

7. Übung zur Einführung in die Festkörperphysik WS 2012

Ausgabe: 23.11.2012

Abgabe: bis 30.11.2012, 10:15 Uhr, Kästen 246-250

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Mittlere freie Weglänge für Phononen

2 Punkte

Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge für Phononen in Gold (Dichte: $19,28 \text{ g/cm}^3$). Gegeben sind die spezifische Wärmekapazität $C = 380 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und der Wärmeleitungskoeffizient $\lambda = 380 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Nehmen Sie für den Diffusionsprozess an, dass die mittlere Phasengeschwindigkeit v_{ph} einer Welle in $\langle 100 \rangle$ -Richtung zugrunde gelegt werden kann ($v_L = 3291 \text{ m/s}$; $v_T = 1537 \text{ m/s}$). Anmerkung: Für die mittlere Phasengeschwindigkeit gilt:

$$\frac{3}{v^3} = \frac{1}{v_L^3} + \frac{1}{v_{T1}^3} + \frac{1}{v_{T2}^3}$$

Aufgabe 2: Mittlere Energie von Elektronen

2 Punkte

Berechnen Sie die mittlere kinetische Energie von $\langle E \rangle = U/N$ eines Elektrons in einem dreidimensionalen freien Elektronengas bei $T = 0 \text{ K}$. Werten Sie dazu die folgenden Integrale für die innere Energie U des Elektronengases und die Zahl N der darin enthaltenen Elektronen aus:

$$U = \int_0^{k_F} 2D(k)E(k)dk \quad N = \int_0^{k_F} 2D(k)dk$$

Aufgabe 3: Fermienergie

5 Punkte

Ein dreidimensionales freies Elektronengas der Ladungsträgerdichte n besitzt bei $T = 0 \text{ K}$ die Fermiwellenzahl

$$k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$$

a) Zeigen Sie, dass sich die Fermienergie $E_F = (\hbar k_F)^2/2m$ und die Fermitemperatur $T_F = E_F/k_B$ eines freien Elektronengases mit Hilfe der folgenden Formeln berechnen lassen:

$$E_F = 7,86 \text{ eV} \cdot \left(\frac{n}{10^{23} \text{ cm}^{-3}} \right)^{2/3}$$

$$T_F = 9,12 \cdot 10^4 \text{ K} \cdot \left(\frac{n}{10^{23} \text{ cm}^{-3}} \right)^{2/3}$$

b) Berechnen Sie die Fermienergie und die Fermitemperatur der Alkalimetalle Lithium ($n = 4,7 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$) und Rubidium ($n = 1,15 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$), sowie von Kupfer ($n = 8,45 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$) und Gold ($n = 5,9 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$).

c) Aluminium besitzt die molare Masse $M = 26,98 \text{ g/mol}$ und eine Dichte von $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$. Berechnen Sie die Ladungsträgerdichte n von Aluminium unter der Annahme, dass jedes Aluminiumatom drei Außenelektronen zur Verfügung stellt. Welche Fermienergie und -Temperatur ergibt sich damit für Aluminium?