

2 Grundlagen

2.1 Notation

2.1.1 Strom, Spannung, Impedanz

Die wichtigsten Grundgrößen für die Elektronik sind der Strom I und die Spannung U . Beide besitzen eine Richtung und sind meist zeitabhängig. Die Beziehung zwischen Strom und Spannung wird definiert über die verwendeten Bauelemente. Dabei unterscheidet man zwischen aktiven und passiven Bauelementen: bei aktiven Bauelementen, wie z.B. Quellen, Transistoren, Verstärkern wird Energie ins System eingeführt.

Die wichtigsten passiven Bauelemente sind der Ohm'sche Widerstand R , der Kondensator C und die Induktivität L .

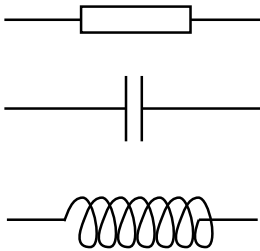


Abbildung 2.1: Die wichtigsten passiven Bauelemente: Widerstand, Kondensator, Spule

Bei diesen Elementen gelten die folgenden Beziehungen zwischen Strom und Spannung:

- Ohm'scher Widerstand R :

$$U(t) = RI(t).$$

- Kapazität C :

$$U(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt.$$

- Induktivität L :

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt}.$$

2.1.2 Harmonische Zeitabhängigkeit

In vielen Fällen sind Strom und Spannung zeitabhängige Größen. Im einfachsten Fall ist die Zeitabhängigkeit harmonisch, d.h. z.B.

$$U(t) = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Für diese Fälle verwendet man die gleiche vereinfachte Schreibweise wie bei anderen physikalischen Schwingungen: Strom und Spannung werden als komplexe Größen $I = I_0 e^{i\varphi}$ und $U = U_0 e^{i\varphi}$ geschrieben. Die realen zeitabhängigen Größen ergeben sich daraus als

$$U(t) = \Re \{ U_0 e^{i\varphi} e^{i\omega t} \} = \Re \{ U e^{i\omega t} \}$$

und analog für den Strom. Dies verkürzt nicht nur die Schreibarbeit, es vereinfacht auch die Rechnung. So können Schaltungen mit reaktiven Bauelementen (Kondensatoren und Induktivitäten) algebraisch beschrieben werden, ohne die Verwendung von Differentialgleichungen.

Hier haben wir nur harmonische Zeitabhängigkeit diskutiert. Man kann jedoch eine beliebige zeitabhängige Funktion in harmonische Komponenten zerlegen: diese bilden ein vollständiges (und orthogonales) Funktionensystem.

Abb. 2.2 zeigt als Beispiel die Fourier-Zerlegung einer rechteckförmigen Wechselspannung: Sie besteht aus den ungeraden Harmonischen der Grundfrequenz mit abnehmender Amplitude:

$$y(t) = \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots$$

Mathematisch wird diese Zerlegung durch die Fouriertransformation erreicht. Wir diskutieren hier zunächst eine etwas allgemeinere Transformation:

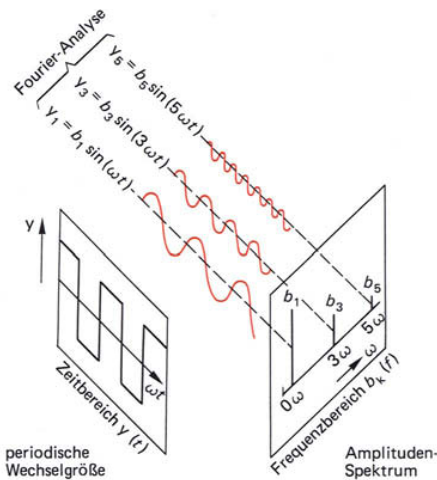


Abbildung 2.2: Fourier-Zerlegung einer Rechteckfunktion.

2.1.3 Laplace Transformation

Für die Analyse von allgemeinen Zeitabhängigkeiten ist es häufig nützlich, diese in harmonische Komponente zu zerlegen. Mathematisch wird dies mit Hilfe von Fourier- oder Laplace Transformation erreicht. Die Laplace-Transformierte einer Funktion $f(t)$ ist definiert als

$$L\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt = F(s).$$

Als einfaches Beispiel betrachten wir die Sprungfunktion $\theta(t)$, welche auch als Heaviside-Funktion bezeichnet wird. Ihre Laplace-Transformierte ist

$$\Theta(s) = \int_0^\infty \theta(t)e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{-st} dt = -\frac{e^{-st}}{s} \Big|_0^\infty = \frac{1}{s}.$$

Abbildung 2.3 zeigt weitere Funktionen mit ihren Laplace-Transformierten.

Zu den nützlichen Beziehungen zwischen Laplace-Transformierten gehört diejenige für die Laplace-Transformierte einer Ableitung

$$\mathcal{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = s \mathcal{L}\{f(t)\} - f(0).$$

Entsprechend gilt für die zweite Ableitung

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right\} = s^2 \mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$$

$f(t)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$F(s)$
$\theta(t)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$\frac{1}{s}$
$\delta(t)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	1
t	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$\frac{1}{s^2}$
e^{at}	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$\frac{1}{s+a}$
$\sin at$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$e^{-bt} (\cos at - \frac{b}{a} \sin at)$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$\frac{s}{(s+b)^2 + a^2}$
$\int_0^\infty f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$F_1(s)F_2(s)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$\xrightarrow{\mathcal{L}}$	$sF(s) - f(0)$

Abbildung 2.3: Paare von Laplace-transformierten.

und für das Integral

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t')dt'\right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}\{f(t)\}.$$

Dies ist z.B. nützlich für Einschaltprobleme.

2.1.4 Komplexe Impedanzen

Enthalten die Schaltungen nicht nur Widerstände, sondern auch 'reaktive' Elemente wie Kondensatoren und Spulen, so sind Strom und Spannung nicht mehr in Phase. Damit kann die Beziehung zwischen Strom und Phase nicht mehr auf das Ohm'sche Gesetz $U = RI$ reduziert werden. Hat die Spannung jedoch eine harmonische Zeitabhängigkeit, so kann das Ohm'sche Gesetz auch auf diese Fälle erweitert werden, indem man den Widerstand komplex macht und ihn als Impedanz bezeichnet.

Die wichtigsten komplexen Impedanzen $Z = U/I$ sind diejenigen für

- Ohmscher Widerstand R :

$$Z_R = R.$$

- Kapazität C :

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}.$$

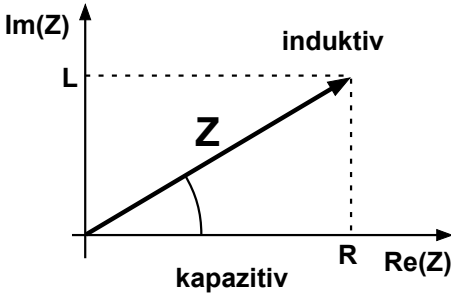


Abbildung 2.4: Graphische Darstellung der komplexen Impedanz.

- Induktivität L :

$$Z_L = i\omega L.$$

Diese ergeben sich u.A. aus der Laplace-Transformation: Für einen Widerstand gilt

$$U(t) = RI(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} u(s) = Ri(s),$$

d.h. die Impedanz im s -Raum ist ebenfalls R . Für eine Spule gilt

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} u(s) = L[si(s) - I(0)].$$

Für $I(0) = 0$ folgt, dass hier die Impedanz im s -Raum

$$Z_L(s) = \frac{u(s)}{i(s)} = sL$$

ist. Analog finden wir für eine Kapazität C

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}.$$

Die obigen Ausdrücke für die komplexe Impedanz ergeben sich durch die Substitution $s \rightarrow i\omega$, d.h. wir betrachten nur Werte auf der imaginären Achse, also Funktionen mit harmonischer Zeitabhängigkeit.

