

8 Operationsverstärker

Die bisher diskutierten Schaltungen mit Transistoren sind relativ beschränkt in ihrem Anwendungsbereich, da sie meist nur für einen relativ engen Bereich von Parametern befriedigend funktionieren. Dies macht es unmöglich, mehrere wünschenswerte Parameter wie hohe Eingangsimpedanz, niedrige Ausgangsimpedanz und hohe Verstärkung gleichzeitig zu erreichen. Die für die meisten Anwendungen notwendige Rückkopplung macht zudem die Anwendung im Bereich niedriger Frequenzen (DC) schwierig. Wie wir gesehen hatten, ist es deshalb häufig sinnvoll, zu kaskadierten Verstärkern überzugehen, bei denen die positiven Eigenschaften der unterschiedlichen Schaltungen kombiniert werden.

Hier beschäftigen wir uns mit einer Alternative, welche grundsätzlich als konsequente Weiterführung der Kaskadierung verstanden werden kann: man kombiniert mehrere Transistorstufen plus eine entsprechende Beschaltung zu einem 'Operationsverstärker' (=OpAmp). Diese können sehr vielseitig verwendet werden.

8.1 Aufbau und Grundschaltung

8.1.1 Aufbau

Ein Operationsverstärker ist ein integrierter Schaltkreis, der als Differenzverstärker aufgebaut ist. Die erste Stufe (links in Abb. 8.1) ist ein Differenzverstärker mit aktiver Last und hoher Eingangsimpedanz. Es folgt ein DC-gekoppelter Zwischenverstärker (meist mehrstufig) und eine Gegentakt-Endstufe. Indem die Ausgangsspannung an den Emittern abgegriffen wird, stellt man sicher, dass der Ausgangswiderstand möglichst klein ist, dass der Verstärker somit praktisch unabhängig von der Last arbeitet.

Einer der Gründe für diesen Aufbau ist die Notwendigkeit, Drift der Eingangsspannung zu eliminieren. Ein solcher Drift kann bei Transistoren (mono-

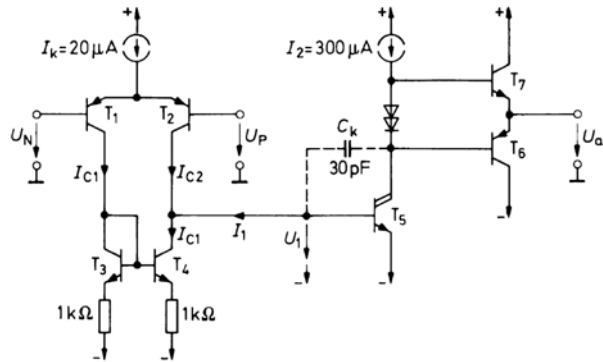


Abbildung 8.1: Prinzipieller Aufbau eines Operationsverstärker, ähnlich zu $\mu A741$.

oder bipolar) aus physikalischen Gründen nicht vermieden werden. Bei einem OP wird er sehr stark reduziert, indem man den Verstärker symmetrisch auslegt, d.h. es werden 2 thermisch eng gekoppelte Verstärker parallel geführt und die Signale am Schluss subtrahiert, so dass die Drift-Effekte der beiden Kanäle subtrahiert werden.

Es existiert eine große Zahl von Operationsverstärkern. Sie besitzen normalerweise einen positiven und einen negativen Eingang, den Ausgang, sowie die positive und die negative Versorgungsspannung (meist ± 15 V).

8.1.2 Funktionsweise und Rückkopplung

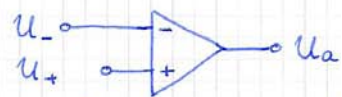


Abbildung 8.2: Operationsverstärker als Differenzverstärker.

Abb. 8.2 zeigt das einfachste Ersatzschaltbild: der Operationsverstärker besitzt einen invertierenden und einen nicht-invertierenden Eingang. Die Aus-

gangsspannung ist proportional zu deren Differenz, multipliziert mit dem Verstärkungsfaktor. Seine Leerlaufverstärkung v_0 ist sehr hoch (z.B. $10^5 - 10^8$). Allerdings wird er in der Praxis meist mit einer Rückkopplung verwendet, welche die Verstärkung reduziert. Der unbeschaltete Operationsverstärker ist meist sehr nichtlinear und nicht immer stabil. Erst die externe Beschaltung bestimmt die Eigenschaften und macht ihn wirklich nützlich.

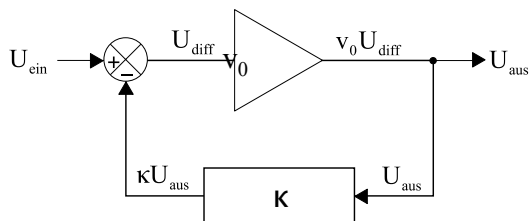


Abbildung 8.4: Beschaltung eines Operationsverstärkers für Gegenkopplung.

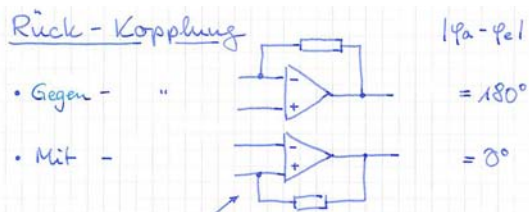


Abbildung 8.3: Beschaltung eines Operationsverstärkers für Gegenkopplung (oben) und Mitkopplung (unten).

Die Rückkopplung kann über den invertierenden oder den nicht-invertierenden Eingang erfolgen. Verwendet man den invertierenden Eingang, so spricht man von Gegenkopplung. In diesem Fall ist das Ausgangssignal gegenüber dem Eingangssignal in Gegenphase ($\varphi_a - \varphi_e = \pi$). Verwendet man den nicht-invertierenden Eingang, so spricht man von Mitkopplung. In diesem Fall sind Eingangs- und Ausgangssignal in Phase ($\varphi_a - \varphi_e = 0$). Dies kann jedoch zu Instabilitäten führen, wie z.B. unerwünschten Schwingungen.

8.2 Gegengekoppelter Verstärker

8.2.1 Prinzip

In der Rückkopplungsschleife wird das Signal um den Faktor κ verstärkt (d.h. abgeschwächt) und in den invertierenden Eingang des Operationsverstärkers eingespeist. κ wird als Kopplungsfaktor bezeichnet und ist i.A. komplex.

