

10 Analoge Signalübertragung

10.1 Modulation und Demodulation

10.1.1 Motivation und Prinzip

In diesem Kapitel wird die Übertragung von Signalen diskutiert; grundsätzlich ist die Art des Signales dabei nicht wichtig, aber typische Beispiele sind Audiosignale (Telefon, Radio etc.) oder Videosignale. Analoge Audiosignale enthalten Frequenzkomponenten im Bereich von einigen kHz, Videosignale im Bereich von einigen 100 kHz bis zu einigen MHz. Ähnliches gilt für typische

Werden diese Signale über größere Distanzen übertragen, so werden sie nicht direkt übertragen, sondern man moduliert sie auf einen Träger auf. Dies hat viele Gründe, u.a.

- Übertragung bei höheren Frequenzen verbessert das Signal zu Rausch Verhältnis (siehe Kapitel 10.2).
- Es können unterschiedliche Signale gleichzeitig übertragen werden (z.B. verschiedene Radiosignale bei unterschiedlichen Frequenzen).
- Für gewisse Signale sind nur bestimmte Frequenzen nutzbar. So müssen bei der Übertragung von und zu einem Satelliten Mikrowellen verwendet werden, auch Richtstrahl-Verbindungen benötigen Mikrowellen, in Glasfasern wird Licht, d.h. Frequenzen im Bereich von $10^{14} - 10^{15}$ Hz übertragen.

Welche Frequenzen für welche Anwendungen verwendet werden dürfen, ist staatlich geregelt. Abb. 10.1 zeigt einige der Bänder, welche für die Rundfunk- und Fernsehübertragung verwendet werden.

Es existiert eine Reihe von Modulationstechniken: Das Signal kann z.B. in der Amplitude, der Phase oder der Frequenz des Trägers codiert werden.

Band	Frequenz	Kanalbreite	Zwischenfrequenz	Modulation
Langwelle	151 - 285 kHz	9 kHz	470 kHz	AM
Mittelwelle	531 - 1602 kHz	9 kHz	470 kHz	AM
Kurzwelle	3 - 30 MHz	5 kHz	470 kHz	(SSB-) AM
UKW	87,5 - 108 MHz	150 kHz	10,7 MHz	FM
VHF, UHF (TV)	174 - 854 MHz	8 MHz	38,9 MHz	Bild: AM; Ton: FM
SHF (Satellit)	11,7 - 12,3 GHz		950 MHz	

Abbildung 10.1: Frequenzbänder für Rundfunk- und Fernsehübertragungen.

10.1.2 Amplitudenmodulation

Die einfachste Modulationstechnik ist die Amplitudenmodulation: Hier wird die Amplitude eines Trägers proportional zum Signal moduliert.

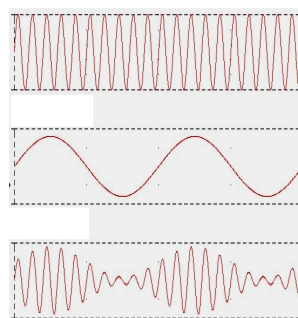


Abbildung 10.2: Amplitudenmodulation: Träger, Signal und moduliertes Signal.

Abb. 10.2 illustriert das Prinzip der Amplitudenmodulation anhand eines einfachen Beispiels. Die oberste Spur zeigt den Träger

$$U_T(\omega_T, t) = u_T \cos(\omega_T t + \varphi_T).$$

Das Signal ist in diesem einfachen Beispiel monochromatisch,

$$U_M(\omega_M, t) = u_M \cos(\omega_M t + \varphi_M).$$

Das amplitudenmodulierte Signal erhält man, indem das Signal zur Amplitude des Trägers addiert wird,

$$U_{AM}(t) = [u_T + u_M \cos(\omega_M t + \varphi_M)] \cos(\omega_T t + \varphi_T).$$

Der Term in [] stellt die Hüllkurve dar. Für die Darstellung in Abb. 10.2 wurde $u_M = u_T$ gewählt.

Amplitudenmodulation wird vor allem beim AM-Radio verwendet. Dort werden nicht monochromatische Signale übertragen, sondern Signale mit einem ganzen Spektrum von Signalen. Dementsprechend besitzt das übertragene Signal eine endliche Bandbreite. Im Fall von Radiosendungen stehen hier 9 kHz zur Verfügung (in den USA 10 kHz).

10.1.3 Praktische Durchführung

Bei niedrigen Frequenzen können die modulierten Signale digital erzeugt und demoduliert werden. Rein digitale Signalerzeugung ist heute bis in den GHz Bereich möglich. Analoge Techniken sind jedoch meist preisgünstiger und bei höheren Frequenzen leistungsfähiger als digitale.

Die einfachste Möglichkeit für die Erzeugung eines amplitudenmodulierten Signals ist die Mischung an einer Dioden-Kennlinie. Diese ist nichtlinear, d.h. der Diodenstrom hängt nicht linear von der Spannung U ab, sondern enthält auch andere Potenzen:

$$I_D = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + \dots$$

Geben wir die Summe aus Träger und Signal, $U_T + U_M$ auf eine Diode, so wird der Strom

$$I_D = a_0 + a_1(U_T + U_M) + a_2(U_T + U_M)^2 + \dots$$

Der quadratische Term enthält das Produkt

$$\begin{aligned} U_T U_M &\propto \cos(\omega_M t) \cos(\omega_T t) \\ &= \frac{1}{2} [\cos(\omega_T + \omega_M)t + \cos(\omega_T - \omega_M)t], \end{aligned}$$

also die Summen- und die Differenzfrequenz.

Allgemein wird bei amplitudenmodulierten Signalen ein symmetrisches Paar von Seitenbändern erzeugt. Diese enthalten die gesamte Information, während

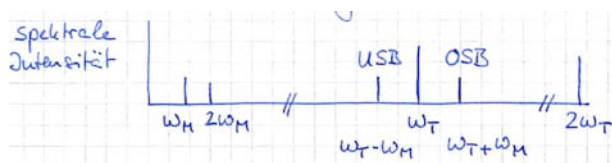
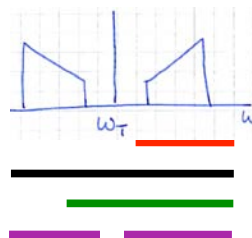


Abbildung 10.3: Spektrum des modulierten Signals.