Der Realteil R der Impedanz $Z = R + iX$ wird als Wirkwiderstand bezeichnet, der Imaginärteil X als Blind- oder Scheinwiderstand. Das Verhältnis X/R von Blind- und Wirkwiderstand bestimmt den Phasenwinkel

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \tan^{-1}(X/R),$$



Abbildung 2.5: Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung für Widerstand (links), Spule (mitte) und Kondensator (rechts).

also die Verzögerung zwischen Strom und Spannung in Einheiten der Periode.

Beim Kondensator ist der Imaginärteil der Impedanz negativ, d.h. der Strom eilt der Spannung voraus. Bei der Spule ist der Imaginärteil positiv, d.h. die Spannung eilt dem Strom voraus.

Wie Ohm'sche Widerständen können Impedanzen bei Reihenschaltungen addiert werden, $Z_r = \sum_i Z_i$, während bei Parallelschaltungen die Kehrwerte (d.h. die Admittanzen) addiert werden:

$$Z_p^{-1} = \sum_i Z_i^{-1}.$$

Diesen Kehrwert (analog zum Leitwert als Kehrwert des Widerstandes) bezeichnet man als 'Admittanz'.

2.1.5 Frequenzabhängigkeit

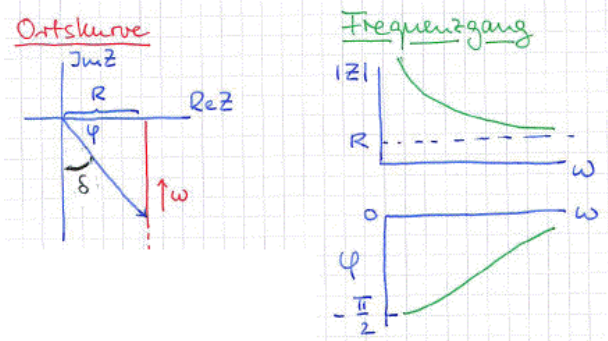


Abbildung 2.6: Ortskurve und Frequenzgang für Widerstand und Kondensator in Reihe.

Als einfaches Beispiel betrachten wir die Reihenschaltung aus einem Widerstand und einem Kondensator. Die Impedanz beträgt

$$Z_{RC} = R + \frac{1}{i\omega C}$$

und der Phasenwinkel

$$\tan \varphi = \frac{X}{R} = -\frac{1}{\omega RC}$$

Als Verlustwinkel bezeichnet man $\delta = \pi/2 - \varphi$. Bei der Ortskurvendarstellung wird die Impedanz in der komplexen Ebene dargestellt, wobei die Frequenz als Parameter erscheint. Da der Realteil konstant ist, erhält man eine Gerade parallel zur imaginären Achse. Schaltet man zusätzlich eine Spule in Reihe, so wird die Impedanz

$$Z_{RCL} = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L$$

und die Ortskurve geht im 1. Quadranten weiter.

In der rechten Hälfte der Abbildung ist der Frequenzgang der Schaltung dargestellt. Hier werden Absolutbetrag und Phase separat als Funktion der Frequenz dargestellt.

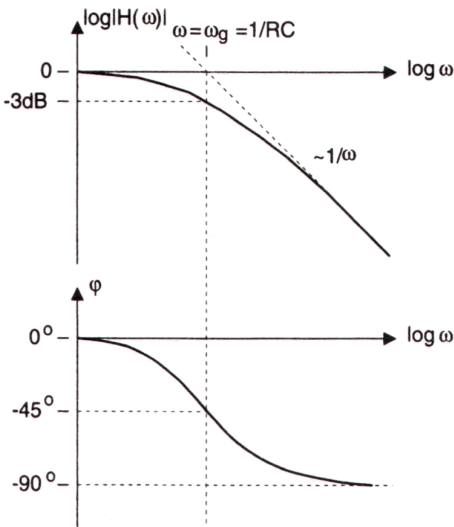


Abbildung 2.7: Frequenzgang eines Tiefpass Filters in Bode-Darstellung.

Alternativ zu Ortskurve und Frequenzgang verwendet man andere Darstellungen. Um den Frequenzverlauf darzustellen, ist z.B. das Bode-Diagramm gut geeignet: Die horizontale Achse ist eine logarithmische Frequenzachse. Für die vertikale Achse verwendet man eine logarithmische Achse für die Amplitude und eine lineare Achse für die Phase.

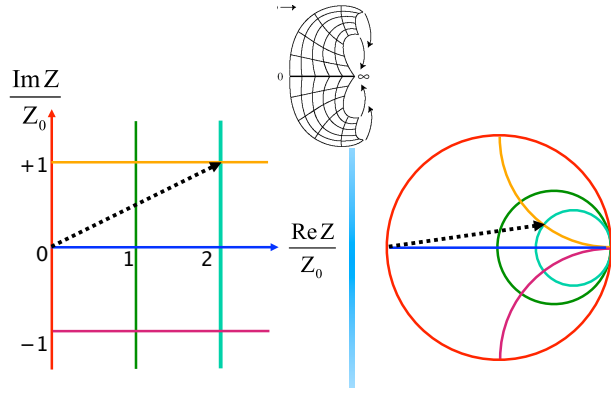


Abbildung 2.8: Smith Chart als konforme Abbildung der komplexen Ebene.

Eine weitere Darstellungsmöglichkeit ist die Smith Chart, bei der die komplexe Ebene verzerrt dargestellt wird. Dabei werden beide Achsen so skaliert, dass ∞ an den Rand der Figur fällt. Gleichzeitig wird die imaginäre Achse aufgerollt, so dass sie sich zu einem Kreis schließt. Dabei handelt es sich um eine winkelgetreue, d.h. konforme Abbildung.

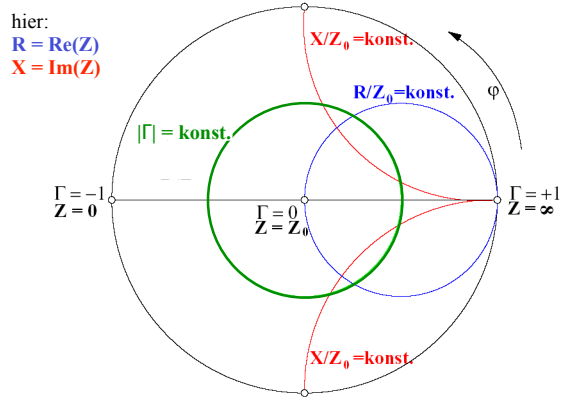


Abbildung 2.9: Die wichtigsten Orte im Smith-Diagramm.

Abbildung 2.9 zeigt die wichtigsten Orte im Smith-Diagramm. Kreise mit $|\Gamma| = \text{konst.}$ werden als konzentrische Kreise dargestellt.

2.1.6 Logarithmische Spannungsverhältnisse

Für den Vergleich von Spannungen oder Leistungen verwendet man häufig eine logarithmische Skala, die "Dezibel-Skala". Sie ist definiert über

$$A[\text{dB}] = 10 \log \left(\frac{P_a}{P_e} \right) = 10 \log \left(\frac{U_a^2/R}{U_e^2/R} \right) \\ = 20 \log \left(\frac{U_a}{U_e} \right).$$

P / P ₀	U / U ₀	A	Bemerkung
10000	100	40 dB	
100	10	20 dB	
10	~ 3.16	10 dB	
4	2	6 dB	U verdoppelt
2	√2	3 dB	P verdoppelt
1	1	0 dB	
1/2	1/2	-3 dB	P halbiert
1/4	1/2	-6 dB	U halbiert
1/100	1/10	-20 dB	

Abbildung 2.10: Beispiele für die dB Skala.