Im Gleichgewicht, d.h. im eingeschwungenen Zustand, ist das Differenzsignal, d.h. die Differenz zwischen Eingangssignal und dem rückgekoppelten

Ausgangssignal,

$$U_d = U_e - \kappa U_a$$

und das Ausgangssignal

$$U_a = v_0 U_d.$$

Hier stellt v_0 den "open-loop gain" des OPs dar. Der "closed-loop gain", also die Gesamtverstärkung des Systems mit Rückkopplung, ist

$$v = \frac{U_a}{U_e} = \frac{v_0 U_d}{U_d + \kappa(v_0 U_d)} = \frac{v_0}{1 + \kappa v_0} \approx \frac{1}{\kappa}.$$

Die Näherung gilt für hohen open-loop gain, $v_0 \rightarrow \infty$. Bei genügend hohem v_0 wird somit die Verstärkung nur durch die Rückkopplung definiert, die Details der Eigenschaften des OPs sind nicht mehr wichtig. Dies ist die wesentliche Motivation dafür, OPs mit möglichst hoher Verstärkung auszustatten. Im Limit hoher interner Verstärkung verschwindet das Fehler-signal

$$U_d = \frac{U_a}{v_0} \rightarrow 0.$$

8.2.2 Definition des idealen OPs

- CMRR = ∞ : $U_a = 0$ falls $U_d = 0$.
- $v_0 = \infty$
- $U_d = 0$ folgt aus obigen Punkten
- Eingangswiderstand unendlich, $r_e = \infty$, d.h. es fließt kein Strom in den OP, $I_e = 0$
- Ausgangswiderstand verschwindet, $r_a = 0$
- Hohe Bandbreite, d.h. VBP = ∞

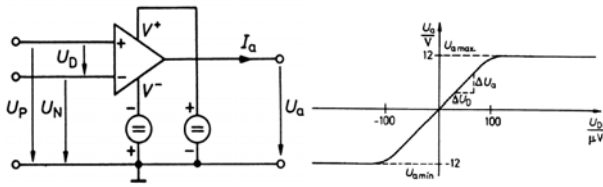


Abbildung 8.5: Anschlüsse eines Operationsverstärkers (links) und Kennlinie eines realen Operationsverstärkers (rechts).

Die meisten Schaltungen kann man gut verstehen, wenn man die beiden “goldenen Regeln” beachtet:

1. Ein OP versucht, U_a so einzuregeln, dass $U_{diff} = 0$.
2. In die Eingänge fließt kein Strom, d.h. $I_e = 0$.

Wir beginnen mit den beiden Grundschaltungen.

8.2.3 Nichtinvertierender Verstärker

Wir beginnen mit dem nichtinvertierenden Verstärker.

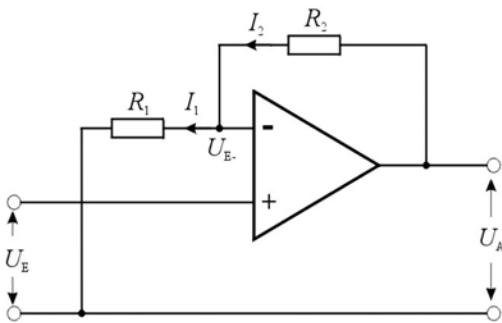


Abbildung 8.6: Aufbau eines nichtinvertierenden Verstärkers mit Hilfe eines Operationsverstärkers.

Hier wird das Eingangssignal mit dem positiven Eingang verbunden, die Rückkopplung wird auf den negativen Eingang gelegt. Die Widerstände R_1, R_2 können auch komplex sein. Unter Benutzung der “goldenen Regeln” ($U_d = 0$) setzen wir

$$U_e = U_+ = U_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_a.$$

Die Verstärkung ist somit

$$v = \frac{U_a}{U_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1} > 0,$$

d.h. nicht invertierend.

8.2.4 Anwendungsbeispiel: Elektrometerverstärker

Ein idealer Elektrometerverstärker hat

- $r_e = \infty$
- $r_a = 0$

Der erste Punkt ist für OPs mit einer FET-Eingangsstufe in guter Näherung erfüllt. Reale OPs haben jedoch Ausgangsimpedanzen im Bereich von $k\Omega$. Dies kann durch eine geeignete Rückkopplung kompensiert werden: Wir setzen $R_1 = \infty, R_2 = 0$, d.h. wir koppeln den Ausgang direkt zurück auf den invertierenden Eingang ($\kappa = 1$). Damit wird die Verstärkung $v = 1$, wir erhalten also einen Spannungsfolger.

Wir berechnen die effektive Ausgangsimpedanz

$$r_a = \frac{dU_a}{dI_a}$$

aus

$$dU_a = v_0 dU_d + r_a dI_a$$

und

$$dU_d = -\kappa dU_a$$

erhalten wir

$$dU_a(1 + \kappa v_0) = r_a dI_a$$

und

$$r_{a,eff} = \frac{r_a}{1 + \kappa v_0}.$$

Da v_0 sehr groß ist, liegt der effektive Ausgangswiderstand typischerweise im Bereich von $m\Omega$ und wir kommen dem idealen Elektrometerverstärker sehr nahe.

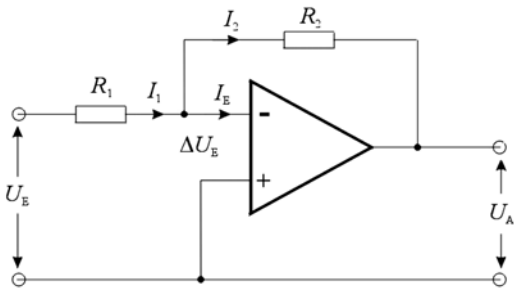


Abbildung 8.7: Invertierender Verstärker.

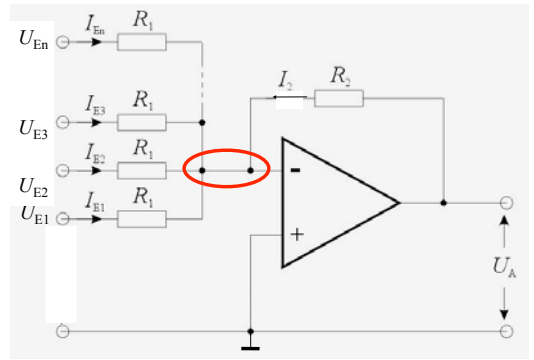


Abbildung 8.8: Addierer.

8.2.5 Invertierender Verstärker

Beim invertierenden Verstärker ist das Eingangssignal auf den negativen Eingang gelegt, der positive Eingang auf Masse. Wegen $U_d = 0$ ist somit auch $U_+ = 0$, d.h. das Eingangssignal liegt auf einer virtuellen Masse. Die beiden Ströme I_1 und I_2 müssen somit gegengleich sein:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = -I_2 = -\frac{U_a}{R_2}.$$

Die Verstärkung ist somit

$$v = \frac{U_a}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} < 0,$$

d.h. wir haben einen invertierenden Verstärker.

Der effektive Eingangswiderstand ist

$$r_{e,eff} = R_1,$$

denn der negative Eingang ist eine virtuelle Masse. Die Ausgangsimpedanz ist die gleiche wie beim nichtinvertierenden Verstärker, da die Rückkopplung die gleiche ist.

