

# 9 Schwing- und Regelkreise

## 9.1 Oszillatoren

### 9.1.1 Rückgekoppelte Systeme

Eine positive Rückkopplung kann zu Schwingungen im System führen. Dafür betrachten wir einen Verstärker mit unterschiedlichen Lasten und einer Rückkopplung.

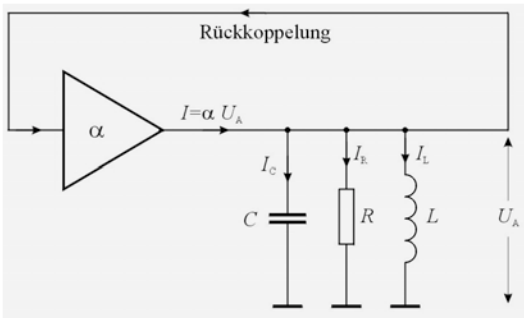


Abbildung 9.1: Rückkopplung und Last.

Der Ausgangsstrom  $I_a$  fließt über die drei Lastimpedanzen ab, während die Ausgangsspannung  $U_a$  in den Eingang zurückgekoppelt wird:

$$I = I_C + I_R + I_L = C\dot{U}_a + \frac{U_a}{R} + \frac{1}{L} \int U_a dt = \alpha U_a.$$

Wir schreiben dies als Differentialgleichung für  $U_a$ :

$$\ddot{U}_a + \frac{1}{RC}\dot{U}_a + \frac{1}{LC}U_a = \frac{\alpha}{C}\dot{U}_a$$

oder

$$\ddot{U}_a + \gamma\dot{U}_a + \omega_0^2 U_a = 0$$

mit Frequenz und Dämpfungskonstante

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \gamma = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{R} - \alpha \right).$$

Somit legt das Produkt  $\alpha R$  aus Verstärkungsfaktor und Dämpfung fest, ob das System gedämpft ist ( $\alpha R < 1$ ) oder ob es schwingt ( $\alpha R > 1$ ).

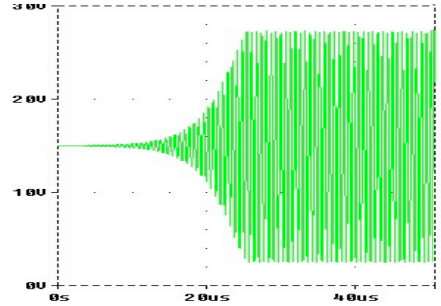


Abbildung 9.2: Einschwingverhalten.

Ist die Dämpfungskonstante negativ,  $\gamma < 0$ , so wächst eine nichtverschwindende Spannungsamplitude exponentiell an, bis das System sättigt. Eine nichtverschwindende Anfangsamplitude kann auch durch Rauschen zustandekommen; in diesem Fall beginnt das System "spontan" zu schwingen.

### 9.1.2 Meissner-Oszillator

Bei der Implementation eines Oszillators muss sichergestellt werden, dass

- Die Phasenlage der Rückkopplung stimmt.
- Die Verstärkung im richtigen Bereich liegt: Sie soll hoch genug sein für einen stabilen Betrieb, aber eine Übersteuerung des Transistors vermeiden, weil dadurch zu viele Nichtlinearitäten entstehen.
- Gleichspannungen in der Rückkopplung eliminiert werden, meist durch Kondensatoren.

Eine typische Schaltung für einen Oszillator ist der Meissner-Oszillator, der 1913 von Alexander Meißner patentiert wurde. Er verwendet einen Verstärker (heute meist ein Transistor) und koppelt diesen mit einer Phasenverschiebung von 0 zurück.

Wie in Abb. 9.3 gezeigt wird dafür z.B. eine Emitter-Schaltung verwendet. Bei einer Emittschaltung wird

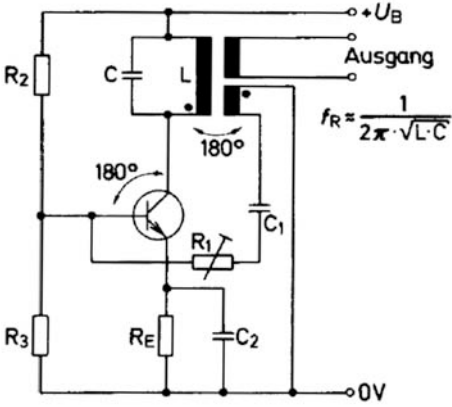


Abbildung 9.3: Meißner Oszillator als Transistor-Emitter Schaltung.

allgemein die Phase des Ausgangssignals gegenüber dem Eingangssignal um 180 Grad verschoben. Eine direkte Rückkopplung würde somit eine Gegenkopplung ergeben und damit nicht schwingen. Man addiert deshalb eine zusätzliche Phasenverschiebung um 180 Grad, indem das Signal für die Rückkopplung über einen geeignet gewickelten Transformator abgegriffen wird. Dieser liefert gleichzeitig die Entkopplung von der Gleichspannung. Der eigentliche Oszillator ist in diesem Fall der LC Schwingkreis am Kollektor.

Eine Alternative ist die Verwendung einer Basischaltung. Hier sind Emitter und Kollektor in Phase, eine weitere Verschiebung ist nicht notwendig. In diesem Fall kann die Rückkopplung auch über den Primärkreis des Transformators erfolgen, wie in den beiden folgenden Beispielen.

### 9.1.3 Hartley- und Colpitts-Schaltungen

Bei der Hartley-Schaltung verwendet man eine Basischaltung. Hier wirkt die Primärseite des Transformators zusammen mit dem Kondensator C als Schwingkreis. Das Signal des Schwingkreises wird induktiv geteilt und über den Kondensator C<sub>1</sub> auf den Emitter rückgekoppelt. Hier ist das Ausgangssignal in Phase mit der Basisspannung, es wird keine Phasenverschiebung benötigt.

Die Colpitts-Schaltung ist sehr ähnlich, aber der Spannungsteiler für die Rückkopplung ist hier ka-

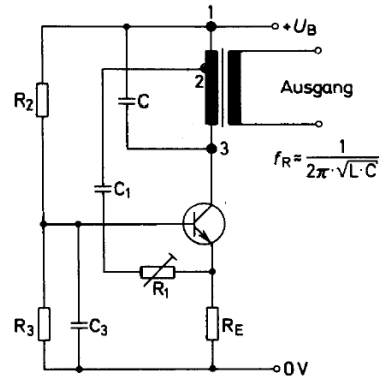


Abbildung 9.4: Hartley-Schaltung (induktive Dreipunkt kopplung).

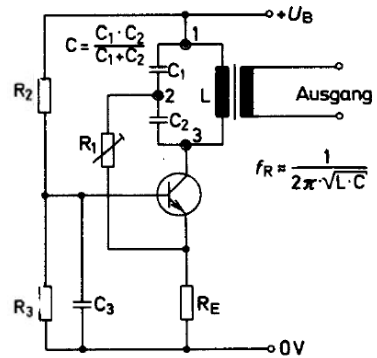


Abbildung 9.5: Colpitts-Schaltung (kapazitive Dreipunkt kopplung).

pazitiv realisiert. Der Schwingkreis besteht wiederum aus der primärseitigen Induktivität L und dem Kondensator C, der durch die Serienschaltung von C<sub>1</sub> und C<sub>2</sub> gegeben ist.