Ein Spannungsverhältnis von $U_a/U_e = 100$, z.B., entspricht somit einer Verstärkung von 40 dB, ein Verhältnis von 2 entspricht 6 dB, 1/2 entspricht -6 dB etc.

2.2 Lineare, Zeit-invariante Systeme

2.2.1 Grundlagen

Die meisten elektronischen Schaltungen, die wir hier diskutieren werden, verhalten sich linear, d.h. zwischen Strom und Spannung besteht eine lineare Beziehung, $U = ZI$, und / oder zwischen dem Eingangssignal $U_1(t)$ und dem Ausgangssignal $U_2(t)$ besteht eine lineare Beziehung, $U_2 = HU_1$. Hier bezeichnet H die Übertragungsfunktion.

Die obige Beziehung gilt direkt, falls $U_1(t)$ (und damit $U_2(t)$) eine harmonische Zeitabhängigkeit hat, also nur eine Frequenzkomponente enthält. Bei allgemeinen Signalen, welche mehrere Frequenzkomponenten enthalten, muss berücksichtigt werden,

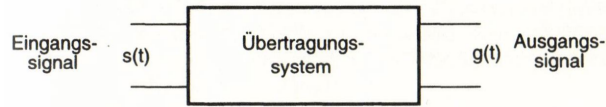


Abbildung 2.11: Zeitinvariantes System mit Ein- und Ausgangssignal.

dass die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ von der Frequenz abhängt. Deshalb muss in diesen Fällen für die Berechnung des Ausgangssignals das Eingangssignal zunächst in seine Frequenzkomponenten aufgeteilt werden. Dies geschieht über die Fouriertransformation,

$$u(\omega) = \mathcal{F}\{U(t)\}.$$

Im Frequenzbereich kann das Signal dann mit der (i.A. frequenzabhängigen) Übertragungsfunktion $H(\omega)$ multipliziert werden;

$$u_2(\omega) = H(\omega)u_1(\omega).$$

Das Ausgangssignal erhält man anschließend über die inverse Fouriertransformation:

$$U_2(t) = \mathcal{F}^{-1}\{u_2(\omega)\}.$$

Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ ist deshalb eine der wichtigsten Größen für die Charakterisierung eines Systems.

2.2.2 Tiefpass

Als Beispiel betrachten wir die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses. Im einfachsten Fall besteht dieser aus einem Widerstand und einem Kondensator; er wird deshalb als RC-Tiefpass bezeichnet.

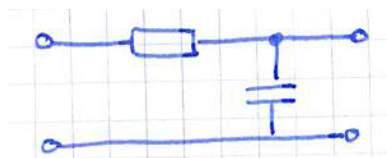


Abbildung 2.12: RC-Tiefpass.

Die Schaltung kann als Spannungsteiler verstanden werden. Bei hohen Frequenzen wirkt der Kondensator als Kurzschluss, so dass die Ausgangsspannung verschwindet.

Für eine quantitative Betrachtung schreiben wir die Übertragungsfunktion als

$$H(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} = \frac{1/(i\omega C)}{R + 1/(i\omega C)}$$

$$= \frac{1}{1 + i\omega RC} = \frac{1 - i\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Absolutbetrag und Phase werden somit

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$\tan \varphi = -\omega RC.$$

Die relevante Größe für die Leistungsübertragung ist das Quadrat des Absolutbetrags,

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{1}{1 + \omega^2 \omega_{Gr}^2}.$$

Hier steht $\omega_{Gr} = 1/RC$ für die Grenzfrequenz.

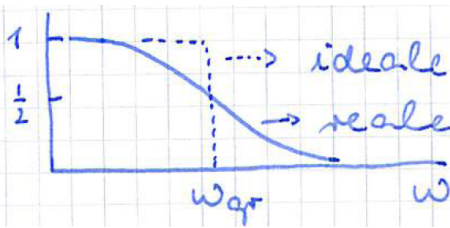


Abbildung 2.13: Übertragungsfunktion eines Tiefpasses.

Ein idealer Tiefpass würde alle Frequenzen unterhalb der Grenzfrequenz durchlassen und alle oberhalb vollständig unterdrücken. Dies ist z.B. nützlich, wenn man weiss, dass das gesuchte Signal sich im Frequenzbereich unterhalb der Grenzfrequenz befindet: man kann damit Störsignale mit höherer Frequenz (wie z.B. Rauschen) unterdrücken.

Wie in der Abbildung gezeigt ist das wirkliche Verhalten weniger scharf: Die Leistung fällt $\propto \omega^{-2}$ ab. Eine bessere Annäherung an das ideale Verhalten erreicht man, indem man mehrere Tiefpässe hintereinander schaltet. Damit erhält man die Übertragungsfunktion potenziert, d.h. sie wird zu $|H(\omega)|^{2n}$ und die Dämpfung der durchgelassenen Leistung wird $\propto \omega^{-2n}$.

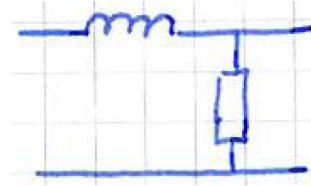


Abbildung 2.14: LR-Tiefpass.

Anstelle eines RC-Tiefpasses kann man auch mit einer Induktivität und einem Widerstand einen Tiefpass aufbauen. Auch diese Schaltung kann man als Spannungsteiler interpretieren: bei hohen Frequenzen geht die Impedanz der Spule gegen Unendlich.

2.2.3 Zeitliches Verhalten eines Tiefpasses

Bisher haben wir das Verhalten des Tiefpasses im Frequenzraum diskutiert. Jetzt betrachten wir das Verhalten im Zeitraum, z.B. die Antwort auf eine Sprungfunktion $\theta(t)$. Da grundsätzlich jedes System einen Tiefpass darstellt (mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen) ist dies ein sehr universelles Verhalten. Im Frequenzraum besteht die Sprungfunktion aus einer breiten Verteilung von Frequenzen, welche vom Tiefpass sehr unterschiedlich beeinflusst werden.

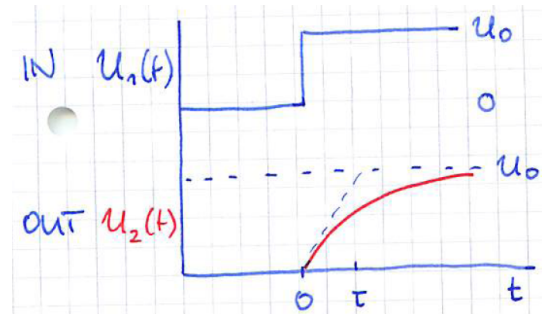


Abbildung 2.15: Sprungantwort eines Tiefpasses.

Die angelegte Spannung ist in diesem Fall

$$U_1(t) = U_0 \theta(t).$$

Die Ausgangsspannung kann man aus der Lösung der Differentialgleichung bestimmen, oder indem man die Fourier-transformierte Funktion mit der

Übertragungsfunktion multipliziert und diese wieder in den Zeitbereich transformiert. Im vorliegenden Fall erhält man für die Stufenantwortfunktion

$$g(t) = \frac{U_2(t)}{U_1(t)} = 1 - e^{-t/\tau}.$$

Dazu berechnen wir z.B. aus der Differentialgleichung

$$U_2(t) = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt'.$$

Den Strom $I(t)$ als Funktion der Zeit wiederum erhält man aus

$$U_0 = RI(t) + U_2(t)$$

für $t > 0$:

$$I(t) = \frac{1}{R}[U_0 - U_2(t)].$$

Somit ist

$$U_2(t) = \frac{1}{RC} [U_0 \int_0^t dt' - \int_0^t U_2(t') dt'].$$

Die Lösung kann geschrieben werden als

$$U_2(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau}),$$

mit der Zeitkonstanten $\tau = RC$. Dies bedeutet, dass der Anstieg von 0 auf 90% der vollen Spannung eine Zeit von ca.

$$t_a = -\tau \ln 0,1 \approx 2,3 \tau \approx \frac{1}{3 \nu_{Gr}}$$

benötigt. Hier ist $\nu_{Gr} = \omega_{Gr}/2\pi$ die Grenzfrequenz in Hertz. Dies bedeutet z.B., dass für die Messung einer Anstiegszeit von $t_a \approx 3$ ns ein Messgerät (z.B. Oszilloskop) mit einer Grenzfrequenz von 100 MHz benötigt wird.

