und Dichte überlappen. Quantitativ bedeutet dies, dass die Kohärenzlänge ungefähr gleich dem mittleren Abstand zwischen den Atomen wird:

$$T_{crit} : l_{dB} \approx d.$$

Dies ist die kritische Temperatur  $T_{crit}$ , bei welcher der Phasenübergang stattfindet. Bei der Temperatur  $T = 0$  befinden sich alle Teilchen im Grundzustand und werden durch eine einheitliche Zustandsfunktion beschrieben.

### 5.3.5 Laserkühlung und BEC

Da die kritische Temperatur sehr niedrig ist kann man sie nur mit Hilfe von Laserkühlung erreichen.

Dies wurde auch bald nach der Entwicklung der Laserkühlung versucht und in den 90er Jahren wurden die erreichten Dichten kontinuierlich gesteigert. Da die Streuung eines einzelnen Photons schon eine zu große Störung ist mussten die kalten Gase in "dunklen", rein magnetischen Fallen gespeichert und dort weiter gekühlt werden.

1995 gelang es mehreren Arbeitsgruppen, den Effekt nachzuweisen. Man bildet dafür die Geschwindigkeitsverteilung des atomaren Ensembles ab, nachdem man die Falle ausgeschaltet hat. Die Verteilung ist deutlich anders für ein BEC als für ein thermisches Ensemble. In der Figur stellt der erste Teil ein thermisches Ensemble dar. Wird es weiter gekühlt, so sieht man

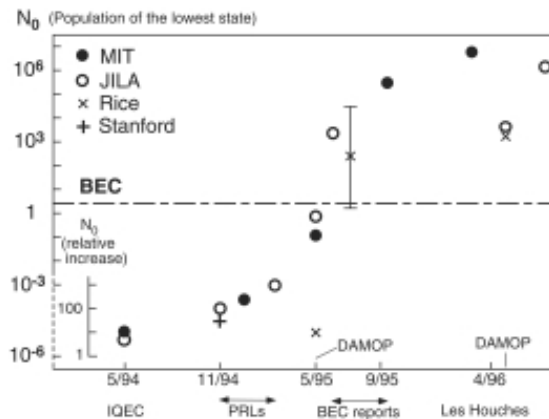


Abbildung 5.32: Fortschritte bei der Realisierung der BEC in atomaren Gasen.

einen schmalen Teil, welcher das BEC darstellt, darunter einen breiten Teil der zum thermischen Anteil gehört. Ganz rechts ist der thermische Anteil praktisch verschwunden.

### 5.3.6 BECs als kohärente Quellen

Weil BECs sich in einem quantenmechanischen Zustand befinden verhalten sie sich qualitativ anders als klassische Systeme. Die Kohärenz des Zustandes kann auf unterschiedliche Weise genutzt werden.

Koppelt man aus einem solchen BEC Atome aus, so erhält man ein Quelle von Atomen in identischem Quantenzustand. Dies wird deshalb als Atom-Laser bezeichnet.

Man kann BECs auch verwenden, um Materiewellen zu verstärken. Dazu muss das Ensemble durch einen Laserstrahl "aktiviert" werden. Der Verstärker kann somit kontrolliert werden.

In der Figur ist die Verstärkung einer kleinen atomaren Wolke durch ein BEC dargestellt. In beiden Teilfiguren wurde eine Wolke mit einer gegebenen Anzahl von Atomen durch ein BEC geschickt. In der rechten Hälfte wurde zusätzlich ein Laserfeld angelegt, welches die Verstärkung des BECs aktivierte. Man sieht dass in diesem



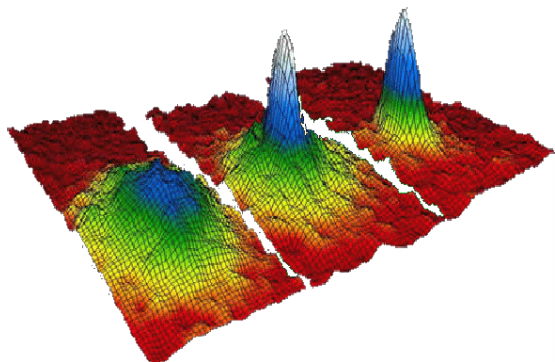


Abbildung 5.33: Bose-Einstein Kondensation: Dargestellt ist die gemessene Impulsverteilung für ein thermisches Ensemble (links), einen Zustand, der einen thermischen und einen BEC-Anteil enthält (mitte) und einen praktisch reinen kondensierten Zustand (rechts).