Diese Frequenzbänder werden jeweils erzeugt bzw. ausgefiltert

Abbildung 10.4: Nutzung von Träger und Seitenbändern in unterschiedlichen Betriebsarten.

der Träger selbst bei der Übertragung nur unnötigen Ballast darstellt. Außerdem enthält ein Seitenband bereits die gesamte Information; es genügt somit, nur ein Seitenband zu übertragen.

Träger und Seitenbänder werden unterschiedlich genutzt. Bei der Einseitenband-AM (SSB; rot markiert in Abb. 10.4), wird nur eines der Seitenbänder verwendet. Diese Betriebsart wird z.B. beim Kurzwellen-Amateurfunk verwendet. Bei Lang-, Mittel- und Kurzwellen Radioübertragungen wird das gesamte Spektrum verwendet (Doppelseitenband AM, DSB, schwarz markiert). Bei der Bildsignalübertragung im TV wird das untere Seitenband teilweise unterdrückt (Restseitenband-AM, grün). Beim "suppressed carrier AM" (lila) wird der Träger unterdrückt. Dies spart Energie, und in Sendepausen ist der Sender stumm; dies wird z.B. bei Fernsteuerungen verwendet.

10.1.4 Ringmischer

Beim Mischen an einer Diode werden viele unterschiedliche Harmonische erzeugt; dieser Prozess ist somit recht ineffizient. Eine deutliche Verbesserung bieten hier Ringmischer.

Bei einem Halbringmischer wird das Signal über

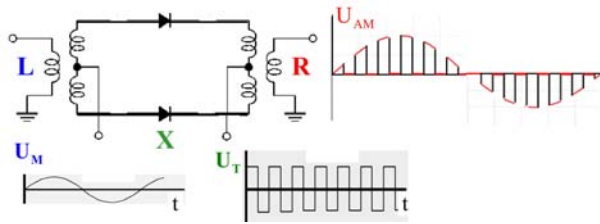


Abbildung 10.5: Single-balanced mixer = Halb-ringmischer.

einen Transformator eingespeist (L-Tor). Die Spannung muss dabei so gering sein, dass die Dioden nicht leiten. Der Träger wird an das X-Tor angeschlossen. Da die Transformatoren symmetrisch sind, wird er nicht auf die Ausgänge bei L und R ausgekoppelt. Er schaltet aber die Dioden durch, sofern sie in Vorwärtsrichtung angesteuert werden. Damit werden diese auch für das Signal leitend, und es wird zum R-Tor übertragen.

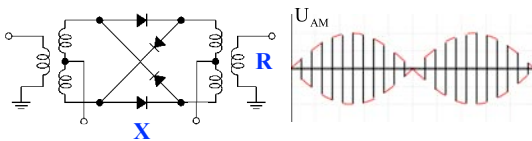


Abbildung 10.6: Double-balanced mixer = Ringmodulator.

Bei einem "Double balanced mixer" werden vier Dioden in einer Ringanordnung eingesetzt. Dadurch werden jeweils 2 durchgeschaltet und das Signal fließt immer zum R-Ausgang, wobei die Phase zwischen 0 und π wechselt, je nach Vorzeichen von U_T . Das Ausgangssignal enthält deshalb das Produkt der beiden Eingangssignale,

$$U_R(t) \propto U_L(t)U_X(t).$$

Die Anschlüsse sind jeweils nicht symmetrisch: ein Eingang dient dazu, die Dioden in den richtigen Arbeitspunkt zu treiben. Dieser Eingang wird als "Lokaloszillator" (LO) bezeichnet. Er sollte mit einer bestimmten Amplitude betrieben werden. Das Ausgangssignal hängt nicht linear von der Amplitude des LO-Signales ab. Die anderen beiden werden als RF (radio frequency) und IF (intermediate frequency) bezeichnet. Das Ausgangssignal ist (über einen

gewissen Bereich) linear in diesen beiden Amplituden.

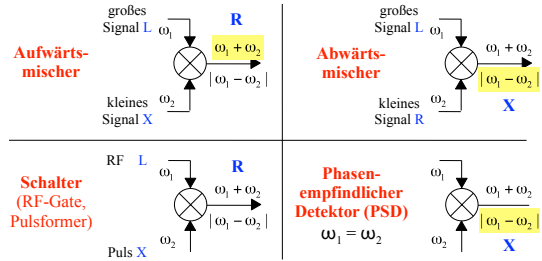


Abbildung 10.7: Anwendungen von Mischern.

Mischer finden in unterschiedlichen Gebieten Anwendungen, so z.B. bei der Erzeugung von Summen- und Differenzfrequenzen, als Schalter oder als Phasendetektor. Abb. 10.7 zeigt einige Beispiele. Beim Aufwärtsmischer und beim Abwärtsmischer werden jeweils die Summen- und Differenzfrequenz erzeugt, aber nur eines von beiden verwendet. Beim Aufwärtsmischer wird das Summenfrequenzsignal am RF Ausgang verwendet, die Eingangssignale werden am LO und IF Anschluss zugeführt. Beim Abwärtsmischer werden die Eingangssignale am LO und RF port angeschlossen, das Differenzsignal erhält man am IF port. Sind die beiden Eingangsfrequenzen gleich, so spricht man von einem phasenempfindlichen Detektor: Das Ausgangssignal ist in diesem Fall nur von der Phasendifferenz der beiden Signale abhängig. Hierbei muss man darauf achten, dass der IF Anschluss dc gekoppelt ist.

10.1.5 Demodulation

Um das Signal aus dem übertragenen Signal herauszuholen, muss dieses wieder demoduliert werden.

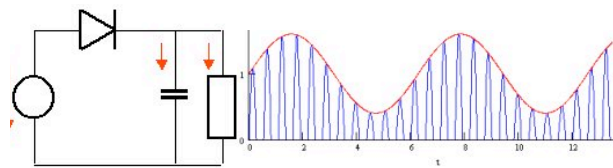


Abbildung 10.8: Gleichrichter als Demodulator; links : Schaltung; rechts : resultierendes Signal.