2.2.4 Integrator und Differenziator

Für kurze Zeiten $t \ll \tau$ kann der exponentielle Term in der Übertragungsfunktion vernachlässigt werden. In diesem Bereich steigt die Spannung linear mit der

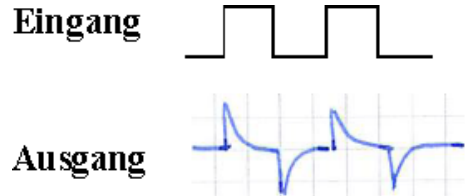


Abbildung 2.16: Pulse vor und nach einem Hochpassfilter.

Zeit an. Für eine beliebige Eingangsfunktion $U_1(t)$ wirkt das System somit als Integrator,

$$U_2(t) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t U_1(t') dt'.$$

Betrachten wir anstelle eines Tiefpassfilters ein Hochpassfilter, so werden die hohen Frequenzen durchgelassen, aber die tiefen gedämpft. Als Antwort auf eine Stufenfunktion finden wir somit einen schnellen Anstieg, gefolgt von einem exponentiellen Abfall. Die Zeitkonstante dieses Abfalls ist das Inverse der Grenzfrequenz. Im Bereich kurzer Zeiten, $t \ll \tau$ kann ein Hochpassfilter als Differenzierer verwendet werden.

2.2.5 Zerlegung in Spannungsstöße

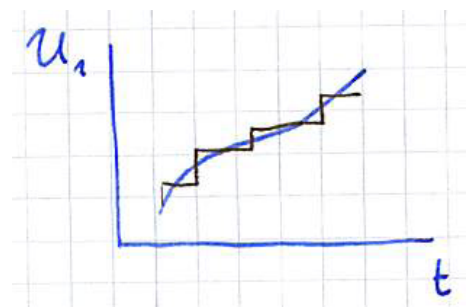


Abbildung 2.17: Zerlegung einer beliebigen Anregungsfunktion $U_1(t)$ in eine Folge von Stufenfunktionen.

Bisher haben wir die Antwort einer Schaltung auf eine Stufenfunktion betrachtet. Im Folgenden untersuchen wir beliebige Eingangsfunktionen. Ist das System linear (davon gehen wir meistens aus), so ist es

möglich, das allgemeine Signal $U_1(t)$ als Überlagerung einer Sequenz von Stufenfunktionen zu schreiben. Damit wird es möglich, das Ausgangssignal zu schreiben als

$$U_2(t) = U_1(t) * \dot{g}(t),$$

d.h. die Kenntnis von $g(t)$ reicht, um die Antwort auf beliebige Eingangsfunktionen zu berechnen. Hier bezeichnet $*$ das Faltungsintegral.

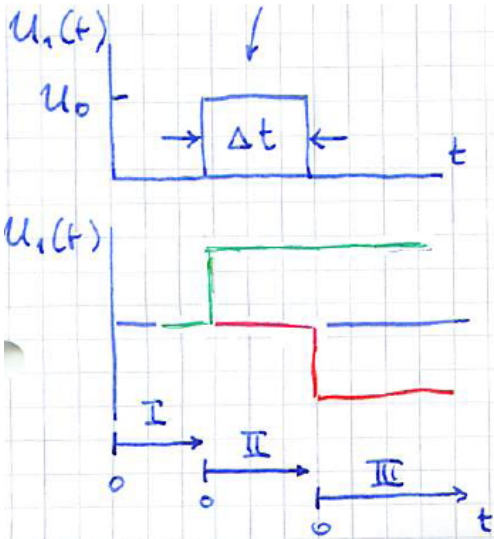


Abbildung 2.18: Zerlegung eines Pulses in eine Differenz von 2 Stufenfunktionen.

Wir betrachten zunächst einen rechteckförmigen Spannungspuls $U_1(t)$. Um diesen auf die bekannte Stufenfunktion zurückzuführen, zerlegen wir ihn in eine Differenz aus zwei Stufenfunktionen im Abstand Δt . Das Ausgangssignal kann in den drei Perioden geschrieben werden als

1. $U_2(t) = 0$
2. $U_2(t) = +U_0g(t)$
3. $U_2(t) = -U_0g(t) + U_0g(t + \Delta t)$,

wobei der Ursprung der Zeit-Achse in jedem Bereich an den Anfang des Bereichs gelegt wurde.

Wir betrachten jetzt den Bereich 3 im Grenzfall kurzer Pulse $\Delta t \rightarrow 0$. Hier gilt

$$U_2(t) = U_0(g(t + \Delta t) - g(t)) = U_0 \frac{\Delta g}{\Delta t} \Delta t.$$

Im Grenzfall kurzer Pulse können wir den Differenzenquotienten als Ableitung schreiben. Damit wird das Ausgangssignal zu

$$U_2(t) \rightarrow U_0 \Delta t \dot{g}(t).$$

Das Produkt $U_0 \Delta t$, d.h. die Fläche des Pulses, wird als Spannungsstoß bezeichnet. Die Funktion $h(t)$ ist die Impuls-Antwort-Funktion. Aus der Herleitung geht hervor, dass sie gleich der zeitlichen Ableitung der Stufen-Antwort-Funktion ist,

$$h(t) = \dot{g}(t).$$

2.2.6 Allgemeine Anregungsfunktion

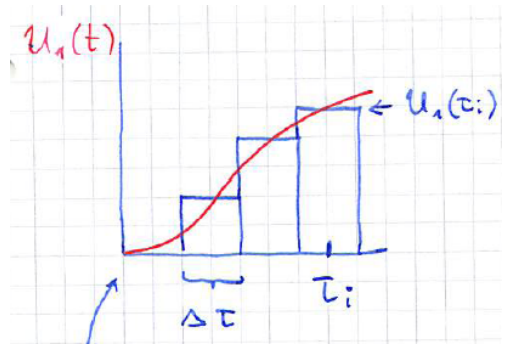


Abbildung 2.19: Zerlegung eines Pulses in eine Folge von Rechtecken.

Dementsprechend können wir eine beliebige Funktion $U_1(t)$ zerlegen in eine Reihe von Rechtecken. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit nehmen wir an, dass $U_1(t \leq 0) = 0$. Die Systemantwort kann somit geschrieben werden als Summe über die Antworten auf die einzelnen Stöße,

$$U_2(t) = \sum_{i=1}^n U_1(\tau_i) h(t - \tau_i) \Delta \tau.$$

Im Grenzfall $\Delta \tau \rightarrow 0$ geht die Summe in ein Integral über,

$$U_2(t) = \int_{-\infty}^t U_1(\tau) h(t - \tau) d\tau.$$

Dies kann auch vereinfacht geschrieben werden als

$$U_2(t) = U_1(t) * h(t)$$

oder, äquivalent,

$$U_2(t) = h(t) * U_1(t).$$

Das Ausgangssignal ist somit gegeben durch die Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort $h(t)$. Dies kann man auch intuitiv verstehen: wir zerlegen in Gedanken das Eingangssignal in viele kleine Impulse, welche jeweils einen Signalbeitrag $\propto h(t - \tau_i)$ liefern.