Fall die Zahl der Atome um etwa 2 Größenordnungen erhöht wurde.

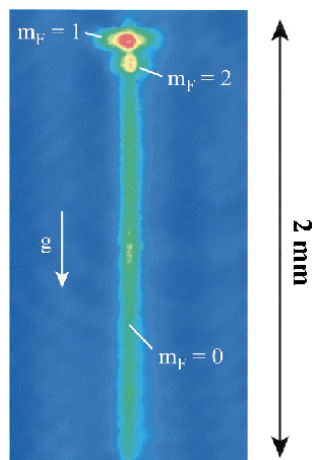


Abbildung 5.34: Kohärenter Strahl von Atomen.

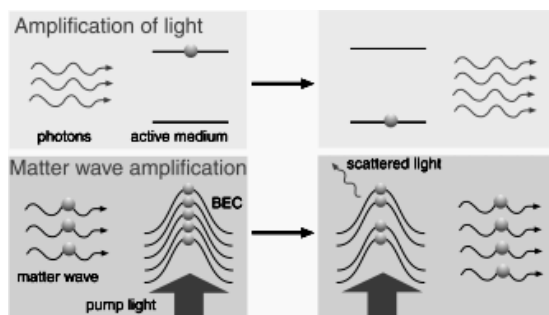


Abbildung 5.35: Verstärkung von Materiewellen in einem BEC. Der Laser schaltet die Verstärkung ein.

### 5.3.7 Interferenzeffekte

Die Kohärenz eines BECs lässt sich am besten über Interferenzeffekte nachweisen.

In der Figur ist die Dichte einer Überlagerung von 2 BECs dargestellt. Diese erhält man am einfachsten indem man ein BEC mit Hilfe eines Lasers in 2 Teile teilt und diese anschließend zur Überlagerung bringt. Die deutlich sichtbaren Interferenzstreifen sind der klarste Beweis dafür, dass sich die BECs als kohärente Systeme verhalten.

Wird ein BEC rotiert, so verhält es sich ebenfalls anders als ein klassisches System. Die Quantisierung des Drehimpulses führt dazu, dass sich "Flusslinien" ausbilden, analog zu den Flusslinien in TypII Supraleitern.

## 5.4 Konservative Kräfte

### 5.4.1 Optisches Potential

Bisher haben wir die Möglichkeit diskutiert, die sogenannte spontane Streukraft für das Abbremsen und Einfangen von Atomen und Ionen zu nutzen. Dabei wird im Wesentlichen Entropie umverteilt: das atomare Ensemble wird in einen höher geordneten Zustand gebracht, auf Kosten der Photonen, welche gestreut werden.

In diesem Kapitel diskutieren wir einen weiteren Aspekt der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie, welcher ebenfalls eine Reihe von Anwendungen besitzt. Dabei muss kein Licht absorbiert (und emittiert) werden, sondern es spielt

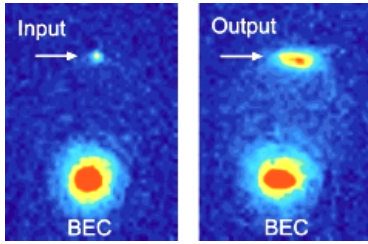


Abbildung 5.36: Verstärkung eines atomaren Ensembles durch ein BEC.

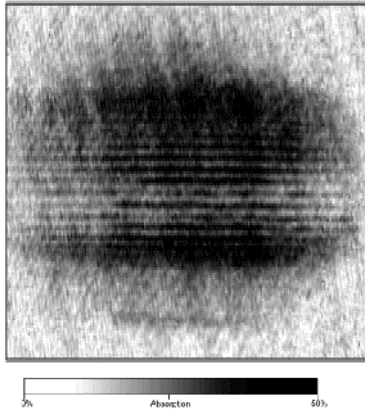


Abbildung 5.37: Interferenz 2er BECs.

lediglich die Wechselwirkung zwischen dem elektrischen Feld des Lasers und dem elektrischen Dipolmoment der Atome eine Rolle.