Die einfachste Demodulationsschaltung besteht aus einer Diode: indem man das Signal gleichrichtet erhält man eine Summe aus einem niederfrequenten Signal (dem eigentlichen Signal = Einhüllende) und dem Träger. Dieser wird mit Hilfe eines Tiefpassfilters eliminiert.

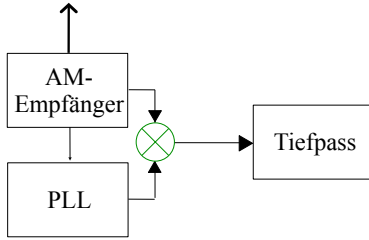


Abbildung 10.9: Multiplikative Demodulation mit einem Mischer.

Stattdessen kann man auch demodulieren, indem man das Signal nochmals mit dem Träger mischt. Diesen kann man sich z.B. aus dem Trägersignal über einen PLL besorgen. Das Ausgangssignal des Mixers enthält Anteile bei $\omega = 0$, ω_M , sowie bei harmonischen der Trägerfrequenz. Letztere werden durch ein Tiefpassfilter eliminiert, das demodulierte Trägersignal kann durch ein Hochpassfilter unterdrückt werden.

10.1.6 Frequenz- und Phasenmodulation

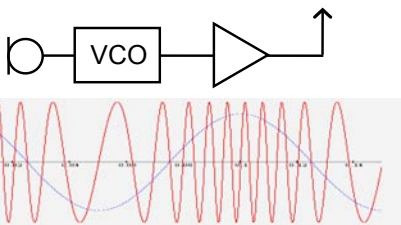


Abbildung 10.10: Frequenzmodulation.

Bei der Frequenzmodulation wird die momentane Frequenz der Quelle entsprechend dem zu übertragenden Signal moduliert:

$$\omega(t) = \omega_T + \delta\omega \cos(\omega_M t).$$

Hier bezeichnet man $\delta\omega$ als Frequenzhub. Ein solches Signal kann man z.B. erzeugen, indem man das

niederfrequente Signal $\cos(\omega_M t)$ an den Eingang eines VCO's legt.

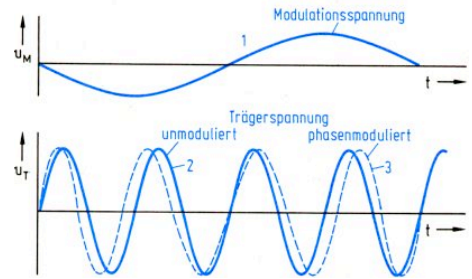


Abbildung 10.11: Phasenmodulation.

Eng mit der FM verwandt ist die Phasenmodulation. Hier wird die akute Phase

$$\varphi(t) = \int \omega(t) dt$$

entsprechend dem zu übertragenden Signal moduliert.

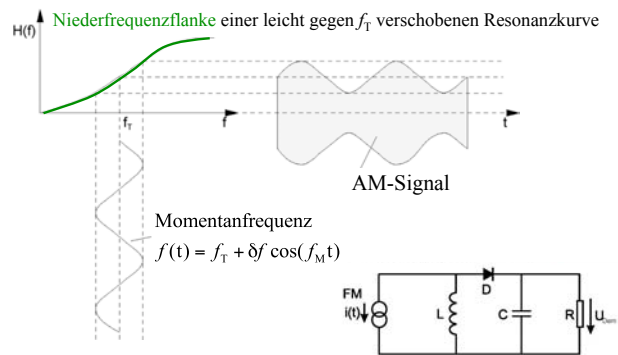


Abbildung 10.12: Demodulation eines FM Signals.

Die Demodulation ist bei FM Signalen etwas aufwändiger als bei AM. eine einfache aber nicht sehr effektive Methode besteht darin, die Flanke einer gegenüber dem Träger leicht verschobenen Resonanzkurve auszunutzen. Wie in Abb. 10.12 gezeigt, steigt die übertragene Amplitude mit zunehmender Frequenz, so dass die Frequenzmodulation auch zu einer Amplitudenmodulation führt. Diese kann dann nach dem oben diskutierten Schema demoduliert werden.

Wird ein VCO mit Hilfe eines Phasendetektors auf das FM-Signal gelockt, so erhält man aus dem Re-

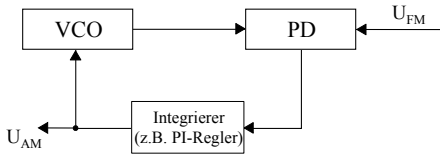


Abbildung 10.13: Umwandlung eines FM Signals in ein AM Signal.

gelsignal ein amplitudenmoduliertes Signal. Im ge- lockten Zustand sind die Phasen beider Signale gleich, d.h. das Signal am Eingang des VCO's ist dasselbe, welches beim Sender an den VCO ange- legt wurde.

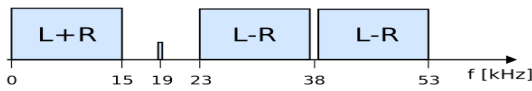


Abbildung 10.14: Radiosignale im UKW-Bereich.

Bei der Übertragung von analogen Radiosignalen im UKW-Bereich werden verschiedene Frequenzmodulationsverfahren verwendet. Im untersten Frequenzbereich wird das Summensignal für beide Kanäle übertragen (L+R; Mono). Das Differenzsignal der beiden Kanäle wird als zusätzliches Signal auf einen 38 kHz Träger aufmoduliert, wobei der Träger unterdrückt wird. Der Pilotton bei 19 kHz dient der Erkennung des Stereosignals; er wird im Empfänger mit einer Bandsperr eliminiert.

10.1.7 Vergleich der Verfahren

AM	FM
geringe Bandbreite einfache Empfänger	größere Bandbreite aufwändiger Empfänger
keine Diskriminierung gegen Störimpulse	unempfindlich, falls Störung nicht zu groß
gutes Signal/Rausch-Verhältnis Empfang schwacher Signale	erfordert Mindestpegel zur Signalbegrenzung

Abbildung 10.15: Vor- und Nachteile von AM und FM Verfahren.

Amplitudenmodulation und Frequenzmodulation sind weit verbreitete Methoden für die Signalübertragung. AM ist das einfachere Verfahren, während

FM qualitativ bessere Resultate liefert.