2.2.7 Impulsantwort und Faltungstheorem

Als Impulsantwort $h(t)$ bezeichnet man die Antwort des Systems auf eine impulsartige Störung, welche mathematisch durch die Deltafunktion $\delta(t)$ beschrieben wird. In der Praxis kann man diese durch einen Puls von kurzer Dauer Δt approximieren. Im Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$ spielt nur noch die Fläche des Pulses eine Rolle.

Eine der wichtigsten Beziehungen ist die zwischen der Übertragungsfunktion $H(\omega)$ und der Impulsantwort $h(t)$: diese bilden eine Fourier-Transform Paar:

$$H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\}.$$

Um diese Beziehung zu beweisen, betrachten wir zunächst eine einzelne Frequenzkomponente,

$$U_1(t) = e^{i\omega t}.$$

Das transmittierte Signal kann berechnet werden als das Faltungsintegral mit der Impulsantwort $h(t)$:

$$h(t) * e^{i\omega t} = \int h(\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d\tau = e^{i\omega t} \int h(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau.$$

Wir erhalten offenbar das harmonische Eingangssignal wieder, multipliziert mit

$$H(\omega) = \int h(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \mathcal{F}\{h(t)\}.$$

Dieser Faktor entspricht offenbar der Fouriertransformierten der Impulsantwort $h(t)$,

$$H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \mathcal{F}\{\dot{g}(t)\}.$$

Diese Beziehung gilt für alle monochromatischen Signale. Für ein Signal

$$U_1(t) = a_1 e^{i\omega_1 t} + a_2 e^{i\omega_2 t} + a_3 e^{i\omega_3 t} + \dots,$$

das mehrere Frequenzkomponenten enthält, gilt die Beziehung für alle Komponenten einzeln,

$$h(t) * \sum_i a_i e^{i\omega_i t} = \sum_i a_i e^{i\omega_i t} H(\omega_i).$$

Im Grenzfall vieler Frequenzkomponenten schreiben wir das Eingangssignal als Integral,

$$U_1(t) = \int a(\omega) e^{i\omega t} dt = \mathcal{F}\{u_1(\omega)\},$$

mit $a(\omega) = u_1(\omega)$ als der Fouriertransformierten des Eingangssignal. Das Ausgangssignal wird dann

$$U_2(t) = \int a(\omega) H(\omega) e^{i\omega t} dt = \mathcal{F}\{u_1(\omega) H(\omega)\}.$$

Anstelle der Berechnung des Faltungsintegrals können wir somit das Eingangssignal in den Frequenzraum transformieren und dort mit $H(\omega)$ multiplizieren. Das Produkt wird wiederum in den Zeitbereich transformiert:

$$U_2(t) = h(t) * U_1(t) = \mathcal{F}^{-1}\{u_2(\omega) H(\omega)\}.$$

Dies ist ein Spezialfall des allgemeinen Faltungstheorems:

$$a(t) * b(t) \leftrightarrow A(\omega) B(\omega).$$

2.3 Kirchhoff'sche Sätze

Die Kirchhoffschen Sätze bilden die wichtigste Grundlage für die Analyse von elektronischen Schaltungen. Sie sind bekannt als Knotenregel und Maschenregel.

2.3.1 Knotenregel

Wir betrachten einen Knoten von n Leitungen, in denen Ströme I_i fließen. Da Ladung eine Erhaltungsgröße ist und sie im Knoten weder erzeugt noch vernichtet werden kann, muss die Summe der hineinfließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme sein:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

Hierbei muss das Vorzeichen der Ströme mitgenommen werden: das Vorzeichen ist positiv für Ströme, die in den Knoten hineinfließen, negativ für abfließende Ströme.

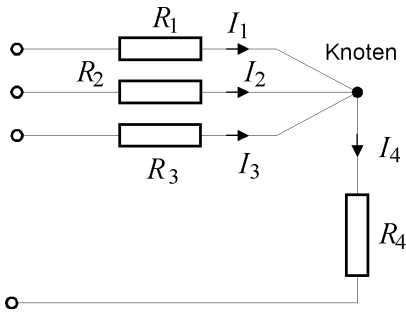


Abbildung 2.20: Leitungen laufen in einem Knoten zusammen.

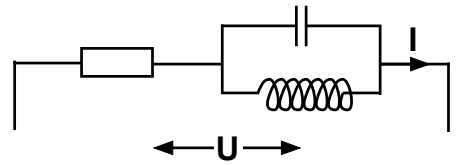


Abbildung 2.22: Beispiel eines Zweipols

ferenz U zwischen den beiden Polen und der Strom I .

Man unterscheidet verschiedene Arten von Zweipolen, z.B.

- linear : Es existiert eine lineare Beziehung zwischen Strom und Spannung
- passiv : $I = 0$ für $U = 0$, d.h. ohne äußere Spannung fließt kein Strom
- aktiv : $I \neq 0$ ist möglich für $U = 0$. Beispiele sind Batterien, Stromquellen etc.

2.3.2 Maschenregel

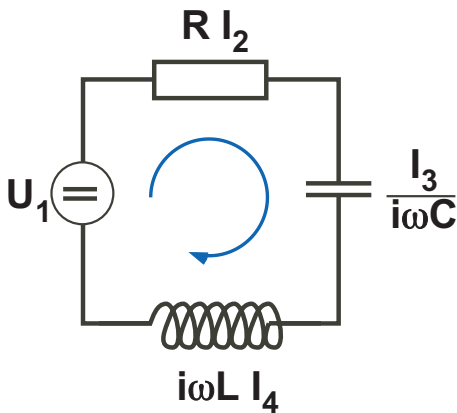


Abbildung 2.21: Beispiel einer Masche

Die Spannung kann als Differenz zwischen 2 Potentialen verstanden werden, $U_{ik} = \Phi_k - \Phi_i$. Daraus folgt, dass die Summe der Spannungen in einem geschlossenen Kreis verschwinden muss,

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0.$$

Auch hier ist das Vorzeichen wichtig: alle Spannungen müssen in die gleiche Richtung gemessen werden.

2.4 Zweipole

2.4.1 Definition

Ein Zweipol ist ein Netzwerk mit 2 Anschlüssen. Die wichtigsten Charakteristika sind die Spannungsdif-

2.4.2 Satz von Helmholtz

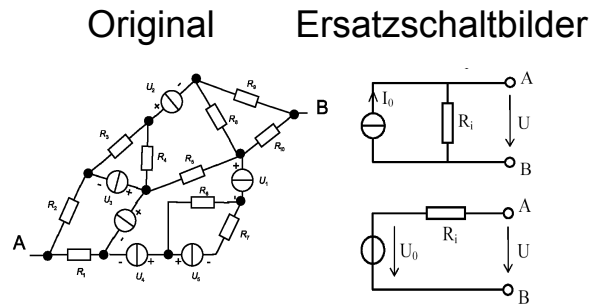


Abbildung 2.23: Ursprüngliche Schaltung (links) und dazu äquivalente Ersatzschaltbilder (rechts).

Jeder aktive Zweipol, bestehend aus einem beliebigen Netzwerk von Quellen und Widerständen, verhält sich für einen externen Beobachter gleich wie ein einfacher Zweipol, bestehend aus einer

- Ersatzstromquelle mit Leerlaufspannung U_0 und Serieninnenwiderstand R_i (Léon Charles Thévenin, 1883)

oder einer

- Ersatzspannungsquelle mit Kurzschlussstrom I_0 und (gleich großem) Parallelinnenwiderstand R_i (Edward Lawry Norton, 1926).

Die Kennlinie von allen drei Zweipolen ist die gleiche.