### 9.1.4 Quarzoszillator

Anstelle des LC-Schwingkreises kann man auch andere Oszillatoren verwenden, wie z.B. einen Schwingquartz. Diese können eine sehr hohe Güte besitzen (10<sup>6</sup>..10<sup>10</sup>); ihre Resonanzfrequenz wird durch ihre Abmessungen bestimmt. Bei der Pierce-Schaltung dient ein CMOS Transistor als Verstärker.

Die Verwendung von mechanischen Oszillatoren in elektronischen Schaltungen basiert meist auf dem Piezo-Effekt: In geeigneten Materialien erzeugen

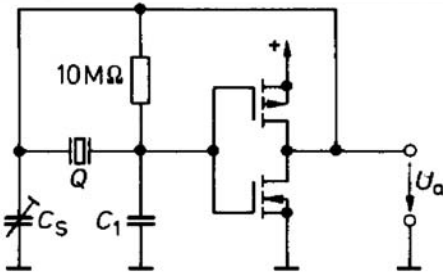


Abbildung 9.6: Pierce-Schaltung.

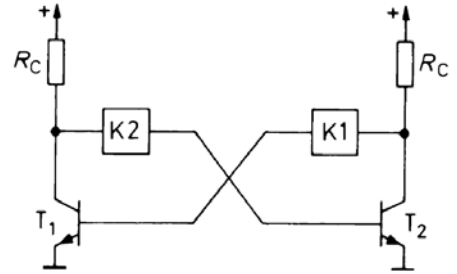


Abbildung 9.8: Kipperschaltung.

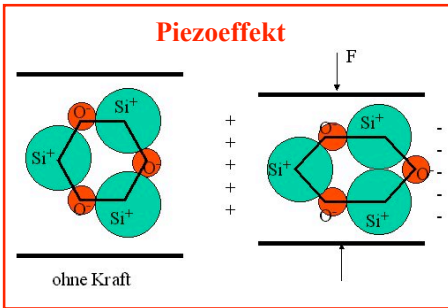


Abbildung 9.7: Piezo-Effekt in Quarz.

Deformationen eine elektrische Polarisation, d.h. ein elektrisches Dipolmoment. Dieses kann kapazitiv abgegriffen werden. Besonders intensiv wird dieser Effekt in Quarz verwendet.

## 9.2 Kippschaltungen

### 9.2.1 Grundlagen

Verstärkt man die Rückkopplung, so dass sich die Transistoren vorwiegend im vollständig gesperrten oder vollständig gesättigten Betrieb befinden, so erhält man anstelle eines sinusförmigen Signals ein Rechtecksignal.

Über die Art der Kopplung kann man das Verhalten bestimmen. Abb. 9.8 zeigt das generische Beispiel: 2 Transistoren sind über Koppelglieder  $K_1$  und  $K_2$  aneinander gekoppelt. Verwendet man zwei resistive Koppelglieder, so erhält man ein Flip-Flop, welches in zwei Zuständen stabil arbeitet. Ist eines der Glieder ein Kondensator, so erhält man ein Monoflop (eine monostabile Kippschaltung), werden beide Kopp-

lungen kapazitiv ausgeführt, so ist die Schaltung astabil, man erhält einen Multivibrator.

### 9.2.2 Flip-Flop

Ein Flip-Flop dient zur Speicherung eines Pulses. Im Gegensatz zum Schmitt-Trigger, welcher nach dem Ende des Signals zurückschaltet, muss der RS Flip-Flop durch einen weiteren Puls ("Reset") zurückgesetzt werden. Die Schaltung hat positive Logik, die Pulse schalten zwischen low und high / 0 und 5 V.

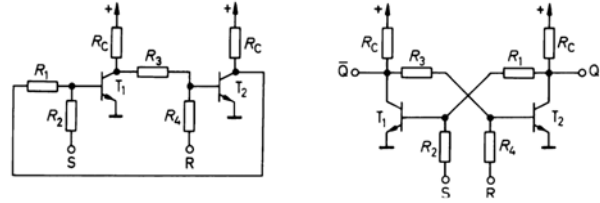


Abbildung 9.9: RS Flip-Flop Schaltung.

Bei einem Puls auf S (=Set) beginnt  $T_1$  zu leiten. Dadurch wird  $U_{C1}$  niedrig, ebenso  $U_{B2}$ . Damit sperrt  $T_2$ ,  $U_{C2}$  wird hoch, ebenso  $U_{B1}$ . Damit leitet  $T_1$  auch nach dem Ende des Schaltimpulses.

Wird auf dem R (=Reset) Eingang ein Puls angelegt, während  $S = 0$ , so erfolgt eine analoge Schaltsequenz, wobei die Indizes 1 und 2 vertauscht sind: die Schaltung ist symmetrisch.

R	S	Q	$\bar{Q}$
0	0	wie	vorher
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	?	?

Sind beide Eingänge auf 0, so bleibt der Zustand erhalten: die Schaltung wirkt als binärer Speicher (1 bit = 1 binary digit). Sind beide Eingänge gleichzeitig hoch gesetzt, so ist die Antwort nicht definiert; solche Situationen sollten also vermieden werden.

### 9.2.3 Monoflop

Ersetzt man einen der beiden Kopplungswiderstände durch einen Kondensator, so wird einer der beiden Zustände instabil, es entsteht ein 'monostabiler Univibrator' oder Monoflop.

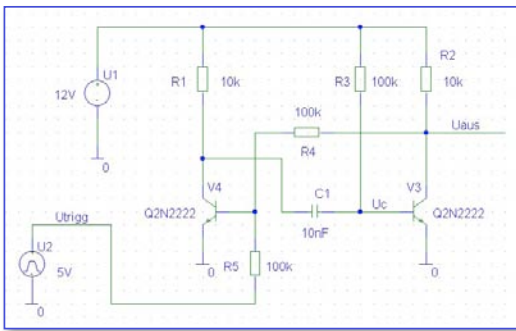


Abbildung 9.10: MonoFlop Schaltung.

Wenn man sich zunächst den Kondensator C wegdenkt, dann sorgt der Basiswiderstand  $R_3$  dafür, dass der Transistor T2 vollständig durchgesteuert ist. Zwischen Kollektor und Emitter liegt nur noch eine sehr kleine, vernachlässigbare Spannung. Deshalb fließt auch über den zweiten Basiswiderstand  $R_4$  kein Strom. Der Transistor T1 ist also gesperrt, sein Kollektor liegt auf dem Potential der Versorgungsspannung (in der Schaltung bei +12 V). Das ist der stabile Zustand, an dem auch der Kondensator C zunächst nichts ändert.

