10. Übung zur Festkörperphysik WS 2016/17

Ausgabe: 23.12.2016
Abgabe: bis 13.01.2017 12:00 Uhr
Briefkästen: 247-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Der Hall-Effekt — 2 Punkte

Ein reiner Halbleiter-Kristall wird zur Bestimmung der Elektronendichte in ein Magnetfeld $B = 1{,}2\,\mathrm{T}$ gebracht. In Richtung der Länge l des Kristalls fließt ein Strom I von $22\,\mathrm{mA}$. Über die Kristallbreite b wird eine Hall-Spannung U_H von $7{,}7\,\mathrm{mV}$ gemessen. Die Abmessungen des Kristalls betragen $l = 14{,}2\,\mathrm{mm}$, $b = 8{,}5\,\mathrm{mm}$ und $d = 1{,}1\,\mathrm{mm}$.

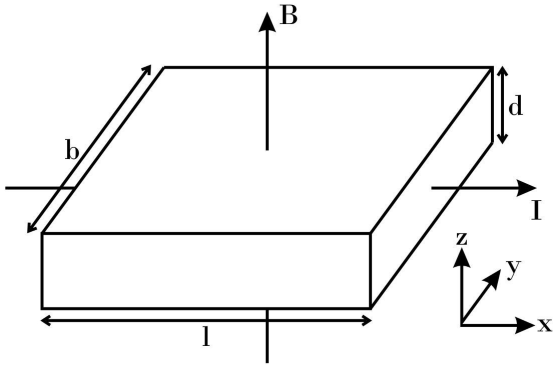

Abbildung 1: Halbleiter-Kristall im Magnetfeld

a) Bestimmen Sie die Elektronendichte n des Kristalls. Welche Abhängigkeit zeigt der Hall-Widerstand $\rho_H = U_H/I$ vom Magnetfeld B?

b) Berechnen Sie die mittlere Driftgeschwindigkeit v_D.

c) Nehmen Sie nun an der Halbleiter-Kristall wäre viel dünner (d im nm-Bereich), sodass dieser ein zweidimensionales Elektronensystem abbildet. Wie ändert sich in diesem Fall die Abhängigkeit des Hallwiderstandes ρ_H vom Magnetfeld B bei tiefen Temperaturen und starken Magnetfeldern? Geben Sie die Formel für den Hall-Widerstand ohne Herleitung an und skizzieren Sie $\rho_H(B)$.

Aufgabe 2: Der Seebeck-Effekt — 2 Punkte

Unter dem Begriff thermoelektrischer Effekt werden alle Effekte zusammengefasst, die die wechselseitige Beeinflussung von Temperatur und elektrischen Feldern beschreiben. Einer dieser Effekte ist der Seebeck-Effekt und wird bei der Messung von Temperaturen mithilfe von Thermoelementen ausgenutzt.

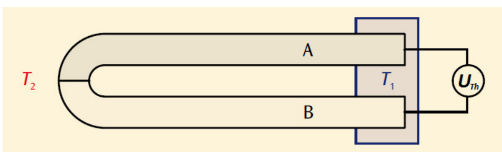

Abbildung 2: Schematische Darstellung eines Thermoelements

a) Erklären Sie mithilfe von Abbildung 2 die Funktionsweise eines Thermoelements. Nehmen Sie dafür an, dass $T_2 > T_1$ ist.

b) Die beobachtbare Thermospannung

$$U_{Th} = \int_{T_1}^{T_2} (Q_A - Q_B) \mathrm{d}T \tag{1}$$

ist abhängig von der Temperaturdifferenz und dem Unterschied der Seebeck-Koeffizienten Q der Metalle A und B. Bestimmen Sie die Temperaturdifferenz zwischen den Berührungspunkten, wenn sie mithilfe eines Thermoelements eine Thermospannung von $96\,\mu\mathrm{V}$ messen, wobei sie als Referenztemperatur T_1 eine Berührungsstelle des Thermoelements in Eiswasser tauchen. Das Thermoelement besteht aus einem Eisendraht und einem Draht aus einer Nickel-Chrom-Legierung mit den Seebeck-Koeffizienten $Q_{Fe} = 15\,\frac{\mu\mathrm{V}}{\mathrm{K}}$ und $Q_{NiCr} = 21\,\frac{\mu\mathrm{V}}{\mathrm{K}}$ für diesen Temperaturbereich.