Wir diskutieren die Situation halbklassisch. Der Wechselwirkungsoperator wird dann abgeleitet aus der klassischen Energie eines elektrischen Dipols in einem äußeren Feld

$$E_{pot} = -\vec{d} \cdot \vec{E}.$$

Da Atome kein permanentes Dipolmoment aufweisen muss es sich um ein induziertes Dipolmoment handeln. Mit Hilfe der Polarisierbarkeit  $\alpha$  wird die Energie des Dipols

$$E_{port} = -\frac{\alpha}{2} E^2.$$

Die Polarisierbarkeit kann aus der Theorie der Zweiniveaumatome hergeleitet werden. Wir benötigen hier nur die Komponente, welche in Phase mit der äußeren Anregung ist.

$$s_{x\infty} = \frac{4\Delta\omega_0\omega_x}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2 + 2\omega_x^2}$$

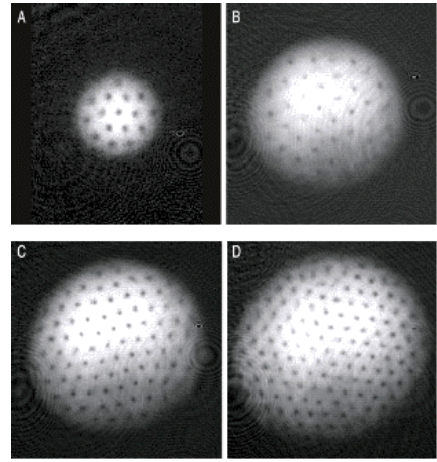


Abbildung 5.38: "Flusslinien" in einem rotierenden BEC.

Damit wird

$$E_{pot} = -\frac{\mu_E E}{2} \frac{4\Delta\omega_0\omega_x}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2 + 2\omega_x^2}.$$

Somit kann die potentielle Energie des Atoms positiv oder negativ sein, je nach Verstimmung  $\Delta\omega_0$  des Laserfeldes.

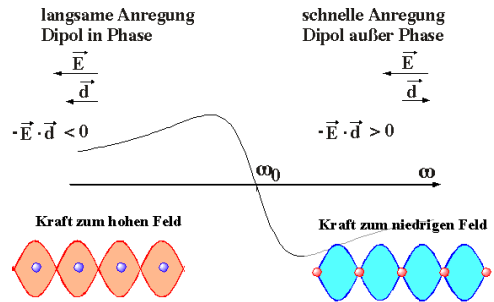


Abbildung 5.39: Phasenlage des Dipols als Funktion der Laserfrequenz.

Diesen Effekt können wir auch klassisch verstehen: für einen rotverstimten Laser ( $\Delta\omega_0 > 0$ ) ist das induzierte Moment in Phase mit dem treibenden Feld, so dass das Skalarprodukt von Feld und Dipol positiv wird. In diesem Fall kann das Atom seine Energie erniedrigen indem es in ein möglichst starkes Feld geht. Bei einem blauverstimten Laser hinkt die Phase des Dipols um 180 Grad hinter dem Feld her, das Skalar-

produkt wird negativ, und das Atom sucht nun ein möglichst niedriges Feld.

Wenn wir die Dipolkraft möglichst unabhängig von der spontanen Streukraft untersuchen wollen ist es nützlich, die Laserverstimmung möglichst groß zu wählen. Unter dieser Bedingung wird der Nenner im obigen Ausdruck dominiert durch den Verstimmungsbeitrag und wir erhalten die vereinfachte Form

$$E_{pot} = -\frac{\mu_E E}{2} \frac{\omega_x}{\Delta\omega_0}.$$

Wenn wir berücksichtigen, dass  $\omega_x = \mu_e E$ , wird

$$E_{pot} = -\frac{\mu_E^2 E^2}{4} \frac{1}{\Delta\omega_0}.$$

### 5.4.2 Eigenschaften der Dipolkraft

Die Kraft ist proportional zum Gradienten der Energie. Damit erhalten wir in einer Dimension

$$F = -\vec{\nabla} E_{pot} = \frac{\mu_E^2}{2\Delta\omega_0} E \frac{\partial E}{\partial x}.$$

Somit ist die Dipol- oder Gradientenkraft proportional zur Stärke des Feldes, zum Gradienten, und indirekt proportional zur Laserverstimmung.

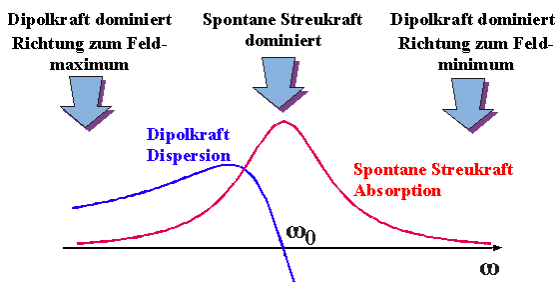


Abbildung 5.40: Verstimmungsabhängigkeit der beiden Kräfte.