2.5 Quellen

2.5.1 Ideale Quellen

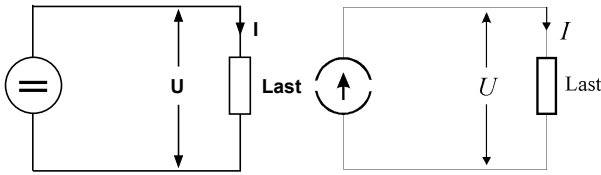


Abbildung 2.24: Ideale Spannungsquelle und ideale Stromquelle.

Eine ideale Spannungsquelle erzeugt eine feste Spannung, unabhängig von der daran angeschlossenen Last; dafür muss der Strom jeweils an die Impedanz der Last angepasst werden. Bei einer idealen Spannungsquelle ist entsprechend der Strom konstant, die Spannung muss entsprechend erhöht werden, wenn der Lastwiderstand zunimmt. Offensichtlich ist es nicht möglich, solche idealen Quellen für einen beliebig großen Parameterbereich zu bauen.

2.5.2 Reale Spannungsquelle

Eine reale Spannungsquelle kann als Kombination einer idealen Spannungsquelle (deren Ausgangsspannung unabhängig von der äußeren Last ist) und einem Innenwiderstand R_i in Reihe betrachtet werden. Hier stellen U_0 die Leerlaufspannung, U_k die Klemmspannung, R_a den Lastwiderstand und R_i den Innenwiderstand dar.

Die Klemmspannung ist abhängig vom Strom I_a , der aus dem Gerät hinausfließt, $U_k = U_0 - R_i I_a$. Der Strom I_a wiederum ist abhängig vom Lastwiderstand R_a : $I_a = U_k / R_a$. Einsetzen und Auflösen nach U_k ergibt

$$U_k = U_0 \frac{R_a}{R_a + R_i}.$$

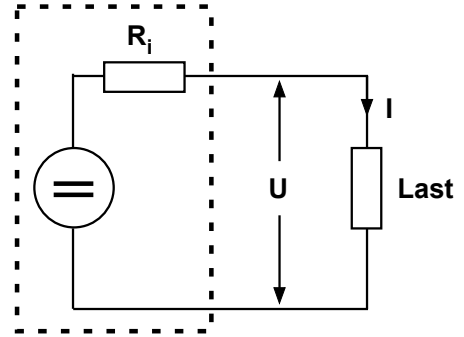


Abbildung 2.25: Ersatzschaltbild für eine reale Spannungsquelle: gestrichelte Box.

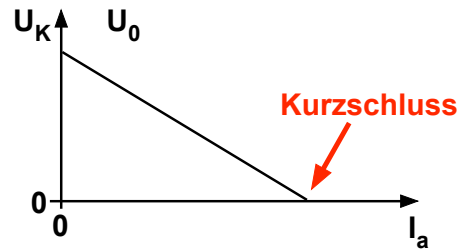


Abbildung 2.26: Klemmspannung als Funktion des Ausgangsstroms.

Die Leerlaufspannung U_0 wird somit über den beiden Widerständen R_i und R_a geteilt. Der maximale Strom wird erreicht beim Kurzschlussstrom $I_0 = U_0 / R_i$. Eine ideale Spannungsquelle erhält man, wenn der Innenwiderstand verschwindet, $R_i \rightarrow 0$.

2.5.3 Reale Stromquelle

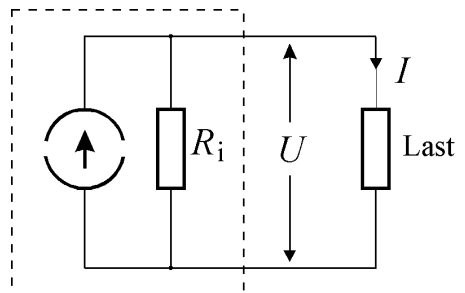


Abbildung 2.27: Ersatzschaltbild für eine reale Stromquelle.

Bei der realen Spannungsquelle ist der Innenwider-

stand R_i parallel zur idealen Stromquelle geschaltet. Dadurch wird der Ausgangsstrom I_0 der idealen Quelle geteilt: $I_0 = I_a + I_i$; ein Teil I_i fließt über den Innenwiderstand ab, ein anderer (möglichst großer) Teil I_a über den Lastwiderstand R_a . Der Innenwiderstand sollte in diesem Fall möglichst hoch sein, d.h. bei einer idealen Stromquelle gilt $R_i \rightarrow \infty$. Der Ausgangsstrom sinkt mit zunehmender Klemmspannung U_K und abnehmendem Innendwiderstand R_i :

$$I_a = I_0 - \frac{U_K}{R_i}.$$

Die Klemmspannung ist das Produkt aus Widerstand und Strom, $U_K = R_a I_a$, d.h.

$$I_a = I_0 - I_a \frac{R_a}{R_i}$$

oder

$$I_a \left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right) = I_0.$$

Aufgelöst nach I_a :

$$I_a \left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right) = I_0 \cdot \frac{R_i}{R_i + R_a}.$$

Er verschwindet, wenn der Lastwiderstand unendlich hoch wird, $R_a \rightarrow \infty$, d.h. wenn die Klemmspannung

$$U_K = R_i I_0 = U_0$$

wird.

2.5.4 Leistungsanpassung

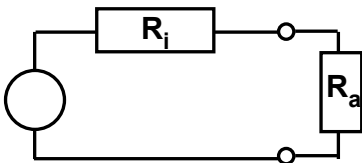


Abbildung 2.28: Aktiver Zweipol mit Last

Ein typisches Problem bei der Beschaltung einer Strom- oder Spannungsquelle ist die optimale Leistungsanpassung: man möchte die Leistung maximieren, welche über der Last abfällt. Offenbar

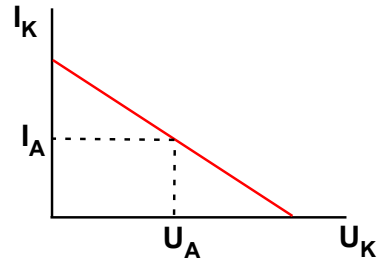


Abbildung 2.29: Graphische Lösung für die Leistungsanpassung.

verschwindet diese bei offenem Anschluss (Strom verschwindet) und bei Kurzschluss (Spannung verschwindet). Dazwischen existiert ein Maximum.

Die Lösung erhält man geometrisch (siehe Abbildung 2.29) oder algebraisch. Bei der geometrischen Lösung erhält man die Leistung als Produkt aus Strom und Spannung, d.h. als die Fläche des eingefärbten Rechtecks. Diese wird maximal wenn Strom und Spannung jeweils die Hälfte ihres Maximalwerts erreichen.