Aufgabe 3: Plasmareflexionen an Aluminium — 3 Punkte

Freie Elektronen zeichnen sich dadurch aus, dass es keine rücktreibende Kraft gibt, die auf sie wirkt. In Systemen, die solche Eigenschaften zeigen, können interessante optische Phänomene beobachtet werden.

a) Erklären Sie den Begriff Plasma und nennen Sie zwei Festkörpersysteme mit hoher Dichte an freien Elektronen.

Wird die schwach gedämpfte Oszillation eines freien Plasma-Elektrons im Wechselfeld einer elektromagnetischen Welle der Frequenz ω betrachtet kann für die relative Permitivität $\epsilon_\mathrm{r}(\omega)$ der Ausdruck

$$\epsilon_\mathrm{r}(\omega) = 1 - \frac{\omega_\mathrm{p}^2}{\omega^2} \quad \text{mit} \quad \omega_\mathrm{p} = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m_0}} \tag{2}$$

hergeleitet werden wobei ω_p der Plasmafrequenz und n der Elektronendichte entspricht.

b) Finden Sie, ausgehend von der Beziehung $n = \sqrt{\epsilon_\mathrm{r}}$ und der aus der Vorlesung bekannten Formel für Plasmafrequenzen, einen sinnvollen Ausdruck für den reellen Reflexionsgrad $R(\omega)$. Skizzieren Sie den Verlauf von $R(\omega)$ gegen ω/ω_p.

c) Aluminium besitzt drei Valenzelektronen pro Atom und eine Atom-Dichte von $6{,}0 \cdot 10^{28}\,\mathrm{m}^{-3}$. Nutzen Sie die gewonnenen Erkenntnisse über die Abhängigkeit des Reflektionsgrads von der Frequenz des Lichts, um zu erklären warum Aluminium sich zur Herstellung von Spiegeln eignet.

Aufgabe 4: Potential im eindimensionalen Gitter — 3 Punkte

Es soll der Einfluss eines periodischen Potentials auf ein Elektron untersucht werden. Hierfür wird ein eindimensionales Gitter mit dem periodischen Potential

$$V(x) = V_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - na)$$

betrachtet. Dabei stellt a den Abstand zwischen zwei Atomen im Gitter dar.

a) Verwenden Sie die Schrödingergleichung $\hat{H}\Psi(x) = E\Psi(x)$ um den Ausdruck

$$\frac{-\hbar}{2m} \left(\lim_{+\epsilon \to a} \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \lim_{-\epsilon \to a} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + V_0 \Psi(a) = 0 \tag{3}$$

herzuleiten.
Hinweis: Integrieren Sie die SGL in einer ϵ-Umgebung und betrachten Sie den Grenzwert $\lim\limits_{\epsilon \to a} \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \cdots dx$

b) Nutzen Sie die Stetigkeit der Wellenfunktion am Ort a und die Gleichung (3) um zu zeigen, dass die möglichen Einteilchenenergien $E = \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$ des Systems aus der Bestimmungsgleichung

$$cos(ka) = \frac{P}{qa} sin(qa) + cos(qa) \qquad \text{mit} \quad P = \frac{maV_0}{\hbar^2} \tag{4}$$

gewonnen werden können. Hierfür können Sie den Ansatz

$$\begin{aligned} \Psi_1(x) &= a_1 e^{iqx} + a_2 e^{-iqx} && \text{für } x \in \ [0, a[\\ \Psi_2(x+a) &= e^{ika} \Psi_1(x) && \text{für } x \in \,]a, 2a] \end{aligned}$$

mit einem gegeben Blochvektor k nutzen.
Hinweis: Überlegen Sie sich zuerst wie der Ansatz sinnvoll in Gleichung (3) *integriert werden kann. Berücksichtigen Sie dabei den jeweiligen Definitionsbereich von* $\Psi_1(x)$ *und* $\Psi_2(x)$.

c) Im letzten Teil der Aufgabe soll eine Zeichnung angefertigt werden, um das Ergebnis (4) aus (b) zu diskutieren und qualitative Aussagen über mögliche Werte für q zu treffen. Gehen Sie von einem Wert $P = 5$ aus.