Die Dipolkraft unterscheidet sich von der spontanen Streukraft bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Laserverstimmung: Sie verhält sich dispersiv, d.h. sie verschwindet auf der Resonanz. Die

spontane Streukraft erreicht dort ihr Maximum. Grundsätzlich wirken immer beide Kräfte. Es ist jedoch möglich, die experimentellen Parameter so zu wählen, dass eine der beiden dominiert.

Da die Stärke der Dipolkraft proportional zum Gradienten des Lichtfeldes ist verschwindet sie in einem homogenen Feld (wiederum im Gegensatz zur spontanen Streukraft). Um sie zu maximieren benötigt man ein Feld, das auf kleine Strecken möglichst rasch variiert.

Da die kürzeste Distanz, über die sich die Stärke eines Lichtfeldes wesentlich ändern kann, durch seine Wellenlänge gegeben ist, wird die Kraft am stärksten in einer evaneszenten Welle, in einer stehenden Welle, oder in einem stark fokussierten Strahl. Je nach Vorzeichen der Laserverstimmung wird das Atom in die intensive Region hineingezogen oder daraus hinausgestoßen.

Im Gegensatz zur spontanen Streukraft ist die Stärke der stimulierten Kraft nicht durch die Lebensdauer des angeregten Zustandes limitiert - sie kann beliebig stark werden sofern genügend Laserintensität zur Verfügung steht. Da sie keine spontane Emission beinhaltet führt sie nicht zu einer Aufheizung der Atome. Umgekehrt kann Sie jedoch auch nicht zur Kühlung von Atomen eingesetzt werden, da keine Energie dissipiert wird.

### 5.4.3 Optische Pinzetten

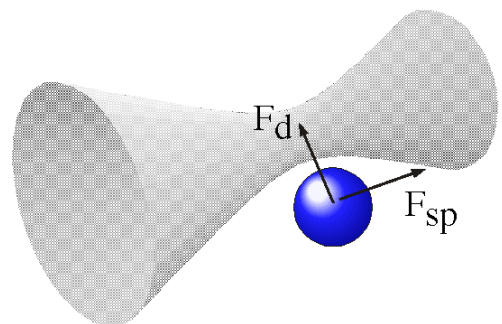


Abbildung 5.41: Dipolkraft beim Fokus eines Lasers.

Die Dipolkraft wurde als erstes zum Einfangen von lasergekühlten Atomen verwendet. Diese wurden im Fokus eines rotverstimmten Lasers eingefangen. Da das Potential, welches ein Dauerstrichlaser erzeugen kann, nicht sehr hoch ist müssen die Atome in einer optischen Molasse gekühlt werden damit sie eingefangen werden können.

Eine weitere interessante Eigenschaft der Dipolkraft liegt darin, dass sie nicht resonant ist. Dadurch hängt sie (im Gegensatz zur spontanen Streukraft) nur wenig von den Einzelheiten der Niveaustuktur des Systems ab. Insbesondere ist sie nicht nur auf Atome, sondern auch auf Moleküle und sogar makroskopische Objekte anwendbar.

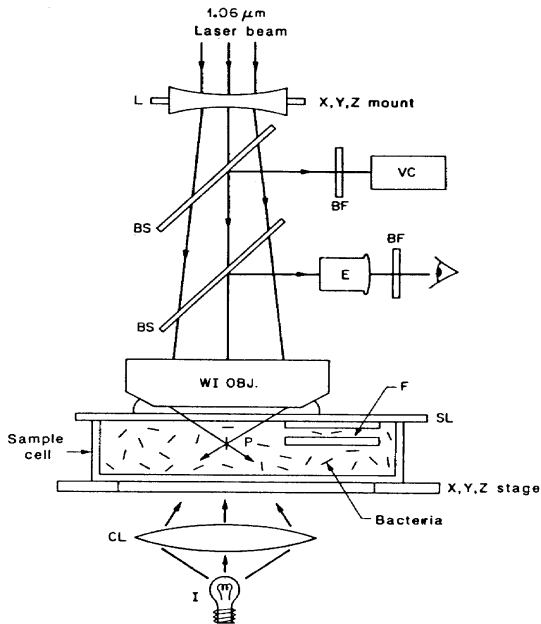


Abbildung 5.42: Aufbau einer optischen Pinzette.