Für die algebraische Lösung berechnen wir zuerst die Leistung

$$P = \frac{U_k^2}{R_a} = \frac{1}{R_a} \left(\frac{R_a U_0}{R_a + R_i} \right)^2.$$

Um diese zu maximieren, berechnen wir die Ableitung

$$\frac{dP}{dR_a} = 0 \rightarrow R_a = R_i.$$

Daraus folgt

$$P_{max} = \frac{1}{R_i} \left(\frac{U_0}{2} \right)^2 = \frac{U_0^2}{4R_i}.$$

2.6 Einfache Schaltungen

2.6.1 Wheatstone Brücke

Die Wheatstone Brücke dient dazu, Widerstände zu messen. Dazu gleicht man die Schaltung so ab, dass kein Strom durch das Messgerät zwischen den Knoten C und D fließt. Die Schaltung ist aus drei Maschen aufgebaut. Wenn wir auf jede dieser Maschen

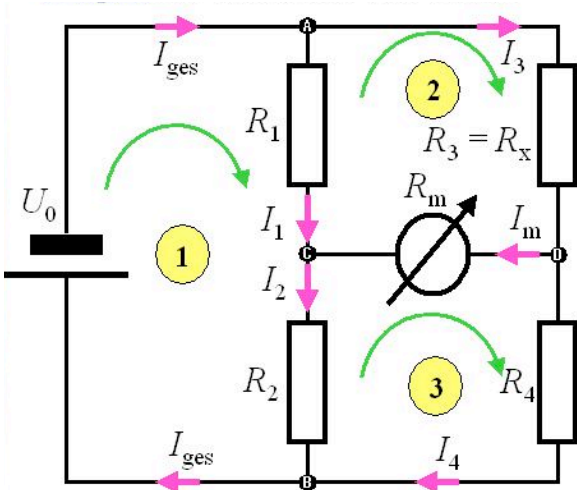


Abbildung 2.30: Wheatstone Brücke

Für den Strom durch das Messgerät erhält man

$$I_m = \frac{U_0(R_2R_3 - R_1R_4)}{N},$$

mit

$$N = R_1R_2R_3 + R_1R_2R_4 + R_1R_3R_4 + R_2R_3R_4 + R_1R_3R_m + R_2R_3R_m + R_1R_4R_m + R_2R_4R_m.$$

Offenbar verschwindet dieser dann, wenn $R_2R_3 = R_1R_4$. Da man den Strom sehr exakt auf 0 einregeln kann, erlaubt einem diese Anordnung, den unbekanntem Widerstand R_3 mit der Genauigkeit zu bestimmen, mit der die Referenzwiderstände R_1, R_2 und R_4 bekannt sind.

die Maschenregel anwenden, erhalten wir die folgenden Beziehungen:

1. Masche : $-U_0 + R_1I_1 + R_2I_2 = 0$
2. Masche : $R_3I_3 + R_mI_m - R_1I_1 = 0$
3. Masche : $R_4I_4 - R_2I_2 - R_mI_m = 0$

Ausserdem wenden wir die Knotenregel an auf die Knoten

- A, B : $I_{ges} = I_1 + I_3 = I_2 + I_4$
- C : $I_1 + I_m = I_2$
- D : $I_3 = I_m + I_4$

Somit haben wir ein System von Gleichungen für die 5 Ströme, das wir in Matrixform schreiben können,

$$(M)\vec{I} = \vec{U} :$$

$$\begin{pmatrix} -R_1 & 0 & R_3 & 0 & -R_m \\ 0 & -R_2 & 0 & R_4 & R_m \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die einzelnen Zeilen dieser Gleichung folgen aus den Maschen 2, 3, 1 und aus den Knoten C, D. Die Gleichung kann nach den Strömen aufgelöst werden

$$\vec{I} = M^{-1}\vec{U}.$$

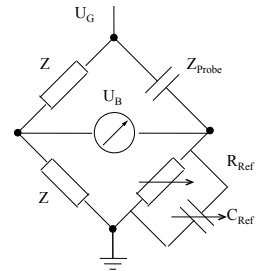
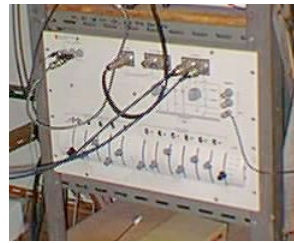


Abbildung 2.31: Wheatstone Brücke für komplexe Impedanzen

Das Prinzip kann veralgemeinert werden auf komplexe Impedanzen, indem man an Stelle eines Referenzwiderstandes eine komplexe Impedanz, z.B. bestehend aus einem Widerstand und einem Kondensator, einsetzt.

Autokompensationsbrücke

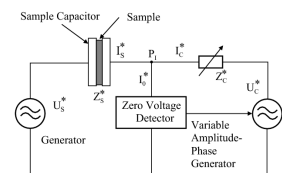


Abbildung 2.32: Automatisierte Messbrücke

Das Vorgehen kann auch automatisiert werden: das Gerät regelt die Referenzimpedanzen so, dass der Messstrom verschwindet und berechnet daraus die Impedanz der Last.

Die hier verwendete Analyse ist nicht die einzige Möglichkeit. Algebraisch deutlich weniger aufwendig ist z.B. die folgende Betrachtung: R_1, R_2 und R_3, R_4 bilden jeweils einen Spannungsteiler. Teilen sie die Spannung U_0 im gleichen Verhältnis,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4},$$

so haben die Punkte C und D das gleiche Potenzial und die Spannung über dem Messinstrument verschwindet. Dies ist offensichtlich die gleiche Gleichung wie $R_2 R_3 = R_1 R_4$.

2.6.2 Knotenanalyse für Widerstandsnetzwerk

Nach dem gleichen Prinzip können andere Netzwerke analysiert werden. So können wir z.B. Potenzial an bestimmten Knoten berechnen:

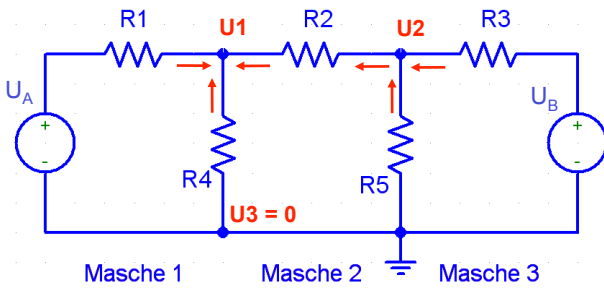


Abbildung 2.33: Netzwerk für Knotenanalyse

Wir bestimmen die Potentiale U_1 und U_2 , indem wir die Knotenregel auf die beiden Punkte anwenden. Da $U_3 = 0$, ist dieser Knoten die Referenzspannung. Allgemein erhält man bei n Knoten $n - 1$ Gleichungen.

Für den Knoten 1 erhalten wir

$$\frac{U_A - U_1}{R_1} + \frac{U_3 - U_1}{R_4} + \frac{U_2 - U_1}{R_2} = 0$$

und am Knoten 2

$$\frac{U_1 - U_2}{R_2} + \frac{U_3 - U_2}{R_5} + \frac{U_B - U_2}{R_3} = 0.$$

Dies lässt sich etwas kompakter schreiben, wenn wir anstelle der Widerstände die Leitwerte $G_i = 1/R_i$

verwenden:

$$\begin{aligned} (G_1 + G_4 + G_2)U_1 - G_2U_2 &= G_1U_A \\ -G_2U_1 + (G_2 + G_5 + G_3)U_2 &= G_3U_B \end{aligned}$$

oder, in Matrixschreibweise, als

$$(G) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \end{pmatrix}.$$

Dieses Gleichungssystem kann mit den üblichen Methoden der linearen Algebra gelöst werden.

2.6.3 Knotenanalyse für reaktives Netzwerk

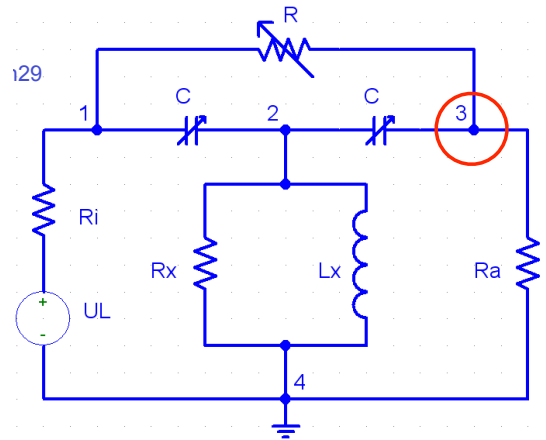


Abbildung 2.34: Reaktives Netzwerk

Das zweite Beispiel enthält neben Widerständen auch reaktive Elemente (Kondensatoren und Spulen). Gesucht sind R_x und L_x so, dass der Strom durch R_a verschwindet.