Eine mögliche Anwendung davon ist ein Addierer. Der negative Eingang des OPs stellt einen Masseknoten dar. Da kein Strom in den Verstärker fließt gilt

$$I_2 = -\sum_i I_{ei}.$$

Wenn wir die Ströme durch Spannungen ausdrücken folgt daraus

$$\frac{U_a}{R_2} = -\frac{1}{R_1} \sum_i U_{ei}.$$

Einen reinen (Umkehr-)Addieren, ohne Verstärkung, erhält man somit für $R_1 = R_2$.

8.2.6 Subtrahierer

Ein Subtrahierer wird in vielen Experimenten für den Nullabgleich benötigt. Man kann dafür im Addierer die entsprechenden Signale zuerst invertieren. Andererseits ist es auch möglich, den zweiten Eingang des Operationsverstärkers zu verwenden.

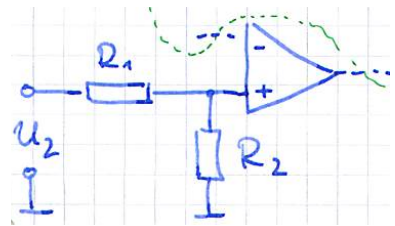


Abbildung 8.9: Änderung für direkten Subtrahierer. Die Beschaltung des invertierenden Eingangs bleibt gleich.

Der positive Eingang wird hier nicht auf Masse gelegt, sondern erhält das zweite Eingangssignal. Um die wohldefiniert Verstärkung beizubehalten, wird dabei das gleiche Paar R_1, R_2 von Widerständen verwendet. Wir erhalten die folgenden Eingangsströme:

$$I_2 = \frac{U_a - U_-}{R_2} = -I_1 = \frac{U_- - U_1}{R_1}$$

und

$$U_a R_1 = U_- (R_1 + R_2) - U_1 R_2.$$

Aus

$$U_- = U_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_2$$

folgt

$$U_a = \frac{R_2}{R_1}(U_2 - U_1).$$

Die Nachteile dieser Schaltung sind

- Sie ist sehr empfindlich auf Unterschiede der R_1, R_2 -Paare
- Aufgrund der Spannungsteiler ist r_e relativ niedrig.

Um diese Probleme zu beheben verwendet man integrierte Instrumentenverstärker wie z.B. INA111.

8.2.7 Instrumentenverstärker

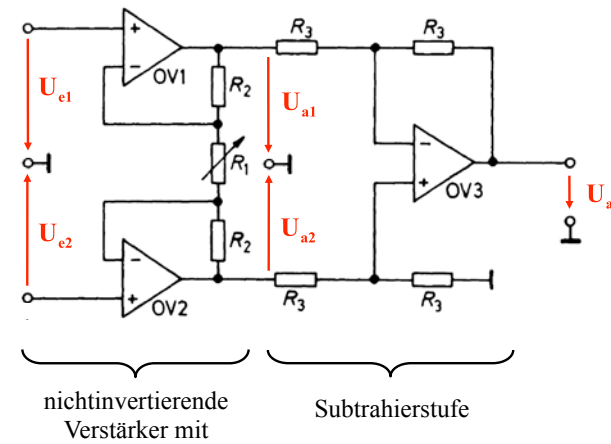


Abbildung 8.10: Instrumentenverstärker, bestehend aus einer nichtinvertierenden Verstärkerstufe und einer Subtrahierstufe.

Gemäß den goldenen Regeln sind die Potenziale der beiden invertierenden Eingänge gleich den Potenzialen der entsprechenden nicht-invertierenden Eingänge. Somit liegt über dem Widerstand R_1 die Spannung $U_{e1} - U_{e2}$ und über den Widerstand R_1 fließt ein Strom

$$U_{e1} - U_{e2} = IR_1.$$

Da kein Strom in die OPs hineinfließt muss der gleiche Strom durch alle 3 Widerstände fließen und

$$U_{a1} - U_{a2} = I(R_1 + 2R_2).$$

Die Subtrahierstufe ist als reiner Subtrahierer geschaltet, $v_{OV3} = -1$. Somit wird das Ausgangssignal

$$U_a = -(U_{a1} - U_{a2}) = -\frac{R_1 + R_2}{R_1}(U_{e1} - U_{e2}).$$

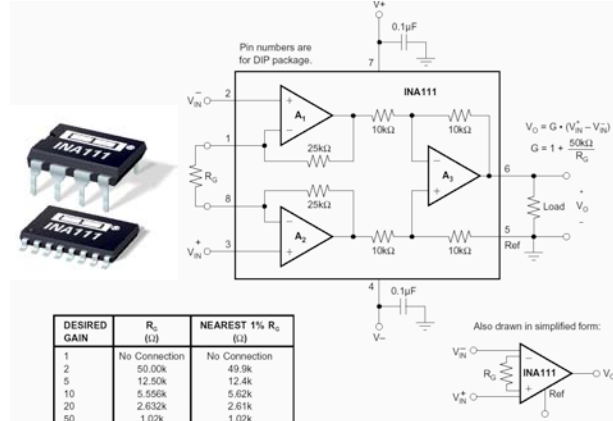


Abbildung 8.11: Ausschnitt aus dem Datenblatt des INA111.

Solche integrierte Instrumentenverstärker haben vielfältige Einsatzmöglichkeiten, z.B. zum Nullabgleich bei Messaufgaben.

8.2.8 Logarithmierer, Multiplizierer

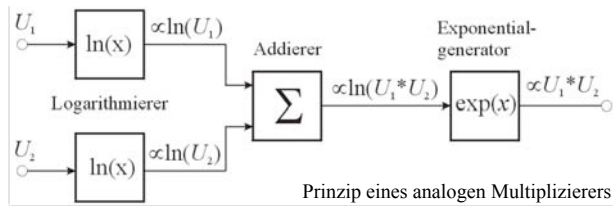


Abbildung 8.12: Prinzip eines analogen Multiplizierers.

Ein analoger Multiplizierer kann aufgebaut werden, indem wir die beiden Eingänge logarithmieren, sie addieren und anschließend die Exponentialfunktion erzeugen.

Für den Logarithmierer verwenden wir die Tatsache, dass der Diodenstrom (über einen bestimmten Bereich) exponentiell von der Spannung abhängt, d.h. umgekehrt $U \propto \ln(I)$. Für die praktische Ausführung verwendet man einen Transistor.

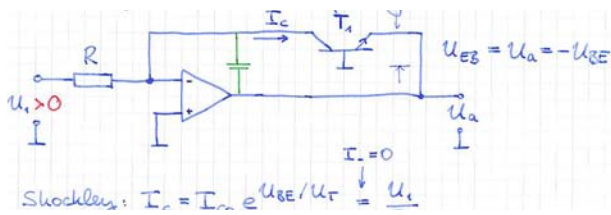


Abbildung 8.13: Prinzip eines analogen Logarithmierers.

Gemäß Shockley ist

$$I_C = I_{C0} e^{U_{BE}/U_T}$$

Gleichzeitig ist für die gezeigte Schaltung

$$I_C = \frac{U_1}{R}$$

Somit wird

$$U_{BE} = U_T \ln \frac{U_1}{R I_0} = -U_a$$

wie gewünscht.