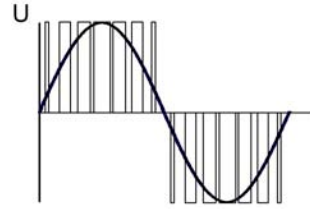


Abbildung 10.16: Pulsbreitenmodulation.

Daneben existieren verschiedene weitere Verfahren, wie z.B. die Pulsbreiten- und Pulsphasenmodulation.

10.2 Rauschen

10.2.1 Beschreibung

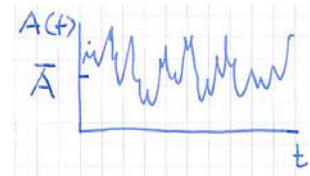


Abbildung 10.17: Signal mit Rauschen.

Jedes Signal A enthält neben dem deterministischen (gesuchten) Signal einen stochastischen Beitrag. Dieser muss in die Beschreibung des Signals eingehen. Die wichtigsten Größen sind

- Mittelwert $\bar{A} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt$
- Schwankung $\sigma_A^2 = \overline{\Delta A^2} = \bar{A}^2 - \bar{A}^2$

Die Abweichung $a(t) = A(t) - \bar{A}$ verschwindet im zeitlichen Mittel, $\bar{a} = 0$. Das Mittel ihres Betragsquadrats, $\sigma^2 = \bar{a}^2$ wird als Varianz oder Rauschleistung P_R bezeichnet.

Sind mehrere Rauschquellen vorhanden, so addiert sich ihr Rauschen gemäß

$$\sigma_{1+2}^2 = \overline{a_1^2 + a_2^2} = \bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2 + 2\overline{a_1 a_2} = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2c_{12}\sigma_1\sigma_2.$$

Der Kreuzkorrelationskoeffizient c_{12} quantifiziert die Korrelation zwischen den beiden Rauschquellen.

Verschwindet er, so addieren sich die beiden Rauschleistungen. Dies ist der Fall wenn die beiden Quellen unkorreliert sind.

10.2.2 Korrelationsfunktion

Wir betrachten 2 Signale $a_1(t)$ und $a_2(t)$. Die Korrelation zwischen den beiden wird quantifiziert über die Korrelationsfunktion

$$\rho_{12}(\tau) = \overline{a_1(t)a_2(t+\tau)}, \quad (10.1)$$

wobei das Mittel über alle Zeiten (d.h. die gesamte Messzeit) gebildet wird.

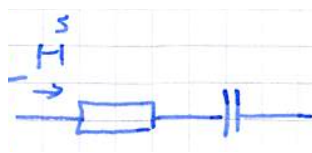


Abbildung 10.18: Rausch-Strom durch ein RC-Glied.

Wir betrachten als Beispiel den Strom durch eine RC-Reihenschaltung. Wir betrachten hier nur eine Frequenzkomponente, $I_r = I_0 \sin \omega t$. Dann sind die Spannungen über den beiden Bauteilen

- $U_{rR} = RI_r \propto \sin \omega t$
- $U_{rC} = \frac{I_r}{i\omega C} \propto \cos \omega t$.

Die beiden Ströme sind offensichtlich korreliert, aber der Korrelationskoeffizient verschwindet, $c_{12} = 0$. Die Korrelationsfunktion hingegen ist

$$\rho_{12}(\tau) = \frac{1}{2} \sin \omega \tau.$$

Anstelle der Kreuzkorrelationsfunktion können wir auch die Autokorrelationsfunktion betrachten, d.h. die Korrelation eines Signals mit sich selber zu unterschiedlichen Zeiten. Wir setzen dafür in Gl. (10.1) $a_1 = a_2 = a$ und erhalten

$$\rho(\tau) = \overline{a(t)a(t+\tau)} = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)a(t+\tau)dt.$$

Für $\tau \rightarrow 0$ geht die Autokorrektationsfunktion in die Varianz über, $\rho(0) = \sigma^2$. Für zunehmende Zeiten fällt sie gegen 0 ab; die Zeitskala, auf der sie abfällt, wird als Korrelationszeit τ_c bezeichnet.

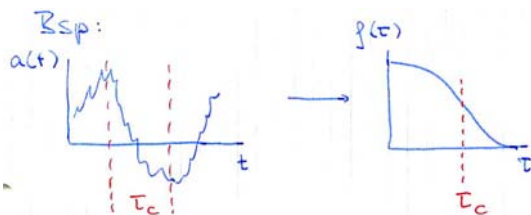


Abbildung 10.19: Zufallssignal $a(t)$ und die zugehörige Autokorrelationsfunktion $\rho(\tau)$.

10.2.3 Rauschspektrum

Für viele Diskussionen ist es nützlich, das Rauschen nicht im Zeit-, sondern im Frequenzraum zu betrachten. Dafür eignet sich das Rauschspektrum, welches sich als Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion ergibt,

$$J(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \rho(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau.$$

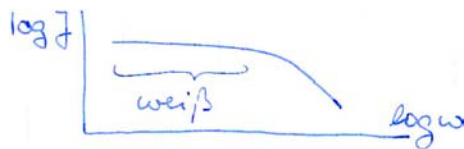


Abbildung 10.20: Typisches Rauschspektrum.

Das Rauschspektrum ist normalerweise im Bereich niedriger Frequenzen relativ konstant und fällt ab einer Grenzfrequenz ab.

Die Fourier-Beziehung zwischen Autokorrelationsfunktion und Rauschspektrum kann invertiert werden,

$$\rho(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int J(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega.$$

Diese Beziehung zwischen Autokorrelationsfunktion und Spektraldichte wird als Wiener-Khintchine-Theorem bezeichnet. Wegen $\rho(-\tau) = \rho(\tau)$ folgt, dass die spektrale Leistungsdichte reell ist. Gleichzeitig ist die Autokorrelationsfunktion reell und damit die spektrale Leistungsdichte symmetrisch, $J(-\omega) = J(\omega)$.