Aus dieser Möglichkeit wurden sogenannte optische Pinzetten entwickelt: ein Laser wird stark fokussiert und das zu untersuchende Objekt wird mit dem Fokus des Lasers aufgenommen. Der Laserfokus erzeugt ein dreidimensionales Potenzialminimum, welches das Objekt festhält. Die Stärke der Kraft hängt vom Dipolmoment der Probe und der Laserintensität ab.

Dieses Prinzip erlaubt z.B. die gezielte Manipulation von Makromolekülen. Dazu werden die Moleküle chemisch an ein Kunststoffkügelchen gebunden, welches im Laserfokus gefangen werden kann. Entsprechende Untersuchungen werden in einem Mikroskop durchgeführt, in welches ein geeigneter Laserstrahl eingekoppelt und auf rund  $1 \mu\text{m}$  fokussiert wird.

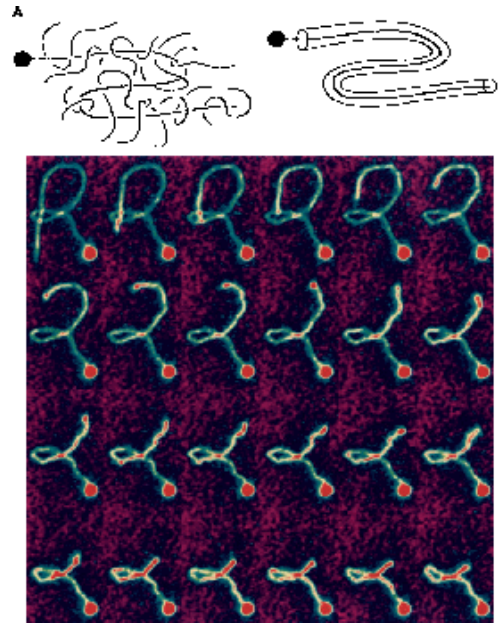


Abbildung 5.43: DNA Molekül in einer optischen Pinzette.

In der Figur ist als Beispiel dargestellt wie ein einzelnes DNA Molekül mit einer optischen Pinzette erfasst und durch eine Matrix aus Polymermolekülen gezogen. Das Interessante daran ist, dass das Molekül gedehnt wird und erst mit Verzögerung dem Laserstrahl folgt.

Es benutzt aber den gleichen Weg, was zeigt, dass es in einer Art "Röhre" gefangen ist, welche durch die Umgebung erzeugt wird.

Auf diese Weise manipuliert können sogar lebende Zellen manipuliert werden. Hier wurde in einem Bakterium eine Zell-Organelle mit einer optischen Pinzette "gepackt" und weggezogen (siehe Pfeile). Nach Ausschalten des Lasers bewegt es sich zurück. Mit solchen Experimenten untersuchen Biologen den Aufbau von Zellen.



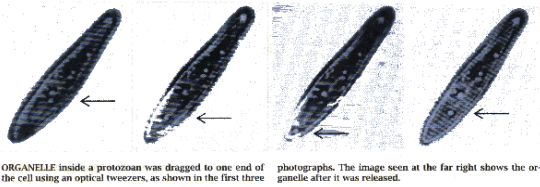


Abbildung 5.44: Manipulation in einer lebenden Zelle mit Hilfe einer optischen Pinzette.

### 5.4.4 Stehwellen für Atome

Eine effiziente Methode zum Einfangen und Manipulieren von Atomen sind stehende Wellen. Ist der Laser gegenüber der atomaren Resonanz rot-verstimmt, so werden die Atome in den Bäuchen der Stehwelle eingefangen.

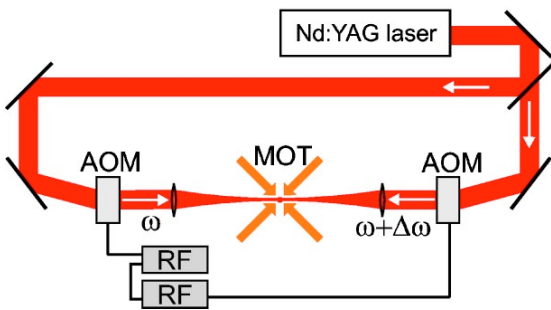


Abbildung 5.45: Experimenteller Aufbau für das Einfangen von Atomen in einer stehenden Welle (PRA 67, 033403 (2003).).