Nun wird über den Widerstand  $R_5$  von einem Puls-generator ein positiver Triggerpuls gegeben, der den Transistor T2 leitend macht, so dass an seinem Kollektor die Spannung abnimmt. Dieser negative Spannungspuls gelangt über den Kondensator C an die Basis des Transistors T2 und sperrt diesen. Dadurch steigt die Spannung an dessen Kollektor und verstärkt über den Widerstand  $R_4$  die Wirkung des Triggerpulses. Durch diese Rückkoppelung wird die Spannungsänderung erheblich beschleunigt, bis T1

völlig gesättigt und T2 gesperrt ist. Hierbei darf man in guter Näherung annehmen, dass die Spannungsänderung so schnell erfolgt, dass sich in der kurzen Zeit der Übergangs vom gesperrten zum gesättigten Zustand (bzw. umgekehrt) die Spannung des Kondensators nicht wesentlich ändert. Im Ausgangszustand liegt der linke Kontakt von C auf  $U_{V+} = +12$  V, während der rechte Kontakt über die Basis von T2 praktisch auf Nullpotential liegt. Nach dem Trigger liegt der Kollektor von T1 ungefähr auf Nullpotential und bleibt dort für eine gewisse Zeit, da T1 gesperrt ist.

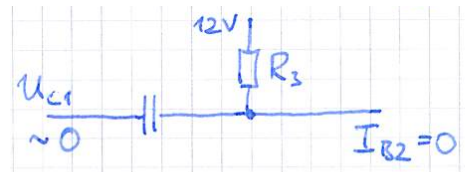


Abbildung 9.11: Spannungen im FlipFlop.

Durch den Spannungspuls auf der linken Seite des Transistors wird die rechte Seite und damit die Basis von T2 auf etwa  $-U_{V+}$  gezogen. Dieser Zustand ist aber nicht stabil, da über  $R_3$  der Kondensator auf der Basisseite wieder positiv aufgeladen wird. Ohne T2 würde der Kondensator so von  $-U_{V+}$  bis  $+U_{V+}$  umgeladen und zwar in der zeitlichen Entwicklung nach der Beziehung

$$U(t) = U_{V+} \left( 1 - 2e^{-t/CR_3} \right). \quad (9.1)$$

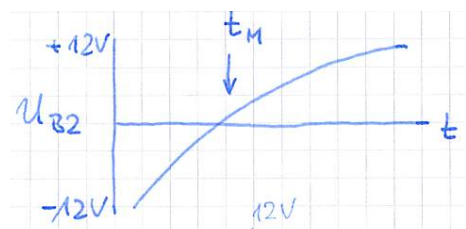


Abbildung 9.12: Anstieg der Kondensator-Spannung.

Diese Umladung wird aber plötzlich abgebrochen, wenn die Spannung positives Potential erreicht und damit der Transistor T2 wieder leitend wird. Dann kippt die Schaltung schnell in den stabilen Ausgangszustand zurück, der solange beibehalten wird,

bis der nächste Triggerpuls kommt. Das Zurückkippen der Schaltung erfolgt also, wenn  $U(t) > 0$  V ist,

$$1 - 2e^{-t_p/CR_3} = 0.$$

Damit folgt für die Länge des Pulses

$$t_p = CR_3 \ln 2 \approx 0.7CR_3.$$

Für die Schaltung in Abb. 9.10 erwartet man daher mit  $C = 10$  nF und  $R_3 = 100$  k $\Omega$  eine Impulslänge von  $t_p = 0.69$  ms.

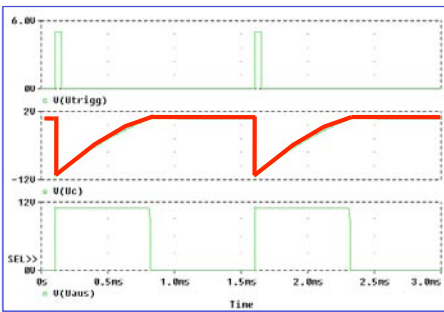


Abbildung 9.13: Simulation des Monoflops.

Nach dem Puls muss eine Ruhezeit von  $\approx 5R_1C$  eingehalten werden, damit der Kondensator vollständig geladen werden kann, sonst fängt man mit einer anderen Ladung an, das Verhalten des Systems wird dann abhängig von der Vorgeschichte.

### 9.2.4 Astabiler Multivibrator

Ersetzt man auch den zweiten Rückkopplungswiderstand durch einen Kondensator, so wird auch der zweite Zustand instabil, das System kippt immer wieder aus einem in den anderen Zustand.

Die Zeitkonstanten für die Ladung der beiden Kondensatoren sind

$$t_1 = C_2R_3 \ln 2 \quad t_2 = C_1R_4 \ln 2.$$

Werden die  $R$  und  $C$  unterschiedlich gewählt, so weicht das Tastverhältnis von 0.5 ab. Für Frequenzen unterhalb von 100 Hz werden die  $C$ 's sehr groß, bei Frequenzen oberhalb von 100 kHz spielen die Schaltzeiten der Transistoren eine Rolle.

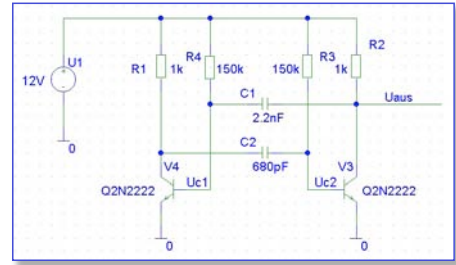


Abbildung 9.14: Schaltung für den astablen Multivibrator.

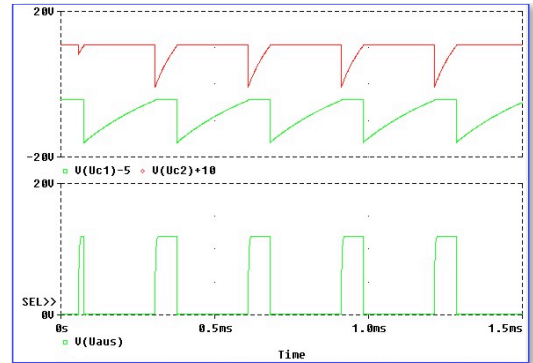


Abbildung 9.15: Zeitliches Verhalten des astablen Multivibrator.

## 9.3 Regelkreise

### 9.3.1 Grundlagen

Bei Steuerung und Regelung geht es darum, ein Gerät so zu steuern, dass ein bestimmtes Ziel möglichst gut erreicht wird. Ein typisches Beispiel ist die Steuerung der Drehzahl bei einem Motor.

Der wesentliche Unterschied zwischen Steuerung und Regelung liegt darin, dass bei der Steuerung der aktuelle Wert der Zielgröße nicht bekannt ist. Als Beispiel ist hier die Heizung eines Zimmers dargestellt. Im Fall der Steuerung wird die Heizung auf Grund einer Zeit oder eines Außenthermometers geschaltet. Von einer Regelung spricht man dann, wenn auch die Temperatur des Zimmers gemessen wird. Damit wird der Regelungskreis geschlossen.