Die gesamte Rauschleistung P_R ergibt sich als Integral über das Rauschspektrum,

$$P_R = \sigma^2 = a^2 = \int_{-\infty}^{\infty} J(\omega) d\omega.$$

10.2.4 Thermisches Rauschen

Thermisches Rauschen wurde erstmals beschrieben von J.B. Johnson und 1928 von H. Nyquist erklärt. Es rührt von der thermischen (=Brown'schen) Bewegung der Ladungsträger her. Gemäß Nyquist erzeugt es über einem Widerstand R in einem Frequenzband $\Delta v = v_{max} - v_{min}$ einen Beitrag zum Rauschen von

$$P_r = \bar{U}_r^2 = 4k_B T R \Delta v.$$

Bei einer quantenmechanischen Beschreibung der Rauschmoden findet man, dass in jeder Mode eine mittlere Energie von $\frac{1}{2}k_B T$ enthalten ist. Die Rauschbeiträge der einzelnen Moden sind voneinander statistisch unabhängig. Da die Moden sehr dicht liegen, ist $J(\omega)$ konstant, so lange die Frequenzen unterhalb der thermischen Frequenz $k_B T/h$ liegen.

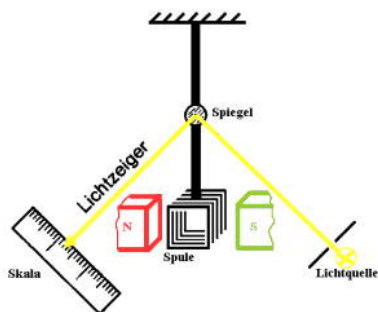


Abbildung 10.21: Thermisches Rauschen bei einem Galvanometer.

Den Effekt von thermischem Rauschen kann man z.B. bei einem Galvanometer beobachten: die thermische Bewegung der Luftmoleküle stößt den Spiegel zu einer Zitterbewegung an. Die mittlere Energie der Spiegelbewegung beträgt $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}D\bar{\varphi}^2$, mit φ als Auslenkung. Der minimal nachweisbare Strom ist deshalb von der Größenordnung des RMS-Stroms,

$$I_{min} \propto \sqrt{\bar{\varphi}^2} = \varphi_{RMS} = \sqrt{\frac{k_B T}{D}}.$$

Bei elektrischen Schaltungen erzeugt die stochastische Bewegung der Ladungsträger eine Rauschspannung mit der Varianz

$$\overline{U_r^2} = 4Rk_B T \Delta v.$$

Hier stellt R den Widerstand dar, über dem die Rauschspannung gemessen wird und Δv die Bandbreite.

Die entsprechende elektrische Leistung wird vom Widerstand R an die Umgebung, d.h. an die Last R_L abgestrahlt. Sie beträgt maximal

$$P_R = \frac{\bar{U}_r^2}{4R} = k_B T \Delta v.$$

Dieser Maximalwert wird erreicht wenn Quelle und Lastwiderstand gleich groß sind, $R = R_L$. Offensichtlich ist dieses System symmetrisch, d.h. es fließt gleich viel Energie von $R \rightarrow R_L$ wie umgekehrt.

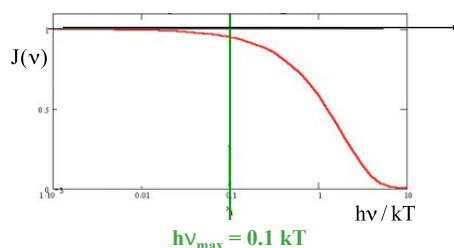


Abbildung 10.22: Spektrale Verteilung des thermischen Rauschens.

Das Spektrum des thermischen Rauschens ist weiß bis zu einer Frequenz von ca. $v_{max} \approx 0.1k_B T/h$; bei Raumtemperatur entspricht dies einer Frequenz von etwa 600 GHz. Unterhalb dieser Grenze ist die mittlere Rauschspannung

$$U_{rms} = \sqrt{4Rk_B T \Delta v}.$$

Als Beispiel betrachten wir ein Oszilloskop mit einem Eingangswiderstand von $R = 1 M\Omega$ und einer Bandbreite von $\Delta v = 1$ MHz. Die resultierende Rauschspannung ist dann rund $130 \mu V$.

10.2.5 Schrotrauschen

Ladung wird in diskreten Einheiten übertragen, wobei die Ankunftszeit der einzelnen Ladungen einen

Zufallsprozess bildet. Dadurch entsteht ein weiterer Rauschbeitrag, der als Schrotrauschen bezeichnet wird.

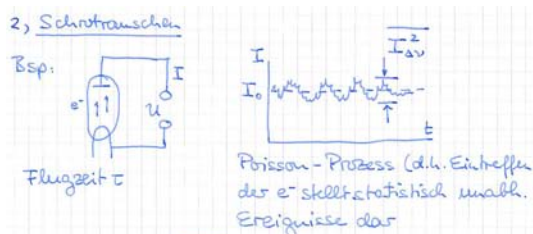


Abbildung 10.23: Schrotrauschen als Beispiel eines Poisson-Prozesses.

Die ist am leichtesten ersichtlich bei einer Vakuumröhre, wo Elektronen als freie Teilchen von der Kathode zur Anode fliegen. Das entsprechende Rauschspektrum ist weiss, d.h. es ist über alle Frequenzen gleich verteilt. Für ein Frequenzband mit Breite $\Delta\nu$ beträgt der Beitrag zum Rauschstrom

$$\overline{I_{\Delta\nu}^2} = 2eI_0\Delta\nu.$$

Diese Beziehung gilt nur für eine große Zahl von Ereignissen, d.h. $\Delta\nu \ll \tau^{-1}$. Dieser Beitrag hängt nicht von der Temperatur ab, da der Strom von U angetrieben wird. Im Halbleiter sind die Beiträge von Elektronen und Löchern (positiven und negativen Ladungsträgern) zu berücksichtigen.

10.2.6 Funkelrauschen

Funkelrauschen ist eine Form des elektronischen Rauschens, das erstmals von John Bertrand Johnson (1925) experimentell und von Walter Schottky (1926) durch theoretische Analyse von Messresultaten beschrieben wurde. Der Effekt wurde damals bei der Emission von Elektronen aus Glühkathoden beobachtet und durch "Funkeln" (englisch: flicker) an der Oberfläche der Kathode erklärt.