Voraussetzungen für das Funktionieren dieser Schaltung sind

- T_1 muss im Bereich der Verstärkung betrieben werden
- Ein zusätzlicher Kondensator parallel zum Transistor T_1 unterdrückt die Tendenz zu Schwingungen.

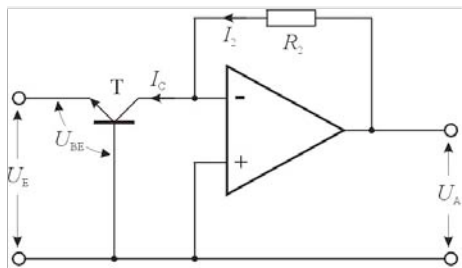


Abbildung 8.14: Prinzip eines analogen Exponentierers.

Das gleiche Prinzip wird auch für die Erzeugung der e-Funktion verwendet. Der Kollektorstrom des Transistors T ist

$$I_C = I_{Cs} \exp \left(\frac{U_{BE}}{U_T} \right)$$

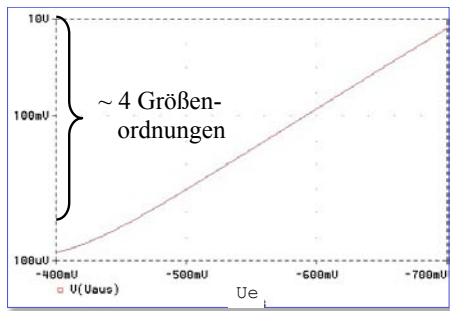


Abbildung 8.15: Kennlinie eines analogen Exponentierers.

Da dieser Strom nicht in den OP fließt, gilt

$$U_a = R_2 I_{Cs} \exp \left(\frac{U_{BE}}{U_T} \right),$$

wie gewünscht.

8.2.9 Integrierer und Differenzierer

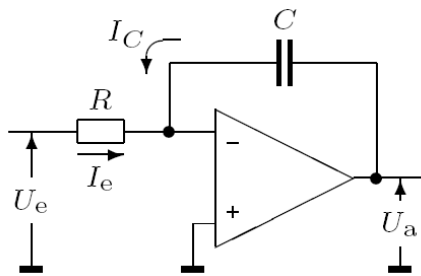


Abbildung 8.16: Kapazitive Rückkopplung ergibt einen Integrierer.

Koppelt man den Ausgang über einen Kondensator auf den invertierenden Eingang zurück, so fließt der Eingangsstrom I_e über den Kondensator:

$$I_C = i\omega C U_a = -I_e$$

Somit ist die Ausgangsspannung

$$U_a = -\frac{1}{i\omega C} I_e$$

Über die Laplacetransformation erhält man das Signal im Zeitbereich, als Funktion der Eingangsspannung $U_e = R I_e$:

$$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt$$

Die Schaltung entspricht somit einem Integrierer.

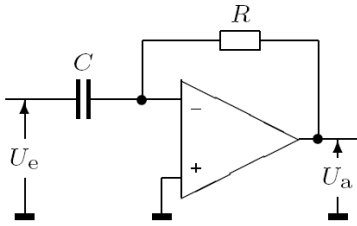


Abbildung 8.17: Differenzierer.

Koppelt man stattdessen resistiv zurück, aber das Signal über einen Kondensator ein, so ist die Ausgangsspannung

$$U_a = RI = -RU_e i\omega C.$$

Über die Laplace Transformation erhält man somit

$$U_a = -RC \frac{dU_e}{dt},$$

d.h. einen Differenzierer.

8.2.10 Transimpedanzverstärker

Wir betrachten einen Transimpedanzverstärker wie die Schaltung in Abb. 8.18.

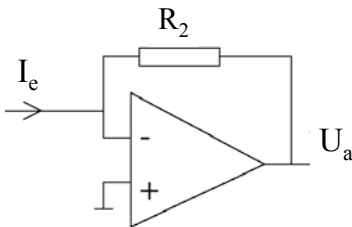


Abbildung 8.18: Einfacher Transimpedanzverstärker.

Ein Transimpedanzverstärker wandelt einen Eingangsstrom in eine Ausgangsspannung um. Typische Anwendungen sind z.B. Verstärker für Photodioden (=lichtgesteuerte Stromquelle). Für die Schaltung in Abb. 8.18 gilt

$$I_e = -\frac{U_a}{R_2} = -\frac{v_0 U_e}{R_2}$$

und somit

$$r_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{R_2}{v_0},$$

was einen sehr geringen Eingangswiderstand ergibt. Dies ist wichtig bei der Verwendung von Photodioden als Licht-Sensoren: der Photostrom ist proportional zum Lichtstrom aber auf Grund ihres endlichen Innenwiderstandes können sie nur eine niederohmige Last treiben.

8.3 Realer OP

8.3.1 Ersatzschaltbild

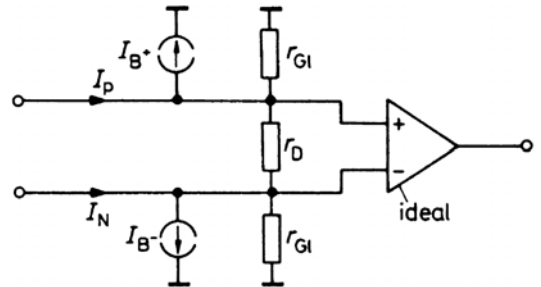


Abbildung 8.19: Ersatzschaltbild für einen realen Operationsverstärker.

Zu den wichtigsten Abweichungen eines realen OPs von einem idealen gehören:

- Ein endlicher Eingangsruhestrom $I_B = \frac{I_{e1} + I_{e2}}{2}$.
- Eine endliche Leerlaufverstärkung (open loop gain) $v_{U,o} = U_a / U_{diff}$.
- Beim idealen OP ist v_U unabhängig von der Frequenz. Reale OPs zeigen einen Frequenz- und Phasengang.
- Die Gleichtaktunterdrückung (common mode rejection ratio) is in realen OPs endlich und frequenzabhängig. Sie bezeichnet das Verhältnis zwischen der Verstärkung des Differenzsignals zur Verstärkung des Gleichtaktsignals und ist in der Größenordnung von 50 ... 120 dB.
- Die Ausgangsspannung verschwindet nicht exakt, $U_a \neq 0$ für $U_{diff} = 0$. Dies kann meist durch eine Offsetspannung am Eingang korrigiert werden.

- Reale OPs benötigen eine endliche Zeit, um den stationären Wert der Ausgangsspannung einzu-regeln. Dies wird quantifiziert über die maxi-male Änderungsgeschwindigkeit (slew rate)

$$\frac{dU_a}{dt} = \frac{I_{1max}}{C_k}$$

- Der Ausgangswiderstand ist endlich, $r_a \neq 0$.

8.3.2 Bandbreite

Zu den wichtigsten Unterschieden zwischen realen und idealen OPs gehört die Bandbreite: Reale OPs reagieren nicht instantan.

