

9. Übungsblatt zur Vorlesung "Einführung in die Festkörperphysik"Aufgabe 1

Für N wechselwirkungsfreie Elektronen im Volumen V (Dichte $n=N/V$) erhält man für die Fermienergie E_F und die Gesamtenergie E bei $T=0$ K:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}; E = \frac{3}{5} N E_F$$

- a) Berechnen Sie den Druck p und die Kompressibilität $\beta = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_T$ des Elektronengases bei $T=0$ K.
- b) Geben Sie die entsprechenden Zahlenwerte für Natrium an (Dichte $0,97 \text{ g/cm}^3$, Atomgewicht 23, einwertig).

Aufgabe 2

- a) Berechnen Sie die Zustandsdichte $D(E)$ für ein 2-dimensionales Elektronengas.
- b) Die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials μ folgt aus der „Teilchenzahlerhaltung“:
- $$N = \int D(E) \frac{1}{1 + e^{(E-\mu)/kT}} dE = \text{const.}$$

Geben Sie eine implizite Gleichung (ohne Integral) für $\mu(T)$ an und nähern Sie diese Gleichung für $kT \ll \mu$.

Aufgabe 3

Durch geeignete Präparationstechniken lassen sich Systeme erzeugen, in denen sich Elektronen nur noch in ein oder zwei Raumrichtungen frei bewegen können.

Im Falle der zweidimensionalen Struktur spricht man von einem „Quantum Well“, dessen dritte Richtung auf eine Länge L_z eingeschränkt ist. Die eindimensionale Struktur wird „Quantum Wire“ genannt, d.h. zwei Richtungen sind begrenzt auf die Länge L_y und L_z . Die Dispersion dieser Elektronen ist nur noch in zwei bzw. eine Richtung die von freien Elektronen.

Berechnen Sie die Zustandsdichte $D(E)$ für einen „Quantum Well“:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) + \frac{\hbar^2}{2m} n^2 \frac{\pi^2}{L_z^2} \quad (2\text{-dim.})$$