Dieser Beitrag zum Rauschen hat ein rotes Spektrum, d.h.

$$J_{FR} \propto \frac{1}{\nu}.$$

Die wichtigste Ursache sind statistisch schwankende Umladungen von Oberflächenzuständen mit Zeitkonstanten zwischen 10^{-6} s und 10^3 s.

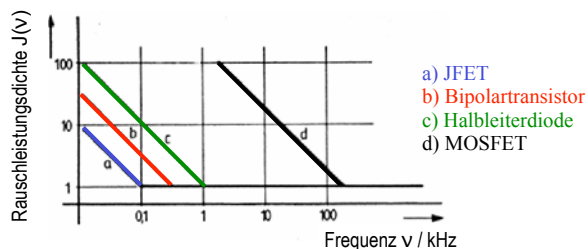


Abbildung 10.24: Schematisches Spektrum des Funkelrauschens verschiedener Bauteile.

... Rauschen / noise	"Farbe"	ν^n $n =$	Auftreten in der Elektronik	Bemerkungen
Nyquist-, Johnson-, thermisches, Widerstands-	weiß	0	Ohm'sche Widerstände	thermische Ladungsträgerfluktuationen
Schottky-, Schrot-, shot-	weiß	0	pn-Übergang, Röhren	Strom diskreter Ladungsträger
Funkel-, $1/f$ -, flicker-, random telegraph	rosa, pink	-1	Kohlewiderstände	unterschiedliche Erklärungen
Popcorn-, Lawinen-, burst	rot, braun	-2		vgl. Brown'sche Bewegung

Abbildung 10.25: Frequenzabhängigkeit verschiedener Rauschquellen.

10.2.7 Transistorrauschen

Diese Rauschquellen können auf unterschiedliche Weise das Signal beeinflussen.

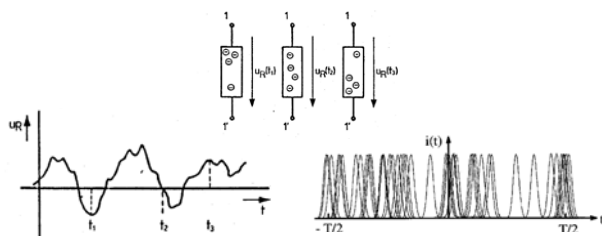


Abbildung 10.26: Thermisches Rauschen von Spannung und Strom.

Als Beispiel betrachten wir ein Ersatzschaltbild für einen realen Transistor, der aus einem idealen Transistor und verschiedenen Rauschquellen besteht.

Die Beiträge, welche über die Rauschspannung U_R

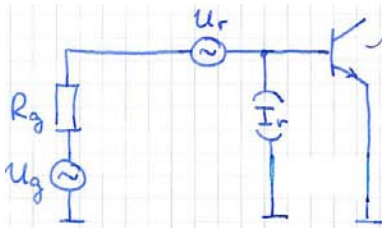


Abbildung 10.27: Modell für das Rauschen eines Transistors. Oben rechts ist ein idealer, rauschfreier Transistor dargestellt.

wirken, können zusammengefasst werden als

$$\overline{U_r^2} = 4k_B T r_{BB} \Delta v + r_{BE}^2 \overline{I_{\Delta v, BE}^2}$$

Wir setzen für den Basis-Emitter Widerstand

$$r_{BE} = \frac{k_B T}{e I_C}$$

und für

$$\overline{I_{\Delta v, BE}^2} = 2e I_C \Delta v$$

Somit wird

$$\overline{U_r^2} = 4k_B T r_{BB} \Delta v + \left(\frac{k_B T}{e I_C} \right)^2 2e I_C \Delta v,$$

d.h. der Beitrag des Schrotrauschens an r_{BE} durch den Kollektorstrom ist $\propto 1/I_C$.

Der Beitrag des Basisstroms ist

$$\overline{I_{\Delta v, B}^2} = 2e I_B \Delta v = 2e \frac{I_C}{\beta} \Delta v,$$

d.h. proportional zum Basis- und damit auch zum Kollektorstrom. Noch nicht berücksichtigt ist hier z.B. das Funkelrauschen. Insgesamt addieren sich die Beiträge :

$$\overline{U_{rg}^2} + \overline{U_r^2} + R_G^2 \overline{I_{\Delta v, B}^2} + \dots$$

Der zweite Term in dieser Reihe ist $\propto I_C^{-1}$, der dritte $\propto I_C$. Durch geeignete Wahl von R_G , resp. I_C kann somit das Gesamtrauschen optimiert werden.

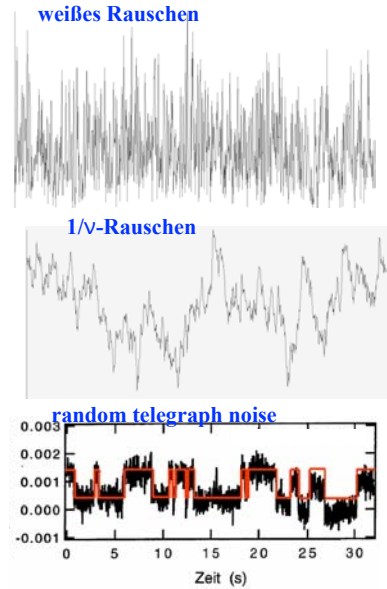


Abbildung 10.28: Unterschiedliche Rauscharten im Zeitbereich dargestellt.

10.2.8 Farbiges Rauschen

Die unterschiedlichen Typen von Rauschen, die wir hier diskutiert haben, zeigen unterschiedliche Frequenzabhängigkeiten.

Das Rauschspektrum lässt sich im Frequenzbereich am besten beobachten, aber auch im Zeitbereich kann man das unterschiedliche Verhalten oft unterscheiden. Abb. 10.28 vergleicht einige typische Rauschsignale. Sie zu unterscheiden hilft häufig, sie zu eliminieren.