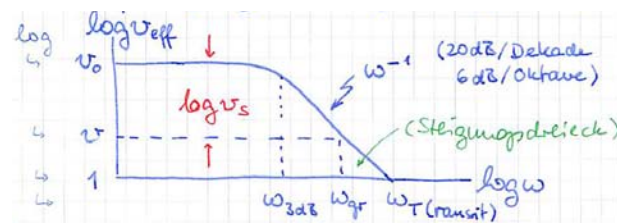


Abbildung 8.20: Frequenzgang eines OPs und wichtige Größen.

Bei Frequenzen unterhalb der niedrigsten Grenzfrequenz ist die Verstärkung konstant. Für Frequenzen oberhalb ω_{3dB} nimmt sie $\propto \omega^{-1}$ ab, d.h. um 6dB pro Oktave oder 20 dB pro Dekade. Die 3dB Frequenz wird durch die interne Kapazität bestimmt.

Durch die externe Beschaltung mit Koppelfaktor κ sinkt die Verstärkung im Niederfrequenzbereich von v_0 auf

$$v = \frac{v_0}{1 + \kappa v_0} = \frac{v_0}{1 + v_S} \approx \frac{v_0}{v_S}$$

Logarithmiert:

$$\log v + \log v_S = \log v_0$$

Die Bandbreite ω_{Gr} entspricht derjenigen Frequenz, bei der die Verstärkung um 3dB gesunken ist. Aufgrund der Steigung $v_{eff} \propto \omega^{-1}$ wächst die Bandbreite ω_{Gr} durch die externe Gegenkopplung indirekt proportional zur Gesamtverstärkung v . Damit bleibt das Verstärkungs-Bandbreite Produkt

$$\omega_T = v \omega_{Gr} = const = v_0 \omega_{3dB}$$

ω_T wird auch als Transitfrequenz bezeichnet: bei dieser Frequenz sinkt die Verstärkung von >1 auf <1 . Die Verstärkung $v(\omega)$ verhält sich analog zur Übertragungsfunktion eines Tiefpass-Filters.

8.3.3 Stabilität

Jeder Verstärker hat eine endliche Bandbreite, d.h. die Verstärkung geht mit zunehmender Frequenz zurück. Gleichzeitig ändert sich die Phase mit der Frequenz. Häufig entspricht das Verhalten dem eines linearen Tiefpasses. Wie wir gesehen haben, nimmt bei einem Tiefpass die Phase von 0 über $-\pi/4$ bei der Grenzfrequenz (-3 dB Verstärkung) auf $-\pi/2$ ab.

Bei einem Tiefpass n-ter Ordnung multiplizieren sich die Verstärkungsfaktoren und die Phasenverschiebungen addieren sich. Damit wächst die Phase $\Delta\varphi$ auf bis zu $n(-90^\circ)$. Ein Problem entsteht, wenn diese Phasenverschiebung größer wird als $\Delta\varphi = -180^\circ$: dann wird aus der Gegen- eine Mitkopplung und das System wird instabil. Dies wird ersichtlich aus

$$v = \frac{v_0}{1 + \kappa v_0}$$

Die rechte Seite divergiert für $\kappa v_0 = v_S = -1$. Ein stabiler, schwingungsfreier Betrieb ist nur möglich wenn die Phase kleiner als π bleibt so lange $|v_S| > 1$. Instabilitäten können aber auch für kleinere Phasenverschiebungen auftreten, sofern die Verstärkung hoch genug ist. Die Phase muss genügend weit von 180 Grad entfernt sein; man spricht von der Phasenreserve

$$\varphi_{res} = 180^\circ - |\varphi|$$

Da i.A. κ komplex ist, kann Instabilität auch für $|\varphi| < 180^\circ$ auftreten, falls $|v_S| \geq 1$.

Aus Stabilitätsgründen haben sie eine eingebaute Begrenzung, welche durch die "künstliche" Miller-Kapazität im Zwischenverstärker bestimmt wird. Dieser künstliche Tiefpass wird so eingestellt, dass er über die anderen Tiefpässe dominiert. Damit ähnelt das Verhalten des Gesamt-Verstärkers dem eines einstufigen Verstärkers: dort ist die Phasenverzögerung $\leq 90^\circ$ und damit immer stabil.

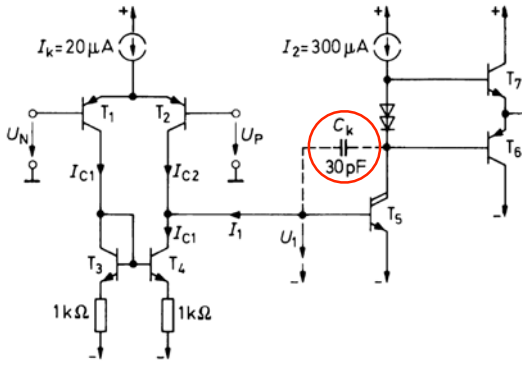


Abbildung 8.21: Miller-Kapazität im Zwischenverstärker.

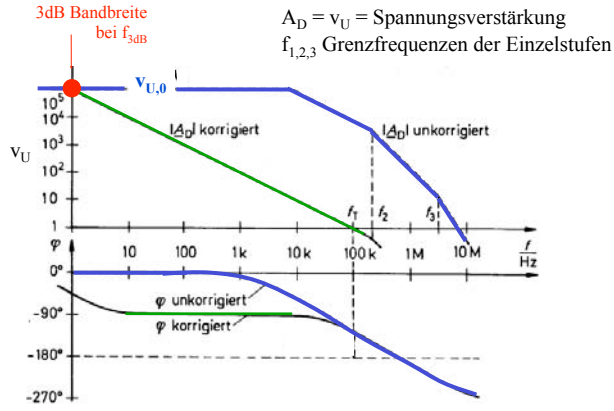


Abbildung 8.23: Bode-Diagramm mit und ohne Frequenzgang-Korrektur.

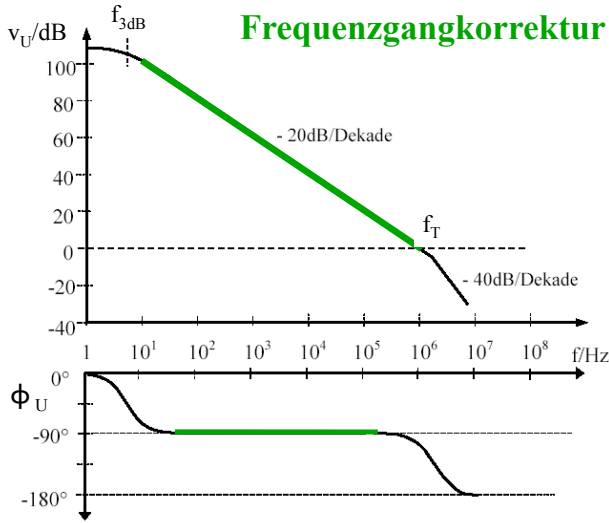


Abbildung 8.22: Frequenzgang nach Korrektur durch Miller-Kapazität.