Für das Einfangen in einer stehenden Welle spaltet man einen Laser in zwei gegenläufige Teilstrahlen und überlagert diese so, dass sie eine stehende Welle bilden. In der Figur wird gezeigt, wie man die Teilstrahlen zusätzlich in der Frequenz verschieben kann: dies wird mit Hilfe von akustooptischen Modulatoren erreicht (AOM). Damit kann man anstelle einer stehenden Welle eine laufende Welle erzeugen und so die Stellen, an denen die Atome festgehalten werden, verschieben. In Ausbreitungsrichtung der Welle werden die Atome in den Bäuchen des Laserstrahls festgehalten; in transversaler Richtung kann man

sie durch Fokussierung des Laserstrahls auf einige  $\mu\text{m}$  ebenfalls einfangen.

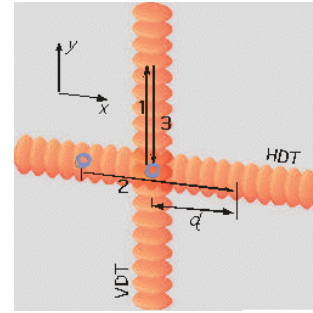


Abbildung 5.46: Zwei gekreuzte Stehwellen (schematisch Nature 442, 151 (2006).)

Verwendet man zwei orthogonale Stehwellen, so wird es möglich, Atome nicht nur einzufangen, sondern auch gezielt zu manipulieren.

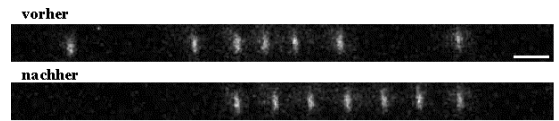


Abbildung 5.47: Sortieren von Atomen in einer Stehwelle.

Dafür wurden sie mit Hilfe der vertikalen Stehwelle aus dem horizontalen Schieberegister herausgenommen und an der geeigneten Stelle wieder eingefügt.

Damit gelingt es z.B., Atome in ein regelmäßiges Gitter anzuordnen. Im Bild sind experimentelle Resultate gezeigt. Erfolgreich war der Algorithmus offenbar dann wenn der Anfangsabstand mehr als etwa  $10 \mu\text{m}$  betrug; unterhalb dieser Schranke ist die Auflösung der vertikalen Stehwelle nicht fein genug.

### 5.4.5 Reflexion: Spiegel für Atome

Eine andere Anwendung verwendet eine evaneszente optische Welle. Diese fällt über eine Distanz von der Größenordnung der optischen Wellenlänge auf Null ab.

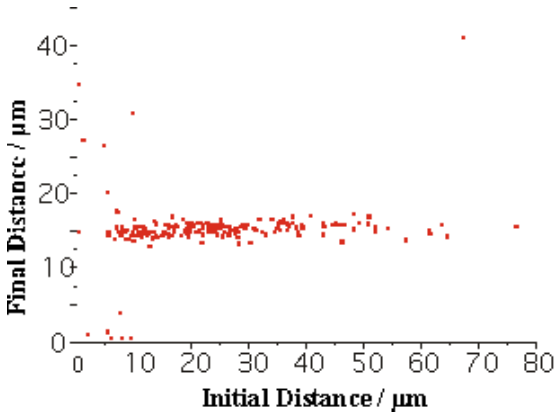


Abbildung 5.48: Vergleich der interatomaren Abstände vor und nach dem Sortierprozess.

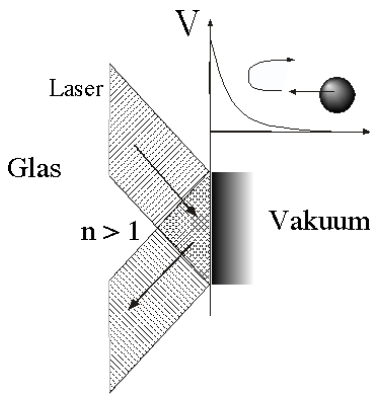


Abbildung 5.49: Reflexion von Atomen an einer evaneszenten Welle.

Der starke Gradient in diesem schnell abfallenden Feld ergibt eine große Kraft. Verschiedene Experimente haben diesen Ansatz benutzt um Atome zu reflektieren. Die erreichbaren Laserintensitäten erzielen zwar große Beschleunigungen ( $> 10^6 g$ ), aber aufgrund der geringen Distanz bleibt das Potenzial relativ klein, so dass nur langsame Atome reflektiert werden können.