10.3 Optimierung des Signal-zu-Rausch Verhältnisses (SNR)

10.3.1 Definitionen

Die relevanten Größen, die bei empfindlichen Messungen oder Signalübertragungen optimiert werden müssen, sind das eigentliche Signal U_S und das Rauschen U_N , respektive ihr Verhältnis, das Signal-zu-

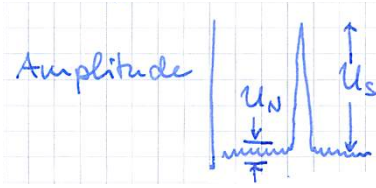


Abbildung 10.29: Signal und Rauschen.

Rausch Verhältnis SNR

$$SNR = \frac{\text{Signalleistung } S}{\text{Rauschleistung } N} = \frac{\overline{U_S^2}}{\overline{U_N^2}}$$



Abbildung 10.30: Änderung des SNR in einem 4-Pol.

In einem Messaufbau wird das Signal meist durch eine Reihe von Vierpolen geschickt. Dabei trägt jedes dieser Elemente zum Rauschen bei, so dass das SNR am Ausgang geringer ist als am Eingang. Dies wird häufig quantifiziert durch die Rauschzahl F :

$$F = \frac{SNR_e}{SNR_a} \geq 1.$$

Häufig wird die Rauschzahl in dB angegeben, $F_{dB} = 10 \log_{10} F$. Sowohl die Rauschzahl F , wie auch das SNR sind frequenzabhängig. Es ist deshalb wichtig, sie auf einen Frequenzbereich $\Delta \nu$ zu beziehen; durch Einschränken der Bandbreite kann das SNR verbessert werden, sofern das Signal in diesem Bereich liegt.

10.3.2 Rauschen einer Verstärkerkette

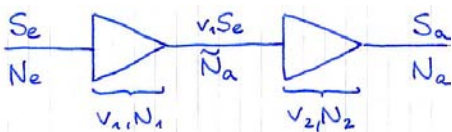


Abbildung 10.31: Änderung des SNR in einer Verstärkerkette.

Wir betrachten ein Signal, welches durch 2 Verstärker geschickt wird, die unterschiedliche Rauschzahlen und Verstärkungen haben. Offensichtlich können wir die beiden Verstärker auf 2 unterschiedliche Arten anordnen. Das Ausgangssignal S_a ist in beiden Fällen das gleiche, nicht aber das Rauschen: in der ersten Stufe wird das Eingangsrauschen um den Faktor v_1 verstärkt, und zusätzlich wird das Eigenrauschen N_1 der ersten Stufe addiert. Die Rauschleistung nach der 1. Stufe ist deshalb

$$\tilde{N}_a = v_1 N_e + N_1.$$

In der zweiten Stufe wird das verstärkte Eingangsrauschen und das Eigenrauschen der ersten Stufe verstärkt und das Eigenrauschen N_2 der zweiten Stufe addiert:

$$N_a = v_2 \tilde{N}_a + N_2 = v_1 v_2 N_e + v_2 N_1 + N_2.$$

Die Rauschzahl des ersten Verstärkers ist

$$F_1 = \frac{S_e/N_e}{v_1 S_e/\tilde{N}_a} = \frac{\tilde{N}_a}{v_1 N_e} = 1 + \frac{N_1}{v_1 N_e}$$

und für den zweiten

$$F_2 = 1 + \frac{N_2}{v_2 N_e}.$$

Für die Verstärkerkette beträgt die Rauschzahl

$$\begin{aligned} F_{ges} &= \frac{S_e/N_e}{v_1 v_2 S_e} (v_1 v_2 N_e + v_2 N_1 + N_2) \\ &= 1 + \frac{N_1}{v_1 N_e} + \frac{N_2}{v_1 v_2 N_e} \\ &= 1 + (F_1 - 1) + \frac{1}{v_1} (F_2 - 1) \cdot \\ &\quad \left[+ \frac{1}{v_1 v_2} (F_3 - 1) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Weil das Eigenrauschen der ersten Stufe verstärkt wird, ist die Qualität des ersten Verstärkers entscheidend; die Rauschzahl der späteren Verstärker wird durch die gesamte vorangehende Verstärkung dividiert. Für die erste Stufe sollte man deshalb den besten verfügbaren Verstärker verwenden. Das SNR eines Signalverstärkers kann z.B. reduziert werden, indem er gekühlt wird.

Außerdem sollte der Verstärker so nahe wie möglich bei der Signalquelle platziert werden. Liegt z.B. zwischen der Signalquelle und dem Verstärker ein Kabel, welches Signal (und Eingangsrauschen) abschwächt, so ist das resultierende SNR schlechter als wenn das Signal erst hinter dem Verstärker liegt: im zweiten Fall wird das Eigenrauschen des Verstärkers ebenfalls abgeschwächt.

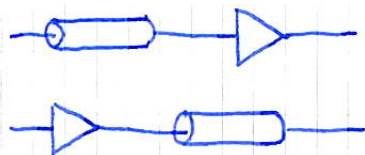


Abbildung 10.32: 2 mögliche Anordnungen von Verstärker und Kabel.

Als Beispiel betrachten wir eine Kombination von einem Verstärker und einem Kabel. Der Verstärker hat eine Verstärkung von $v = 100$ und eine Rauschzahl von $F = 4$, das Kabel eine Verstärkung von $v = 0,8$ und eine Rauschzahl von $F = 2$. Bei der ersten Anordnung beträgt

$$F_{ges} = 1 + (2 - 1) + \frac{1}{0,8} (4 - 1) = 5,75$$

und bei der zweiten

$$F_{ges} = 1 + (4 - 1) + \frac{1}{100} (2 - 1) \approx 4.$$

10.3.3 Erdungsschleifen (Brumm)

Während thermisches Rauschen oder Schrotrauschen durch physikalische Gesetze gegeben sind und nicht unter einen minimalen Wert reduziert werden können, gibt es auch rein technische Rauschquellen, die prinzipiell vermeidbar sind, aber in der Praxis häufig auftreten. Zu den wichtigsten gehören Erdungsschleifen.