Um diese Stabilitätsbedingung einzuhalten wird die künstliche "Miller-Kapazität" in den Zwischenverstärker eingebaut. Er sorgt für ein Tiefpassverhalten 1. Ordnung, $v_U \propto f^{-1}$ und damit für Stabilität bis $f \approx f_T$. Die Transitfrequenz f_T ergibt sich aus dem Verstärkung-Bandbreitenprodukt, $f_T = v_{U,0} f_{3dB}$.

Abb. 8.23 vergleicht den Frequenz- und Phasengang mit und ohne Korrektur. Beim korrigierten System sinkt die Verstärkung unter 1 bevor die Phase den Wert von -180 Grad erreicht.

Abb. 8.24 zeigt den Einfluss der Phasenreserve auf das Einschwingverhalten (links) und auf den Frequenzgang (rechts). Bei einer Phasenreserve von 0°

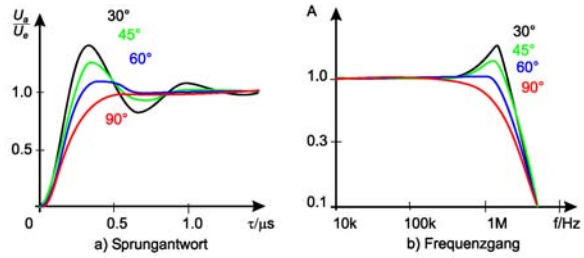


Abbildung 8.24: Einfluss der Phasenreserve auf das zeitliche Verhalten (links) und den Frequenzgang (rechts).

erhält man eine ungedämpfte Schwingung. Für Phasenreserven $< 65^\circ$ resultiert eine gedämpfte Schwingung. 65° entspricht der optimalen Phasenreserve, wo das System am schnellsten den stationären Zustand erreicht. Bei 90° kriecht das System.

8.3.4 Korrektur des Eingangsruhestroms

Die Eingangsströme I_+ und I_- von realen OPs sind zwar sehr klein, aber $\neq 0$. Diesen Fehler kann man korrigieren, indem man die Schaltung durch 2 Widerstände R_1 und R_3 erweitert, wie in Abb. 8.25 gezeigt.

Bisher hatten wir $R_3 = 0$ und damit $U_3 = 0$ angenommen. Berücksichtigen wir jetzt die Eingangsströme I_{\pm} , so gilt am Knoten vor dem negativen Eingang

$$I_1 + I_2 + I_- = 0,$$

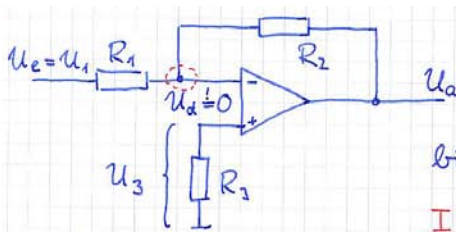


Abbildung 8.25: Korrektur für endliche Eingangsströme.

d.h.

$$\frac{U_e - U_3}{R_1} + \frac{U_a - U_3}{R_2} + I_- = 0$$

oder

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1}U_e + U_3\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - I_-R_2.$$

Der erste Term ist unabhängig von den Eingangsströmen und entspricht der gewünschten Größe. Die Summe aus dem zweiten und dem dritten Term sollte verschwinden. Mit $U_3 = I_+R_3$ lautet die Bedingung

$$I_+R_3\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - I_-R_2 = 0.$$

U_3 entspricht dem Potenzial des nicht-invertierenden Eingangs, welcher durch den nicht verschwindenden Strom I_+ über dem Widerstand R_3 entsteht. Wir setzen hier voraus, dass die beiden Eingangsströme gleich sind, $I_+ = I_-$ (Abweichungen davon führen zu weiteren Fehlern). Dann muss

$$R_3 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = R_1 || R_2.$$

d.h. der Widerstand R_3 muss gleich dem Widerstand der parallel geschalteten Widerstände R_1 und R_2 sein, damit der Einfluss des Eingangsstroms verschwindet.

8.4 Weitere Anwendungen

8.4.1 Komparator

Der Komparator ist einer der wenigen Anwendungen, bei dem ein OP keine Rückkopplung benötigt.

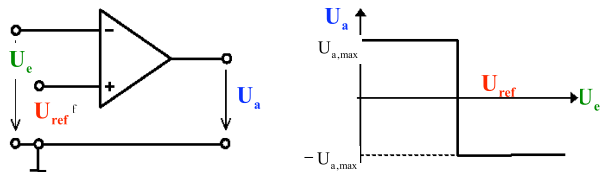


Abbildung 8.26: Invertierender Komparator: Schaltung (links) und Ausgangsspannung als Funktion der Eingangsspannung (rechts).

Hier erzeugt der OP jeweils das maximale oder minimale Ausgangssignal, je nachdem ob das Eingangssignal größer oder kleiner ist als ein eingestellter Vergleichswert. Wird das Eingangssignal auf den invertierenden Eingang gelegt, so erhält man einen invertierenden Komparator und umgekehrt.

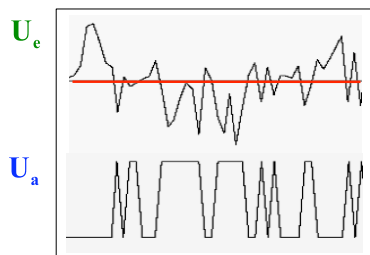


Abbildung 8.27: Nichtinvertierender Komparator: Analoges Eingangssignal (oben) vs. binäres Ausgangssignal (unten).

Dadurch wird ein analoges Eingangssignal in ein digitales umgewandelt. Die Referenzspannung U_{ref} kann z.B. über ein Potenziometer eingestellt werden.

8.4.2 Schmitt-Trigger

Der Schmitt-Trigger wurde von Otto H. Schmitt 1938 entwickelt und entspricht einem Komparator mit Hysterese.

Beim invertierenden Schmitt-Trigger wird das Eingangssignal auf den invertierenden Eingang des OPs gelegt und eine positive Rückkopplung (=Mitkopplung) geschaltet, so dass der Ausgang immer auf positiver oder negativer Maximalspannung liegt. Durch

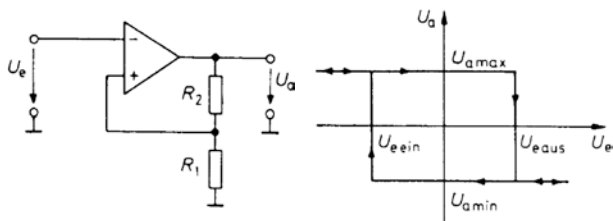


Abbildung 8.28: Invertierender Schmitt-Trigger: Schaltung (links) und Ausgangsspannung als Funktion der Eingangsspannung (rechts).

die Mitkopplung erhält man

$$U_{ref} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_a.$$

Ist $U_a = +U_{a,max}$ und liegt das Eingangssignal unterhalb dieser Referenzspannung, so bleibt die Ausgangsspannung stabil. Steigt die Eingangsspannung über die Referenzspannung, so schaltet der Ausgang auf $U_{a,min}$. Dies geschieht bei der Ausschaltswelle

$$U_{e,aus} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a,max}.$$

Bei höheren Eingangsspannungen bleibt das System stabil.