In einem physikalischen Forschungslabor gibt es sehr viele Anwendungen für Regelung. Zu den wichtigsten und häufigsten Beispielen gehört die Tem-

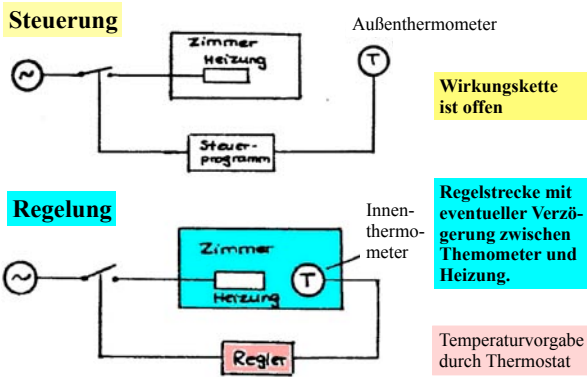


Abbildung 9.16: Vergleich von Steuerung und Regelung: oben die Steuerung, unten die Regelung mit einem geschlossenen Regelkreis.

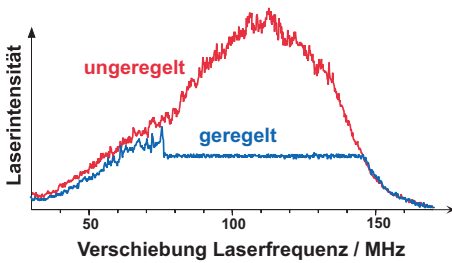


Abbildung 9.17: Regelung der Intensität eines Laserstrahls.

peratursteuerung. Abb. zeigt ein Beispiel aus einem Optiklabor: Hier wird die Frequenz eines Laserstrahls verändert. Die Effizienz des verwendeten Modulators hängt stark von der Frequenz ab. Die obere Kurve zeigt, wie dies zu einer starken Variation der Laserintensität mit der Laserfrequenz führt. Die kann verringert werden, indem man die Laserintensität über eine Regelung konstante hält. Auf ähnliche Weise kann man die Frequenz eines Laser stabilisieren. Ei freilaufender Farbstofflaser hat eine Linienbreite im Bereich von 20 MHz. Durch eine Regelung kann man dies um mehr als 3 Größenordnungen reduzieren, in hochgezüchteten Systemen wird die Linienbreite auf weniger als 1 Hz reduziert.

Das Ziel der Regelung ist es, die Differenz zwischen Istwert  $X$  und Sollwert  $W$  möglichst gering zu halten. Dazu wird die Differenz verstärkt und auf die Stellgröße  $Y$  übertragen. Diese beeinflusst das

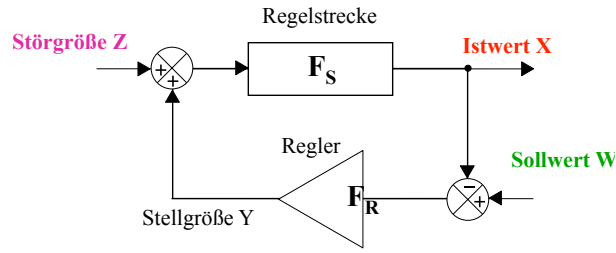


Abbildung 9.18: Regelkreis.

System (die Heizung und damit die Zimmertemperatur), allerdings wirkt zusätzlich immer auch eine Störgröße  $Z$ . Außerdem reagieren weder der Regler noch die Regelstrecke (Heizung und Zimmer) instantan, sondern sie haben eine gewisse Trägheit. Die Antwort von Regler und Regelstrecke hängen somit von der Zeit, resp. der Frequenz ab.

Die Art der Regelung kann auf unterschiedliche Weise erfolgen; so unterscheidet man zwischen stetigen Reglern, bei denen z.B. die Heizleistung kontinuierlich angepasst wird, und nichtstetigen Regelungen, wie z.B. die Temperaturregelung eines Kühlschranks, welche lediglich den Kompressor ein- und ausschaltet, also nur 2 mögliche Stellungen kennt. Wir beschränken uns hier auf kontinuierliche Regelungen.

### 9.3.2 Linearisierte Beschreibung

Wir schreiben für die Übertragungsfunktion des Reglers  $F_R(\omega)$  und für die Übertragungsfunktion der Regelstrecke  $F_S(\omega)$ . Die zeitliche Verzögerung entspricht einem Tiefpassverhalten: sie führt zu einer Phasenverschiebung, die mit zunehmender Frequenz wächst. Mit diesen Definitionen erhalten wir für die Stellgröße

$$Y = F_R(W - X)$$

und für den Istwert

$$X = F_S(Y + Z).$$

Wir eliminieren die Stellgröße  $Y$  und erhalten

$$X = (W - X)F_RF_S + ZF_S$$

und damit

$$X = \frac{F_R F_S}{1 + F_R F_S} W + \frac{F_S}{1 + F_R F_S} Z.$$

Hier bezeichnet der Koeffizient von  $W$  die Sollwert-Übertragungsfunktion, der Koeffizient von  $Z$  die Stör-Übertragungsfunktion. Ist die Verstärkung groß genug,  $F_R \rightarrow \infty$ , so verschwindet der Einfluss der Störgröße und der Istwert entspricht dem Sollwert,  $X = W$ . Voraussetzung dafür ist, dass das System stabil ist, d.h., dass die Phasenreserve groß genug ist.

Für  $F_R$  groß, aber endlich wird

$$\frac{X}{W} \approx \frac{F_S F_R}{1 + F_S F_R}.$$

Die relative Regelabweichung (droop) beträgt

$$\left| \frac{X - W}{W} \right| = \left| \frac{X}{W} - 1 \right| = \frac{1}{|1 + F_S F_R|} \neq 0.$$

Für  $F_S = 1$ ,  $F_R = 10$ , z.B., erhalten wir eine Abweichung von 9%.

Für den Niederfrequenz-Grenzwert der Übertragungsfunktion,

$$F_{S,R}(\omega \rightarrow 0) = K_{S,R}$$

verwenden wir die Größe  $K_{S,R}$ .

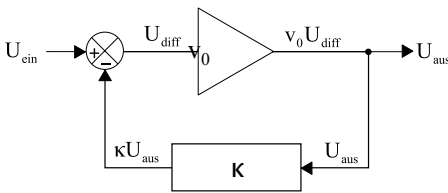


Abbildung 9.19: Darstellung des Regelkreises als elektronische Schaltung.

Abb. 9.19 zeigt eine alternative Darstellung, als rein elektronische Schaltung. Hier stellt  $U_e$  den Sollwert dar. Den Istwert  $U_a$  erhält man somit als

$$U_a = \frac{v_0}{1 + \kappa v_0} U_e.$$

Auch hier wird  $U_a = U_e$ , falls die Verstärkung  $\kappa$  groß genug ist und das System stabil bleibt.