Die vielleicht spektakulärste Anwendung bestand im Fallenlassen von gekühlten Atomen auf eine evaneszente Welle.

Es konnte beobachtet werden, wie die Wolke von Atomen wiederholt von der Oberfläche reflektiert wurde.

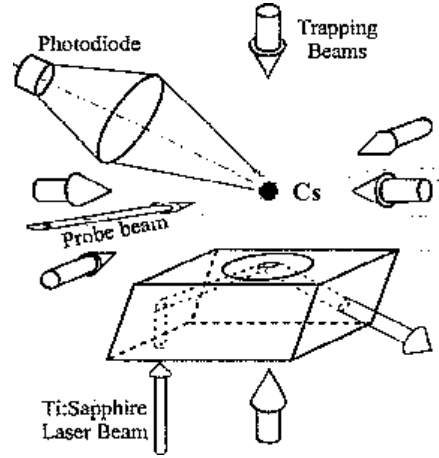


Abbildung 5.50: Resonator für Cs-Atome.

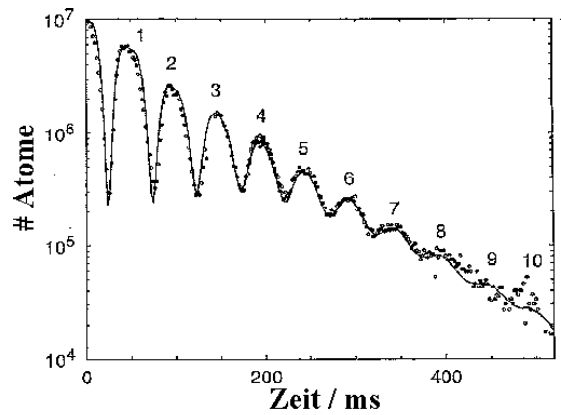


Abbildung 5.51: Atomare Wolke wird von evaneszenter Welle reflektiert.

Dieses Experiment kann man nicht nur mit einem thermischen Ensemble durchführen, sondern auch mit einem Bose-Einstein Kondensat. Dabei stellt man fest, dass sich dieses deutlich idealer reflektiert wird: Da alle Atome im gleichen Quantenzustand sind, verhalten sie sich identisch, während im thermischen Ensemble die unterschiedlichen Impulse der einzelnen Atome zu einem zerfließen führen.

### 5.4.6 Atomoptik

Gemäß der Beziehung von de Broglie hat jedes Teilchen eine bestimmte Wellenlänge, die von seinem Impuls und seiner Masse abhängt. Dies

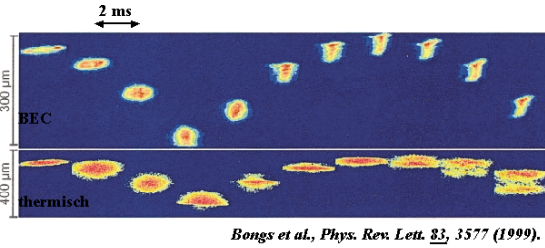


Abbildung 5.52: Vergleich von Reflexionen eines BECs mit der Reflexion eines thermischen Ensembles.

hat man vor allem für Elektronen und Neutronen benutzt, z.B. in einem Elektronenmikroskop oder bei der Neutronenbeugung in der Kristallographie. Das gleich gilt aber auch für Atome. Das heißt, dass man Atome z.B. fokussieren kann, wenn man eine Linse dafür konstruiert.

An einem Strahlteiler wird ein Atom in zwei Teilstrahlen zerlegt, welche z.T. durch makroskopische Distanzen getrennt sind. Das heißt nun nicht, dass das Atom mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nach links und einer anderen Wahrscheinlichkeit nach rechts geht, sondern es geht durch beide Arme. Das kann man zeigen, indem man die beiden Teilstrahlen wieder zusammenbringt und Interferenzerscheinungen misst. Diese Experimente sind primär von konzeptionellem Interesse, da sie den Wellencharakter der Materie aufzeigen. Es gibt aber auch Vorschläge und erste Experimente, wie man derartige Experimente zu Präzisionsmessungen benutzen kann, z.B. für eine sehr genaue Messung der Erdbeschleunigung.