Die Speisung eines elektronischen Gerätes besteht im Idealfall aus einer Wechselspannung und einem Masseanschluss, welcher das Referenzpotenzial ($=0$) darstellt. Der Leiter, der hier angeschlossen ist, hat jedoch einen endlichen Widerstand. Je nach Strom, der durch diesen Leiter fließt, ist dieses Referenzpotenzial somit endlich und variiert mit der

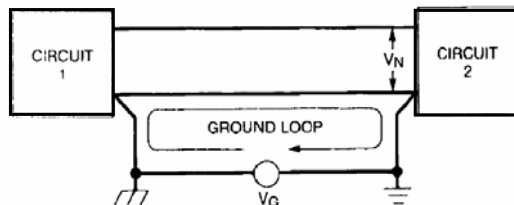


Abbildung 10.33: Entstehen einer Erdschleife.

Netzfrequenz ($=50$ Hz in D). Werden zwei Geräte miteinander verbunden, und ist das Verbindungskabel mit den "Massen" der beiden Geräte verbunden, so fließt auch durch dieses Kabel ein unerwünschter Strom, welcher zu einem Störsignal führt.

Ströme können auch induktiv eingekoppelt werden: So erzeugen Netzgeräte immer ein relativ starkes magnetisches Wechselfeld mit einer Frequenz von 50 Hz. Ein 50 Hz-Feld mit einer Amplitude von 1 μ T erzeugt in einer Leiterschleife von $0,5 \times 0,3$ m eine Spannung

$$U_{ind} = v_G = \omega BA = 45 \mu V.$$

Hat die Schleife einen Widerstand von $R = 0,1$ m Ω , so erzeugt dies einen Strom von $I=450$ mA.

10.3.4 Rauschanpassung

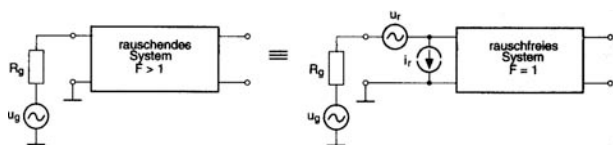


Abbildung 10.34: Impedanzanpassung einer Quelle zur Minimierung des Rauschens.

Für die Minimierung des gemessenen Rauschens ist es häufig nützlich, die Impedanzen anzupassen. Wir betrachten dafür eine Signalquelle und ein rauschendes System, das wir im Ersatzschaltbild als Kombination eines rauschfreien Systems mit einer Spannungsquelle und einer Stromquelle darstellen, welche das Rauschen erzeugen. Diese seien unkorreliert, so dass wir die gesamte Rauschleistung als Summe darstellen können,

$$N_{ges} = N_{U_r} + N_{I_r} = \frac{U_r^2}{R_g} + I_r^2 R_g.$$

Hier stellt R_g die Ausgangsimpedanz der Signalquelle dar. Offenbar wird die gesamte Rauschleistung minimiert wenn

$$\frac{dN_{ges}}{dR_g} = 0 \rightarrow R_g = \sqrt{\frac{U_r^2}{I_r^2}},$$

d.h. indem man die Ausgangsimpedanz gleich dem Verhältnis von Raussspannung zu Rauschstrom (jeweils rms-Werte) setzt.

10.3.5 Lock-In Verstärker

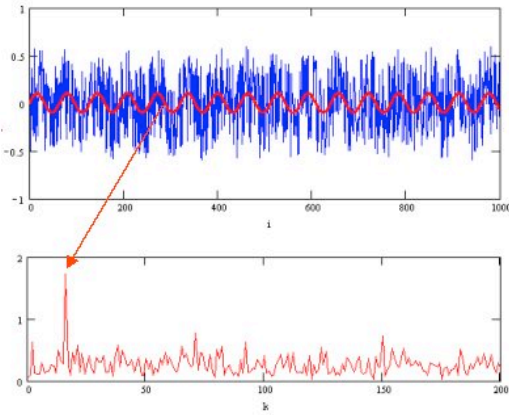


Abbildung 10.35: Verrauschtes periodisches Signal im Zeit- und im Frequenzbereich.

Sind die zu messenden Signale periodisch, so kann es nützlich sein, sie im Frequenzbereich zu messen oder ein sehr schmalbandiges Filter zu verwenden, welches nur Signale bei einer bestimmten Frequenz misst. Die Geräte, welches dies leisten, werden als "lock-in" Verstärker bezeichnet.

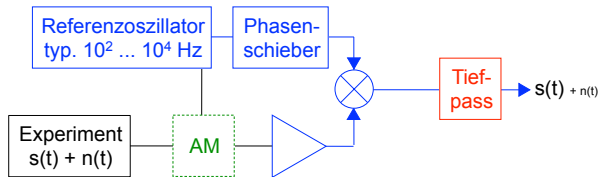


Abbildung 10.36: Prinzipschaltbild eines Lock-in Verstärkers.

Die effektive Bandbreite wird durch die Integrationskonstante T des Tiefpassfilters bestimmt: $\Delta\nu = 1/T$.

Der Zeitraum T der Mittelwertbildung sollte mindestens einige Perioden betragen. Das Rauschen wird dann unterdrückt, wenn dessen Frequenz außerhalb des Frequenzbereiches des Nutzsignals liegt.

Da in vielen Fällen das Rauschen bei niedrigen Frequenzen besonders hoch ist, ist es häufig sinnvoll, kleine Signale zu moduieren, um sie in einen höherfrequenten Bereich zu transformieren, wo das Rauschen geringer ist. Um das modulierte Signal zu dekodieren, verwendet man einen Lock-In Verstärker.

10.3.6 Weitere Maßnahmen

Weitere Maßnahmen zur Reduktion des Rauschens:

- Benutzung rauscharmer Bauteile
- Hochwertiger (gekühlter) Vorverstärker nahe an der Signalquelle
- Rauschanpassung des Vorverstärkers an die Quellenimpedanz
- Einstreuung durch Netz- und Signal Ein- und -ausgangsleitungen minimieren: Stromzuführungen durch RC-Tiefpassfilter, Kapazitive Kopplung: Abstand halten, Erdung; Magnetische Kopplung: μ -Metall Abschirmung; Erdungsschleifen vermeiden (Induktion!); Lastabhängigkeit der Stromversorgung vermeiden (d.h. empfindliche Teile nicht direkt an U-Regler ankoppeln);
- Signale länger mitteln, aber: doppeltes SNR erfordert vierfache Messzeit!!
- Reduktion der Bandbreite durch schmalbandige Filter, Korrelationsverfahren, wie z.B. Lock-In Verstärker.