### 9.3.3 Stabilität

Der geschlossene Regelkreis bei einer Regelung bietet die Chance, auf Störungen zu reagieren und das gewünschte Verhalten praktisch beliebig präzise zu steuern. Die große Schwierigkeit liegt darin, Instabilitäten im System zu vermeiden. Wie bereits im letzten Kapitel diskutiert entstehen Oszillationen dann, wenn aus der Gegenkopplung durch eine entsprechende Phasenverzögerung eine Mitkopplung wird. In diesem Fall divergiert die Übertragungsfunktion für

$$1 + F_S(\omega)F_R(\omega) = 0.$$

Man bezeichnet  $F_S(\omega)F_R(\omega) = F_o(\omega)$ , als Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises.



Abbildung 9.20: Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises als Reihenschaltung.

Kriterien für die Stabilität wurden erarbeitet von

- Hurwitz (DGL, Zeitraum, umständlich)
- Nyquist (Laplace-Analyse, Einschwingverhalten)
- Bode:  $F_o(\omega)$  und  $\varphi(\omega)$  für eingeschwingenen Zustand bestimmen: wichtig für die Praxis.

Analog zum OP muss die Phasenreserve  $\varphi_{res}$  genügend groß sein.

Phasenverzögerungen entstehen bei allen Stufen. Als einfachstes Beispiel betrachten wir eine Übertragungsleitung. Beträgt die Laufzeit durch die Leitung  $\tau$ , so verschiebt sich dadurch die Phase des Signals um  $\omega\tau$ , d.h. die Phasenverschiebung nimmt linear mit der Frequenz zu.

### 9.3.4 Beispiel: Geregeltes Netzteil

Wir analysieren als Beispiel ein "längsgerichtetes Netzteil" wie in Abb. 9.21 gezeigt. Dieses soll eine konstante Ausgangsspannung  $U_a$  erzeugen und diese konstant halten, auch wenn die Eingangsspannung  $U_e$  oder der Lastwiderstand  $R_L$  sich ändern.

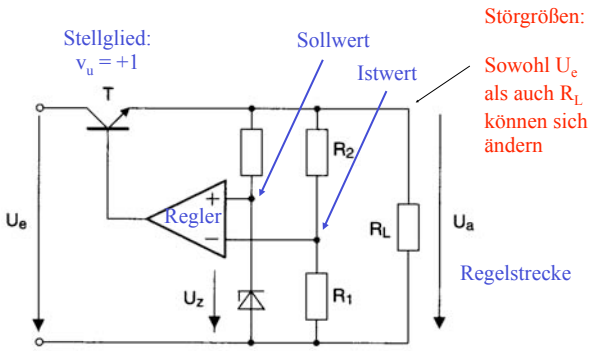


Abbildung 9.21: Längsregler zur Spannungsstabilisierung.

Als Stellglied dient ein Transistor, dessen Basis von einem OP angesteuert wird. Am nichtinvertierenden Eingang des OPs wird der Sollwert angeschlossen, der über eine Z-Diode erzeugt wird. Der Istwert (die aktuelle Ausgangsspannung) wird über einen Spannungsteiler auf den invertierenden Eingang gelegt. Der OP verstärkt die Differenz und gibt sie auf die Basis des Stellglieds. Sind die Änderungen von  $U_e$  und  $R_L$  genügend langsam, dass der Regelkreis praktisch verzögerungsfrei funktioniert, dann sind hohe Verstärkung und kleiner Droop realisierbar.

**Vereinfachter Schaltplan**

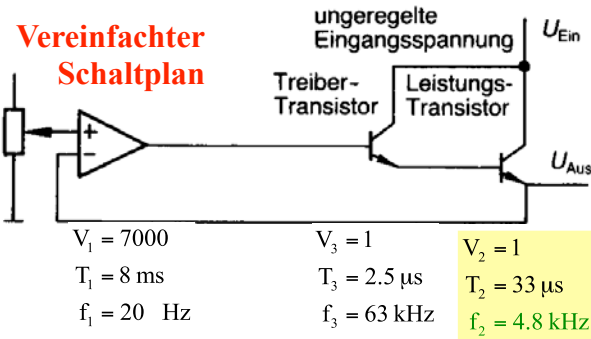


Abbildung 9.22: Schaltplan für die Regelung des Netzteils.

Abb. 9.22 zeigt einen möglichen Schaltplan für die Regelung des Netzteils: Die unregulierte Eingangsspannung steht bei  $U_{ein}$  zur Verfügung. Wir gehen davon aus, dass der OP eine Verstärkung von 7000 bei einer Grenzfrequenz von 20 kHz aufweist. Der Leistungstransistor soll keine Spannungsverstärkung haben ( $V_U = 1$ ) und eine Grenzfrequenz von 4.8 kHz,

während der Treibertransistor ebenfalls keine Verstärkung, aber eine Grenzfrequenz von 63 kHz aufweist.

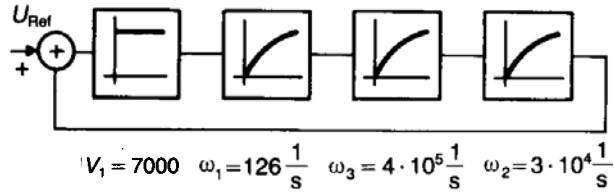


Abbildung 9.23: Transferfunktionen des Netzteils.

Für die Stabilitätsanalyse betrachten wir das Bode-Diagramm, das in Abb. 9.24 dargestellt ist.

Die obere Hälfte stellt die Verstärkung als Funktion der Frequenz dar, die untere Hälfte den Phasengang. Die Beiträge der drei Stufen sind dabei getrennt dargestellt:  $A_1, P_1$  bezeichnet den OP,  $A_2, P_2$  den Leistungstransistor, und  $A_3, P_3$  den Treibertransistor. Der Phasengang ist für jede Stufe der gleiche: die Verzögerung wird etwa eine Dekade unterhalb der Grenzfrequenz sichtbar, erreicht bei der Grenzfrequenz  $45^\circ$  und nach einer weiteren Dekade rund  $90^\circ$ .

Betrachten wir die Gesamtverstärkung  $A(\omega)$  und den gesamten Phasengang  $P(\omega)$ , so sehen wir, dass die Verstärkung bei einer Phasenverschiebung von  $\varphi = 180$  Grad noch +4 dB beträgt. Damit schwingt das System mit einer Frequenz von ca.  $\omega \approx 10^5 \text{ s}^{-1} = 17 \text{ kHz}$ .

Mit Hilfe eines 66x schnelleren Leistungstransistors und einer Reduktion der Verstärkung um einen Faktor 10 kann die Verstärkungskurve so verschoben werden, dass die Verstärkung bei einer Phasenreserve von  $\varphi_{res} \approx 60$  Grad unter 1 sinkt. Damit wird das System stabil. Auf diese Weise trägt die erste Stufe maximal 90 Grad zur Phasendrehung bei, die zweite 30 Grad, während die übrigen Beiträge vernachlässigbar sind. Dies entspricht dem allgemeinen Prinzip, dass eine Regelung dann stabil arbeitet, wenn eine Stufe das Phasenverhalten dominiert.

