Ausgabe: Do, 05.01.2006
Abgabe : Di, 10.01.2006 bis 10^{00}

10. Übungsblatt zur Vorlesung "Einführung in die Festkörperphysik"

Aufgabe 1

Berechnen Sie für die Näherung quasi-freier Elektronen ($\Psi(k) = C_k \,|\, k >, V_{|G|} = V$) den k-Verlauf von $E_\pm(k)$ in der Umgebung der 1. Brillouin-Zone (Zonenrand).

Zeigen Sie, dass der k-Verlauf proportional zu $|\delta|^2$ mit positiver Krümmung für E_+ und mit negativer Krümmung für E_- ist ($\delta \equiv k - G/2$).

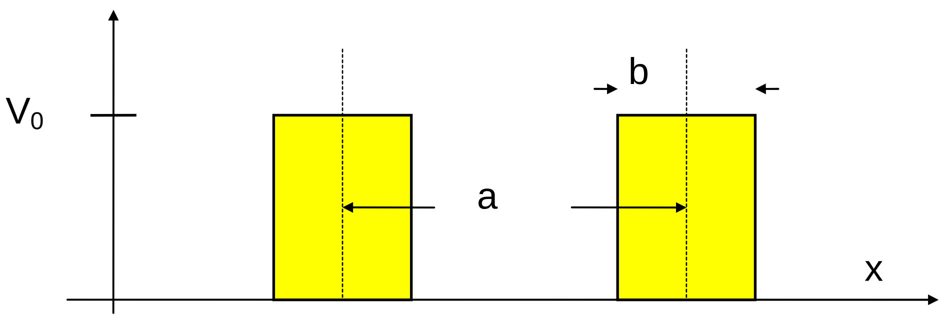
Hinweis: Berechnen Sie $E_\pm(k)$ durch Lösen der 2×2 Determinante, die sich aus der Säkulargleichung ergibt.

Wie lautet die Näherung für $E_\pm(\delta)$ wenn $\delta << k$?

Skizzieren Sie den gesamten Verlauf von E(k).

Aufgabe 2

Das Kristallpotenzial V(x) eines eindimensionalen Gitters habe die skizzierte Abhängigkeit:



Im Modell fast freier Elektronen gilt für die Energielücke E_{gap}: $E_{gap} = 2 \cdot |V_G|$

V_G ist hier die Fourierkomponente des gitterperiodischen Potenzials V(x) im Fourierraum (G = reziproker Gittervektor).

Berechnen Sie die Werte der ersten drei Energielücken für V_0 = 5eV, a = 4 Å und b = 1.33 Å.

Aufgabe 3

Die Leitungselektronen-Wechselwirkung mit einem (periodischen) Gitterpotenzial führt zu einer Band-Struktur $E(\vec{k})$. Zeigen Sie, dass hieraus ein symmetrischer effektiver Massen-Tensor $\tilde{m}^*$ für die Leitungselektronen resultiert, für dessen (i,j)-Komponente gilt:

$$\frac{1}{m^*_{ij}} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j} .$$

Zeigen Sie auch, dass für freie Elektronen $m^*_{ij} = m_e$ folgt.