

# 9. Übung zur Festkörperphysik WS 2016/17

**Ausgabe:** 16.12.2016  
**Abgabe:** bis 23.12.2016 12:00 Uhr  
**Briefkästen:** 247-249

Prof. Dr. D. Suter

## Aufgabe 1: Elektronengas eines Alkalimetalls

3 Punkte

- a) In erster Näherung kann das Elektronengas von Alkalimetallen als freies Elektronengas angesehen werden. Berechnen Sie den Fermidruck, welchen das Elektronengas für das Alkalimetall Kalium ausübt. Geben Sie eine Erklärung dafür ab, warum ein Metall trotz des hohen Fermidrucks der Elektronen nicht explosionsartig zerfällt!

*Hinweis: Kalium besitzt ein kubisch innen zentriertes Gitter mit  $a = 5,25 \text{ \AA}$ .*

- b) Die relative Änderung des Volumens  $V$  eines Systems, welches eine infinitesimale Änderung des Drucks  $p$  bei konstanter Temperatur erfährt, wird über die isotherme Kompressibilität

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (1)$$

beschrieben. Nehmen Sie an, dass die isotherme Kompressibilität von Kalium im Wesentlichen durch den Fermidruck des Elektronengases bestimmt wird. Berechnen Sie vor diesem Hintergrund die isotherme Kompressibilität von Kalium und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem experimentellen Wert  $\kappa_T \approx 3,1 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}$ .

## Aufgabe 2: Zustandsdichte eines d-dimensionalen Elektronengases

4 Punkte

Gegeben sei die Dispersionsrelation eines isotropen Systems freier Elektronen als

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 |\vec{k}|^2}{2m}. \quad (2)$$

- a) Berechnen Sie die Zustandsdichtefunktionen  $D(\vec{k})$  und  $D(E)$  für ein d-dimensionales freies Elektronengas mit Gesamtvolumen  $V$ . Nutzen Sie dazu die Definitionsgleichung

$$D(\vec{k}) d^d k = D(E) dE. \quad (3)$$

*Hinweis: Nutzen Sie die Isotropie des Systems durch Verwendung von Kugelkoordinaten aus. Die Oberfläche einer d-dimensionalen Kugel mit Radius  $r$  wird mit einer  $(d-1)$ -Sphäre mit Flächeninhalt  $S_{d-1}(r) = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2)} r^{d-1}$  beschrieben, wobei  $\Gamma$  die Eulersche Gammafunktion ist.*

- b) Geben Sie die Proportionalität von  $D(E)$  bezüglich  $E$  für die Dimensionen  $d = 1, 2, 3$  an. An welchem Punkt im  $k$ -Raum weist die Zustandsdichtefunktion eine van-Hove-Singularität auf?

## Aufgabe 3: Dielektrischen Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit

3 Punkte

In der Vorlesung haben Sie physikalische Größen, wie die dielektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  kennengelernt. Im Folgenden soll die Beziehung der beiden Größen näher untersucht werden.

Material	$\lambda$ in $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	$\sigma$ in $\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$
Silber	427	$62 \cdot 10^6$
Aluminium	210	$35 \cdot 10^6$
Kupfer	390	$59 \cdot 10^6$
Gold	314	$41 \cdot 10^6$
Silizium	150	$1 \cdot 10^3$

Tabelle 1: Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und dielektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  für verschiedene Materialien bei Raumtemperatur

- a) Wie lauten die dielektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  in Abhängigkeit von mikroskopischen Größen?
- b) Leiten Sie nun eine Beziehung zwischen  $\sigma$  und  $\lambda$  her, die unabhängig von den mikroskopischen Größen ist. Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch.
- c) Verwenden Sie die in Tabelle 1 aufgeführten Werte, um den Faktor  $\frac{\lambda}{\sigma T}$  zu berechnen. Was fällt Ihnen auf?
- d) Erläutern Sie, warum das angenommene Modell bei Nicht-Metallen, wie zum Beispiel Isolatoren versagt.