Das hier gewählte Beispiel ist vor allem auch insofern relativ einfach, als wir die gesamte Regelstrecke als elektronische Schaltung kennen und berechnen können. Bei anderen Systemen, wie z.B. der Tempe-



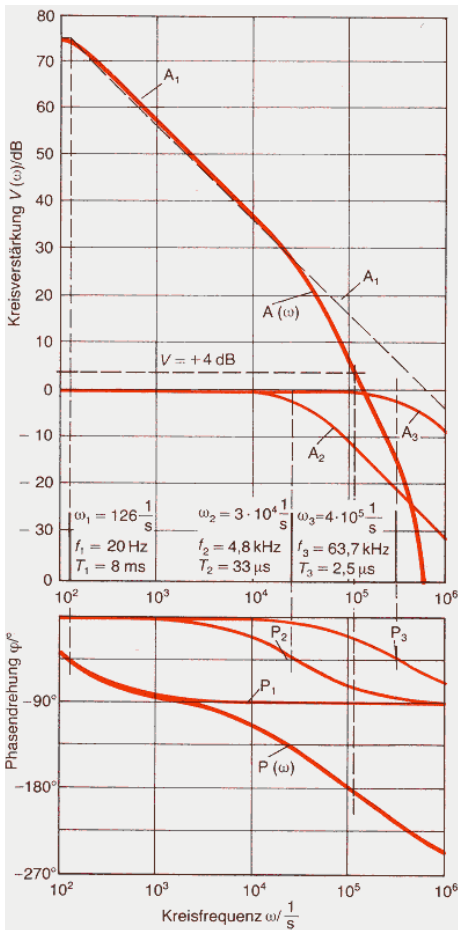


Abbildung 9.24: Transferfunktionen des instabilen Netzteils.

ratursteuerung des Zimmers, gibt es jedoch immer auch Teilstrecken, deren Transferfunktion nicht oder nur ungenau bekannt ist, wie z.B. die Verzögerung zwischen Einschalten der Heizung und Reaktion des Thermostaten. In diesem Fällen müssen jeweils die Parameter der Regelung auf das Verhalten des Systems angepasst werden.

### 9.3.5 Übersicht Reglertypen

Die Übertragungsfunktion des Reglers kann auf unterschiedliche Weise an die Anforderungen angepasst werden. Abb. 9.26 und 9.27 geben eine Übersicht über die wichtigsten Elemente, die in einem Regelkreis auftreten. Dargestellt sind die Differentialgleichung, welche das Glied beschreibt, die Sprun-

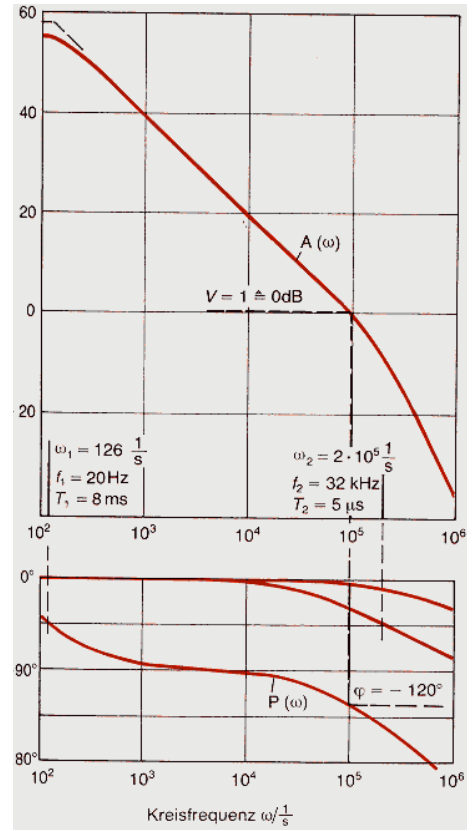


Abbildung 9.25: Transferfunktionen des Netzteils nach der Korrektur: jetzt ist es stabil.

antwort, die Übertragungsfunktion und das zugehörige Bode-Diagramm. Die letzte Kolonne zeigt jeweils ein Beispiel. Im folgenden Abschnitt werden die P, I und D Glieder (Zeilen 1, 3 und 4) einzeln diskutiert.

### 9.3.6 Proportional, Integral und Differential-Regler

Oft baut man einen Regler aus 3 bewährten Komponenten: einem Proportional-, einem Integral- und einem Differentialterm.

#### Proportionalregler

Beim Proportionalregler ist die Übergangsfunktion

$$Y = K_P(W - X).$$

Regelglied	Differentialgleichung	Sprungantwort = Symbol des Regelgliedes	Übertragungsfunktion	Bode-Diagramm Verstärkung ( $\omega$ ) Phase ( $\varphi$ )	Beispiel
P Proportionalglied	$u_s(t) = K u_e(t)$		$F(\omega) = \frac{u_s(\omega)}{u_e(\omega)} = K$ $F(s) = \frac{u_s(s)}{u_e(s)} = K$		elektrisch: Hebel, drehbar um A mechanisch:
$T_1$ Verzögerungsglied 1. Ordnung	$T \frac{d u_s(t)}{d t} + u_s(t) = K u_e(t)$		$F(\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T_1}$ $F(s) = \frac{K}{1 + sT_1}$		elektrisch: mechanisch:
I Integralglied	$u_s(t) = K \int u_e(t) dt$		$F(\omega) = \frac{K}{j\omega}$ $F(s) = \frac{K}{s}$		elektrisch: mechanisch:
D Differenzierglied	$u_s(t) = K \frac{d u_e(t)}{d t}$		$F(\omega) = j\omega K$ $F(s) = sK$		elektrisch: mechanisch:

Abbildung 9.26: Aufbau und Verhalten einiger wichtiger Glieder im Regelkreis.

Regelglied	Differentialgleichung	Sprungantwort = Symbol des Regelgliedes	Übertragungsfunktion	Bode-Diagramm Verstärkung ( $\omega$ ) Phase ( $\varphi$ )	Beispiel
$D, T_1$ Differenzierglied mit Verzögerung	$T_1 \frac{d^2 u_s(t)}{d t^2} + \frac{d u_s(t)}{d t} + u_s(t) = K \frac{d u_e(t)}{d t}$		$F(\omega) = \frac{j\omega K}{1 + j\omega T_1}$ $F(s) = \frac{sK}{1 + sT_1}$		elektrisch: mechanisch:
$T_2$ Verzögerungsglied 2. Ordnung	$T_2 \frac{d^2 u_s(t)}{d t^2} + T_1 \frac{d u_s(t)}{d t} + u_s(t) = K u_e(t)$		$F(\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T_1 - \omega^2 T_1^2}$ $F(s) = \frac{K}{1 + sT_1 + s^2 T_1^2}$		elektrisch: mechanisch:
periodisch	$D = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_1}{K T_2}}$		$1 + sT_1 + s^2 T_1^2$		elektrisch: mechanisch:

"Schalt"-Symbole: ...