Danach muss die Eingangsspannung unterhalb der Einschaltswelle

$$U_{e,ein} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a,min}$$

absinken, damit der Ausgang wieder auf die positive Maximalspannung springt.

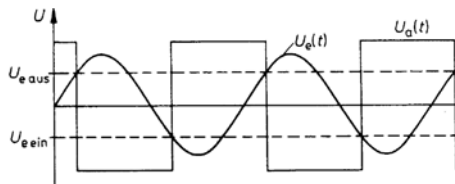


Abbildung 8.29: Invertierender Schmitt-Trigger: Sinusförmiges Eingangssignal und rechteckförmiges Ausgangssignal.

Voraussetzung für ein sauberes Umschalten ist eine genügend hohe Schleifen-Verstärkung

$$v_S = \kappa v_0 = \frac{R_1 v_0}{R_1 + R_2} \gg 1.$$

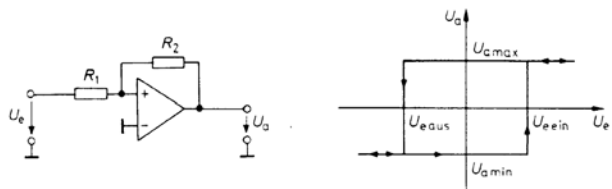


Abbildung 8.30: Nichtinvertierender Schmitt-Trigger.

Beim nichtinvertierenden Schmitt-Trigger wird das Eingangssignal, zusätzlich zur Rückkopplung, auf den positiven Eingang gelegt, während der negative Eingang auf Masse gelegt wird.

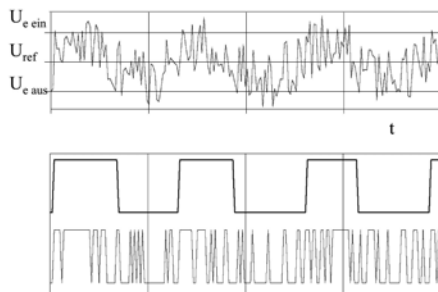


Abbildung 8.31: Signal-Digitalisierung mit Schmitt-Trigger (oben) und Komparator (unten).

8.4.3 Spitzenwertdetektor

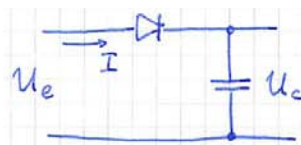


Abbildung 8.32: Prinzip eines Spitzenwertdetektors.

Ein Spitzenwertdetektor kann prinzipiell aus einer Diode und einem Kondensator gebaut werden: Sofern $U_e > 0$ lädt der Strom den Kondensator auf. Der Strom hört auf zu fließen wenn die Spannung unter die Spannung am Kondensator fällt. Allerdings fällt über der Diode auch eine Spannung $U_D \approx 0,6..0,7$ V ab; dies reduziert die Anwendungsmöglichkeiten drastisch.

Dies kann korrigiert werden, wenn wir einen Operationsverstärker verwenden. In diesem Fall wird die

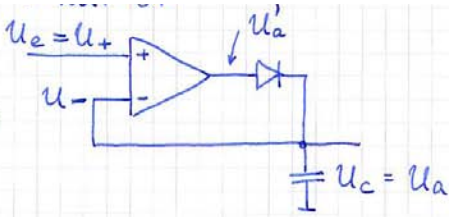


Abbildung 8.33: Version eines Spitzendetektors auf der Basis eines Operationsverstärkers.

Kondensatorspannung auf den invertierenden Eingang des OPs gelegt. Ist $U_e > U_C$, so ist die Ausgangsspannung des OPs positiv (im Idealfall gleich der Maximalspannung) und die Diode leitet. Der Kondensator wird somit aufgeladen, bis die Eingangsspannung U_e erreicht wird. Sinkt die Eingangsspannung unter die gespeicherte Maximalspannung, so wird der Ausgang des OPs negativ, aber jetzt sperrt die Diode, die Spannung bleibt auf dem Kondensator erhalten.

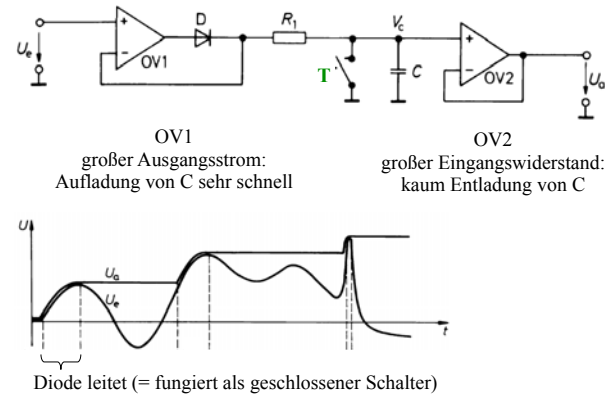


Abbildung 8.34: Realistische Version eines Spitzendetektors incl. Taster zur Entladung / Zurücksetzung.

Bei einer praktischen Implementation (siehe Abb. 8.34) fügt man noch einen Widerstand zur Strombegrenzung hinzu, sowie einen Taster, der das Entladen und Zurücksetzen des Kondensators gestattet. Der zweite OP dient als Spannungsfolger: Er verhindert, dass der Kondensator durch die Messung der Spannung entladen wird.

Man kann auf die Diode auch verzichten, z.B. indem

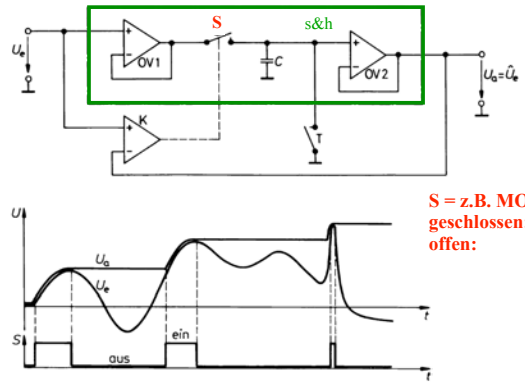


Abbildung 8.35: Spitzendetektors ohne Diode, mit Komparator und Schalter.

ein Komparator das Eingangssignal mit dem gespeicherten Maximalsignal vergleicht und je nach Resultat des Vergleichs den Schalter freigibt, welcher die Aufladung kontrolliert.

8.4.4 Idealer Einweg-Gleichrichter

Auf der gleichen Basis kann man auch einen Gleichrichter bauen, der beim Nulldurchgang keine Artefakte aufweist: die Ausgangsspannung des OPs liegt weit oberhalb der Dioden-Spannungen.