Auch in stehenden Lichtwellen erreicht man schnelle Intensitätsvariationen. Wenn die Intensität hoch genug ist kann man erreichen, dass die Atome sich nur in den Knoten oder Bäuchen der stehenden Welle aufhalten. Wenn man die Welleneigenschaften der Atome berücksichtigt findet man, dass die stehende Welle in diesem Fall als Beugungsgitter wirkt. Die einzelnen Teilstrahlen erhalten einen zusätzlichen Impuls von  $2\hbar k$  senkrecht zur ursprünglichen Ausbreitungsrichtung, d.h. parallel zur Richtung der stehenden Welle.

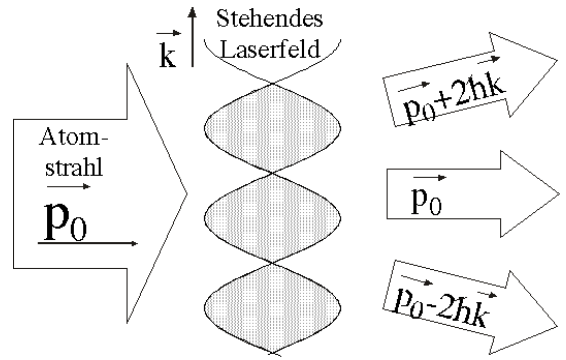


Abbildung 5.53: Stehwelle als Strahlteiler.

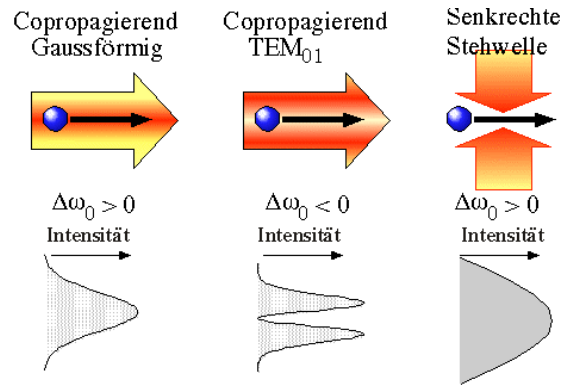


Abbildung 5.54: Linsen und Wellenleiter für Atome.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, einen Atomstrahl zu fokussieren indem man ein Potential erzeugt, welches quer zum Atomstrahl näherungsweise quadratisch ist. Die einfachste Möglichkeit ist die Verwendung eines Gaußförmigen Laserstrahls, der dem Atomstrahl überlagert wird. Die Laserfrequenz muss in diesem Fall rot verstimmt sein, so dass die Atome ins Zentrum hineingezogen werden. Eine andere Möglichkeit liegt in der Verwendung eines hohlen Strahls, der blau verstimmt ist, so dass die Atome wieder ins Zentrum hineingedrückt werden. Die dritte Möglichkeit liegt in der Verwendung einer stehenden Welle, ähnlich wie beim Strahlteiler.

Eine möglicherweise realisierbare Anwendung solcher Linsen liegt in der Chipherstellung, wo Atomstrahlen zum Schreiben von kleinen Strukturen verwendet werden könnten.



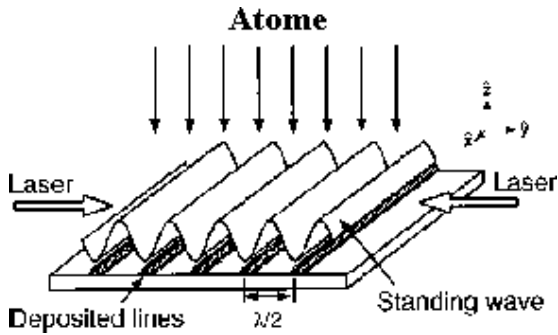


Abbildung 5.55: Schreiben von atomaren Linien auf einem Chip.

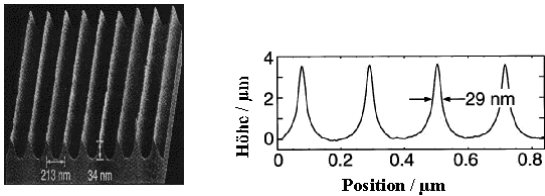


Abbildung 5.56: Linien auf einem Halbleitersubstrat.

Wie hier gezeigt erhält man damit räumlich periodische Muster. Das Prinzip lässt sich leicht auf zwei Dimensionen ausweiten. Die Periodizität ist gegeben durch die Wellenlänge des Lichtes, während die Auflösung durch die Fokussierung des Atomstrahls definiert ist.