Abbildung 9.27: Aufbau und Verhalten einiger wichtiger Glieder im Regelkreis.

Eine stufenförmige Anregung ergibt somit eine stufenförmige Sprungantwort. In einem realen Regelsystem reagiert das System verzögert, mit einer Verzögerungszeit  $T_1$ , so dass ein Proportionalregler in der Praxis immer auch ein Tiefpassverhalten zeigt.

### Integrierender Regler

Beim Integralregler ist die Transferfunktion proportional zum Integral der Regelabweichung,

$$Y = K_I \int (W - X) dt.$$

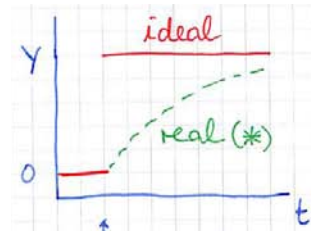


Abbildung 9.28: Verhalten eines idealen und eines realen Proportionalreglers bei Änderung des Sollwertes.

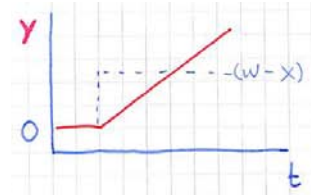


Abbildung 9.29: Verhalten eines Integralreglers bei Änderung des Sollwertes.

Die Regelfunktion steigt, bis die Regelabweichung verschwindet und bleibt dann konstant. Das "Hochlaufen" kann relativ langsam sein. Es kann notwendig sein, den Bereich einzuschränken.

### Differenzierender Regler

Beim differenzierenden Regler ist die Antwort proportional zur Änderung in der Regelabweichung,

$$Y = K_D \frac{d(W - X)}{dt}.$$

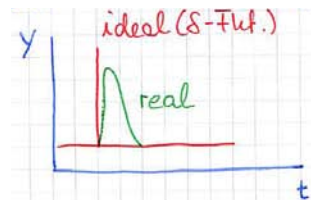


Abbildung 9.30: Verhalten eines idealen und eines realen Differentialreglers bei Änderung des Sollwertes.

Im Idealfall reagiert er somit auf eine stufenförmige Änderung mit einer Deltafunktion. Die Steigung

ist umso größer je größer die Regelabweichung ist. Der Differenzialteil beschleunigt die Regelung, erhöht aber das Rauschen.

### 9.3.7 PID Regler

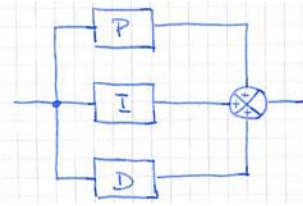


Abbildung 9.31: Schaltplan für einen PID-Regler.

Beim PID Regler werden ein P, ein I und ein D Regler parallel geschaltet und addiert.

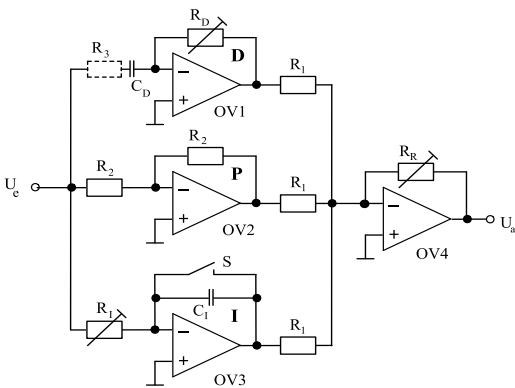


Abbildung 9.32: Schaltplan für einen PID-Regler.

Die Gewichte der einzelnen Stufen können eingestellt werden. Der invertierende Verstärker OV4 kehrt das in den vorangegangenen Stufen invertierte Signal wieder um.

### Vorgehensweise bei der Einstellung eines Reglers

Für eine bestimmte Anwendung müssen die verschiedenen Parameter so eingestellt werden, dass die Regelabweichung möglichst gering ist, der Gleichgewichtswert rasch erreicht wird, und das System stabil bleibt. Wir diskutieren das im Sinne eines Rezeptes für die Anwendung.

Der Sollwert bzw. dessen Änderung wird z. B. als Rechtecksignal vorgegeben. Als Abgleichkriterium verwendet man, dass die Regelung möglichst schnell folgt.

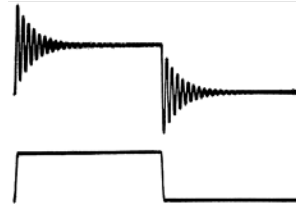


Abbildung 9.33: Einschwingen der Regelung.

Man beginnt mit dem P-Anteil: Mit unwirksamem I- und D-Anteil (Schalter S schließen und  $R_D = 0$  wählen) wird die Verstärkung erhöht, bis der Regelkreis zu schwingen beginnt. Dann die Verstärkung wieder etwas zurücknehmen.

Als zweites folgt der D-Anteil: Die Schwingungsdämpfung wird auf das gewünschte Maß eingestellt.

Als drittes stellt man den I-Anteil ein. Hier wird die Regelabweichung des P-Reglers ausgeglichen, so dass die Einschwingzeit auf den Endwert minimal wird.

### 9.3.8 Komplexe Systeme

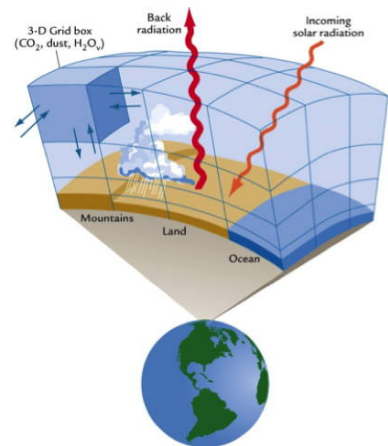


Abbildung 9.34: Klimamodell als Beispiel eines komplexen Systems.

Häufig hat man viele Störgrößen, die nicht alle unabhängig voneinander sind, an unterschiedli-

chen Stellen langer Regelstrecken eingreifen (z.B. Ökosystem, Wirtschaft, ...). In diesen Fällen ist es meist nicht möglich, genügend Tests und Messungen durchzuführen, um das Verhalten im Detail kennen zu lernen. Dadurch wird es praktisch unmöglich, quantitative Werte für die Steuerung zu bestimmen. Bei technischen Systemen sind Ersatzschaltbilder für eine quantitative Analyse unumgänglich.