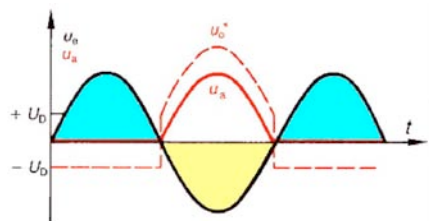
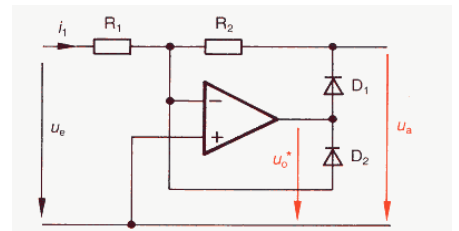


Abbildung 8.36: Gleichrichter ohne Artefakte beim Nulldurchgang.

Wir diskutieren hier den Fall $R_1 = R_2$: damit erhält man einen invertierenden Einweg-Gleichrichter.

Liegt ein positives Eingangssignal am invertierenden Eingang an, so geht der Ausgang negativ bis $U_0 = -U_D$ wird: ab hier leitet die untere Diode, so dass die Spannung am OP auf 0 fällt. Die obere Diode ist dann in Sperrichtung geschaltet, und die Ausgangsspannung der Schaltung ist $U_a = 0$, wobei R_2 eine Ausgangsimpedanz darstellt.

Liegt eine negative Eingangsspannung an, so geht der Ausgang des OPs positiv. Der OP erreicht ein Gleichgewicht wenn die Spannung am invertierenden Eingang verschwindet, d.h. wenn

$$U_a = -U_e \frac{R_2}{R_1} = -U_e.$$

Die Ausgangsspannung des OPs ist dann um U_D höher, d.h. um die Diodenspannung, welche über D_1 abfällt.

8.4.5 Negative Impedanzkonverter

Diese Schaltungen können z.B. eingesetzt werden, um in aktiven Filtern Spulen zu ersetzen, welche für niedrige Frequenzen sehr groß werden können. Die Idee ist hier, die Impedanz zu invertieren, $Z \rightarrow -Z$, d.h. z.B. Kondensatoren in effektive Induktivitäten umzuwandeln und umgekehrt.

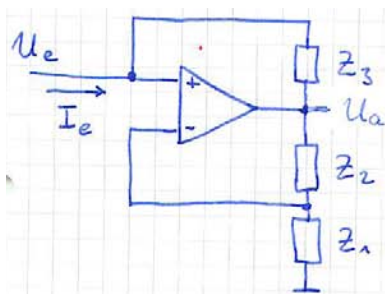


Abbildung 8.37: Negativer Impedanzkonverter.

Für einen idealen OP ist

$$U_e = U_+ = U_- = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_a,$$

wie beim nicht-invertierenden Verstärker. Der Strom durch Z_3 ist

$$I_e = \frac{U_e - U_a}{Z_3} = \frac{1}{Z_3} U_e \left(1 - \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1}\right) = -U_e \frac{Z_2}{Z_1 Z_3}.$$

Somit ist die Eingangsimpedanz

$$Z_e = \frac{U_e}{I_e} = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2}.$$

Für $Z_2 = Z_3 = R$ und $Z_1 = \frac{1}{i\omega C}$ erhalten wir

$$Z_e = -Z_1 = i \frac{1}{\omega C}.$$

Dies entspricht einer Induktivität.

Für die Stabilität ist zu beachten, dass die Schaltung eine Gegen- und eine Mitkopplung enthält. Sie ist dann stabil, wenn die Gegenkopplung stärker ist. Für $Z_2 = Z_3$ muss der Innenwiderstand der Quelle $< Z_1$ sein. Die Phasendrehung ist die gleiche wie bei einer Spule, aber der Frequenzgang nicht (ω erscheint im Nenner von Z_e). Der Frequenzgang kann ebenfalls dem einer Spule angeglichen werden, indem ein zweiter OP verwendet wird. Man erhält den Gyrator.

8.4.6 Gyrator

Der Gyrator ist eine Phasendreh-Schaltung.

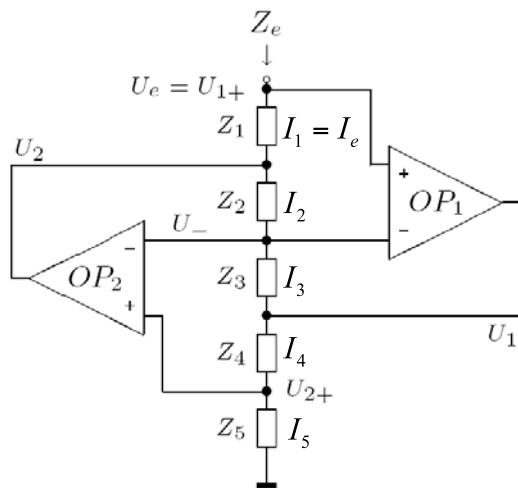


Abbildung 8.38: Gyrator.

Er besteht aus 2 OPs und 5 Impedanzen Z_i . Für ideale OPs ist

$$I_2 = I_3 \quad I_4 = I_5 \quad I_1 = I_e.$$

Im Gleichgewicht müssen die Spannungsdifferenzen an den Eingängen verschwinden:

$$U_{d1} = U_{1+} - U_- = 0 \quad \rightarrow \quad I_1 Z_1 + I_2 Z_2 = 0$$

$$U_{d2} = U_{12+} - U_- = 0 \quad \rightarrow \quad I_4 Z_4 + I_3 Z_3 = 0.$$

Wir dividieren

$$\frac{I_4}{I_1} = \frac{I_3 Z_3 Z_1}{I_2 Z_2 Z_4} = \frac{Z_3 Z_1}{Z_2 Z_4}.$$

Auf Grund der verschwindenden Spannungsdifferenzen an den OPs gilt

$$U_e = U_{1+} = U_- = U_{2+} = I_5 Z_5.$$

Damit wird die Eingangsimpedanz

$$Z_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{I_4 Z_5}{I_1} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}.$$

Wir wählen

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_5 = R_g, \quad Z_4 = \frac{1}{i\omega C}$$

und erhalten

$$Z_e = \frac{R_g^2}{Z_4} = i\omega C R_g^2 = i\omega L_g.$$

Die synthetische Induktivität $L_g = C R_g^2$ kann z.B. $1 \mu\text{F}(10\text{k}\Omega)^2 = 100 \text{ H}$ sein. Dies wäre nur mit sehr langen Drähten und entsprechend hohen Verlusten erreichbar.

Alternativ können wir

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = R_1, \quad Z_4 = nR, \quad Z_5 = \frac{1}{i\omega C}$$

wählen und erhalten

$$Z_e = \frac{1}{i\omega nC}$$

eine künstlich vergrößerte Kapazität nC . Dies ist z.B. nützlich in aktiven Filtern.

Weitere Anwendungen sind z.B. in Tietze-Schenk, Kap. 13.5-13.7 beschrieben.