Für die Analyse haben wir angenommen, dass der Regler wie auch die Regelstrecke linear sei. Dies ist i.A. nicht der Fall; möglich sind prinzipiell beliebige Abhängigkeiten, also z.B.

$$X = F_S(e^Y + Z^3).$$

Die Abhängigkeit von der Störgröße  $Z$  ist hierbei nicht so wichtig, da die Größe selber unbekannt ist und nicht in die Regelung geht. Die Form der Abhängigkeit von der Stellgröße  $Y$  hingegen ist wichtig und hat einen wesentlichen Einfluss auf die Qualität der Regelung. Mögliche Vorgehensweisen beinhalten Linearisierung um den Arbeitspunkt oder adaptive Regelungen, d.h. unterschiedliche Regelparameter in unterschiedlichen Arbeitsbereichen.

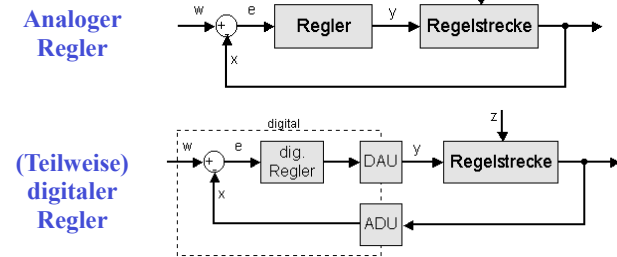


Abbildung 9.35: Vergleich zwischen analoger und (teilweise) digitaler Regelung.

Mit digitalen Reglern lassen sich sehr unterschiedliche Regelungskonzepte implementieren.

### 9.3.9 Nachlaufregler (PLL)

Ein "phase-locked loop" dient dazu, die Frequenz eines lokalen Oszillators an die einer externen Referenz zu koppeln, indem beide in Phase gehalten werden.

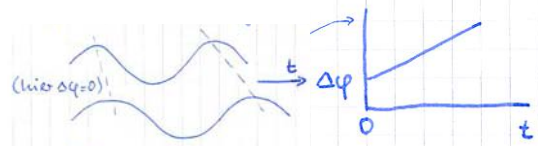


Abbildung 9.36: Eine Frequenzdifferenz (links) erzeugt eine linear mit der Zeit zunehmende Phasendifferenz (rechts).

Der Referenzoszillator liefert das Signal

$$U_{in} = U_{ref} = U_1 \cos(\omega_1 t + \Delta\phi).$$

Das Signal des lokalen (instabilen) Oszillators sei

$$U_{out} = U_2 \cos(\omega_2 t).$$

Somit nimmt die Phasendifferenz

$$\phi(t) = \Delta\phi + (\omega_2 - \omega_1)t$$

linear mit der Zeit zu.

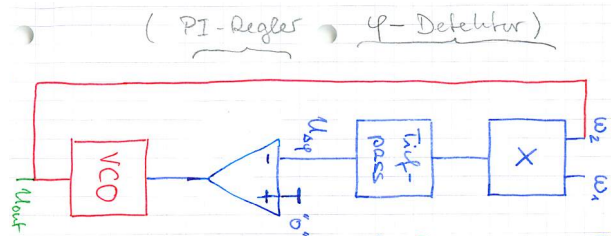


Abbildung 9.37: Regelstrecke eines PLL Reglers.

In der Regelstrecke werden zunächst die beiden Signale miteinander multipliziert (man verwendet dafür z.B. einen Ringmischer). Im Produkt

$$U_{in}U_{out} = U_1U_2 \frac{1}{2} [\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \Delta\phi) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \Delta\phi)]$$

sind die Summen- und Differenzfrequenzen  $\omega_1 \pm \omega_2$  enthalten. Die Summenfrequenz wird mit Hilfe eines Tiefpassfilters weggefiltert. Das verbleibende Signal kann geschrieben werden als

$$\cos(\Delta\omega t + \Delta\phi) = \cos(\Delta\omega t) \cos(\Delta\phi) + \sin(\Delta\omega t) \sin(\Delta\phi).$$

Der Regler sorgt dafür, dass dieses Signal verschwindet. Damit verschwindet der zweite Term, d.h.  $\Delta\omega = 0$ . Somit ist  $\cos(\Delta\omega t) = 1$  und  $U_{\Delta\phi} = 0 = \cos(\Delta\phi)$ . Sorgt die Regelung dafür, dass dieser Term auch verschwindet, so ist das Ziel einer phasenstarken Kopplung (bei  $\phi = \pi/2$ ) erreicht. Dazu wird am VCO die Frequenz geändert, bis das Regelsignal verschwindet.

### 9.3.10 Implementation und Anwendung

Ein PLL funktioniert analog zum Stimmen der Instrumente in einem Orchester. Ein wesentlicher Unterschied zur Stabilisierung einer Frequenz liegt darin, dass beim PLL die Phasenbeziehung konstant bleibt. Bei einer reinen Frequenzstabilisierung driften die Phasen langsam auseinander. Anwendungen des PLL finden sich z.B. bei der Datenübertragung (Taktrückgewinnung), bei der Takterzeugung (Frequenzteilung, Frequenzvervielfachung einer master clock) oder bei der Drehzahlregelung von Motoren.

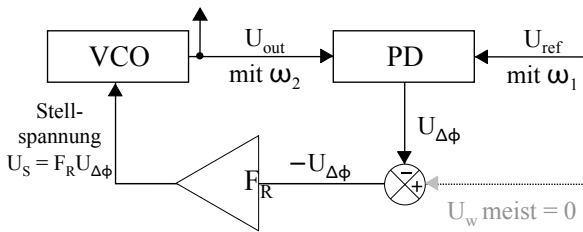


Abbildung 9.38: Schaltkreis eines PLL Reglers.

Der elektronische Schaltkreis, der einen PLL implementiert, beinhaltet als zentrales Element einen Phasendetektor: dieser liefert ein Signal, welches proportional zur Phasendifferenz ist. Das verstärkte Fehlersignal wird z.B. verwendet, um die Frequenz des lokalen Oszillators nachzustellen oder die Drehzahl eines Motors anzupassen.

Ein PLL kann z.B. dazu verwendet werden, eine Frequenz zu vervielfachen: Der Nachlauf-Oszillator wird auf ein  $n$ -Faches der Referenzfrequenz eingestellt. Sein Ausgangssignal wird in einem Zähler um den Faktor  $n$  heruntergezählt und die Phase des Resultats mit der Referenz verglichen. Das Fehlersignal wird wiederum verwendet, um die Frequenz des

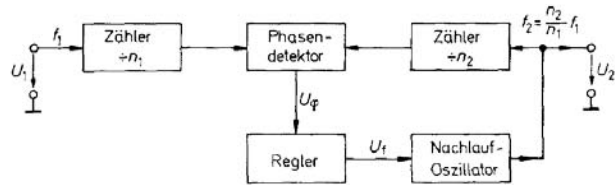


Abbildung 9.39: Frequenzvervielfachung mit einem PLL Regler.

Nachlauf-Oszillators zu korrigieren. Dies wird z.B. in Frequenz-Synthesizern verwendet.

Ein PLL kann auch als sehr schmalbandiges Filter verwendet werden: nur eine Frequenz wird verstärkt, Seitenbänder werden unterdrückt.