Für zeitabhängige Spannungen existiert keine allgemeine Lösung, aber für harmonische Spannungen existiert eine Lösung, welche von der Frequenz abhängt. Die Berechnung erfolgt analog, wir wenden die Knotenregel auf Knoten 3 an, wobei die Elemente durch komplexe Impedanzen beschrieben werden:

$$I_R + I_C + I_{R_a} = 0.$$

Wir drücken die Ströme durch Spannungen und Impedanzen aus:

$$\frac{U_3 - U_1}{R} + (U_3 - U_2)i\omega C + \frac{U_3}{R_a} = 0.$$

Umgeformt:

$$-\frac{1}{R}U_1 - i\omega CU_2 + \left(\frac{1}{R} + i\omega C + \frac{1}{R_a}\right)U_3 = 0.$$

Wir führen jetzt die folgende Schreibweise ein:

$$G_{31}U_1 + G_{32}U_2 + G_{33}U_3 = 0.$$

Hier ist G_{ik} der Leitwert zwischen den Knoten i und k . Das Diagonalelement $G_{ii} = -\sum G_{ik}$ ist der Gesamtleitwert des i -ten Knotens. Die Leitwertmatrix ist symmetrisch, $G_{ik} = G_{ki}$. Für das gezeigte Netzwerk lautet sie

$$G = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_i} + i\omega C + \frac{1}{R} & -i\omega C & -\frac{1}{R} \\ -i\omega C & \frac{1}{R_x} + \frac{1}{i\omega L_x} + 2i\omega C & -i\omega C \\ -\frac{1}{R} & -i\omega C & \frac{1}{R} + i\omega C + \frac{1}{R_a} \end{pmatrix}$$

Hier haben wir bereits verwendet, dass $U_4 = 0$ und die entsprechende Zeile / Kolonne wegelassen. Noch nicht berücksichtigt wurde der Strom, welcher aus der Quelle über den Eingangswiderstand R_i hineinfließt. Wir addieren diesen auf der rechten Seite,

$$GU = \begin{pmatrix} U_L/R_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die Bedingung $I_a = 0$ ist dann äquivalent zu $U_3 = 0$. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn

$$U_3 = \frac{1}{|G|} \begin{vmatrix} \frac{1}{R_i} + i\omega C + \frac{1}{R} & -i\omega C & -\frac{U_L}{R_i} \\ -i\omega C & \frac{1}{R_x} + \frac{1}{i\omega L_x} + 2i\omega C & 0 \\ -\frac{1}{R} & -i\omega C & 0 \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$R_x = \frac{1}{\omega^2 C^2 R}$$

und

$$L_x = \frac{1}{2\omega^2 C}.$$

2.7 Reale Bauelemente

Reale Bauelemente weichen immer vom idealen Verhalten ab. Hier werden einige typische Abweichungen diskutiert.

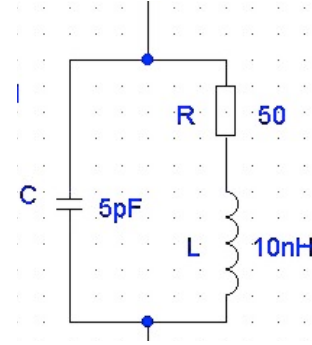


Abbildung 2.35: Ersatzschaltbild für einen realen Widerstand.

2.7.1 Reale Widerstände

Ein einfaches Ersatzschaltbild, welches das Verhalten eines realen Widerstandes gut beschreibt, berücksichtigt z.B. Streukapazitäten zwischen den Elementen des Widerstandes, welche als parallel geschalteter Kondensator erscheinen, sowie die Induktivität der Zuleitungen, welche in Serie zum Widerstand erscheint.

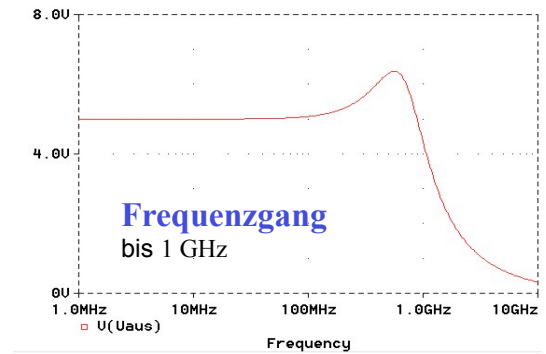


Abbildung 2.36: Der zugehörige Frequenzgang.

Die parallele Kapazität führt dazu, dass bei hohen Frequenzen der Widerstand gegen 0 abfällt. Abbildung 2.36 zeigt das den zugehörigen Frequenzgang auf einer logarithmischen Skala.

Abbildung 2.37 zeigt einige unterschiedliche Typen von Widerständen. Bei den meisten handelt es sich um Trimm-Potentiometer.

Bei den gängigsten Widerständen wird der Widerstandswert mit Hilfe von farbigen Ringen codiert: die beiden ersten Ringe stehen für die beiden signi-

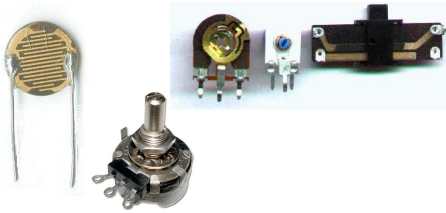


Abbildung 2.37: Widerstandstypen.

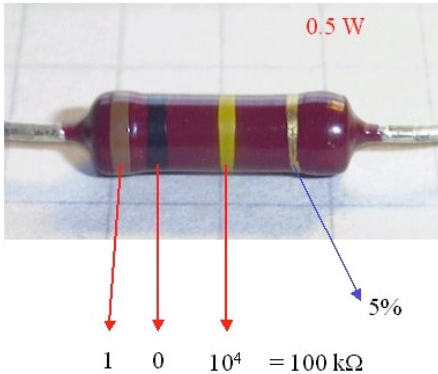


Abbildung 2.38: Farbcodierung von Widerständen.

fikanten Stellen, der dritte gibt die Zehnerpotenz an (im Beispiel: $10 \cdot 10^4 = 100 \text{ k}\Omega$), und der vierte Ring bezeichnet die Präzision.

Abbildung 2.39 zeigt den Farbcodem, der für diese Markierungen verwendet wird.

In Schaltschemen werden die unterschiedlichen Widerstandstypen durch die in Abbildung 2.40 gezeigten Symbole markiert.

2.7.2 Reale Kondensatoren

Bei realen Kondensatoren findet man immer endliche Widerstände parallel dazu, wie auch in den Zuleitungen. Wie bei den realen Widerständen muss auch hier die Impedanz der Zuleitungen berücksichtigt werden.

Dies führt u.a. dazu, dass die Impedanz für hohe Frequenzen wieder ansteigt.

Bei Kondensatoren existieren sehr unterschiedliche Bauformen, welche unterschiedliche Eigenschaften besitzen.

schwarz		0
braun		1
rot		2
orange		3
gelb		4
grün		5
blau		6
violett		7
grau		8
weiss		9
gold		5%
silber		10%

Abbildung 2.39: Farbcodem für Widerstände.

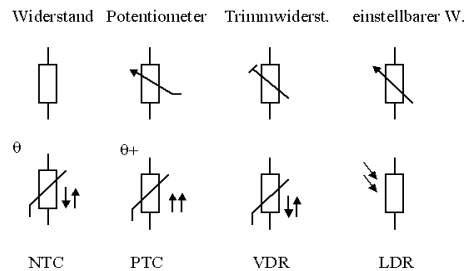


Abbildung 2.40: Symbole für unterschiedliche Widerstandstypen.

Wichtige Kriterien für die Wahl eines Kondensators sind die Kapazität, welche die Ladung begrenzt, welche darauf gespeichert werden kann, und die maximale Spannung. Die höchsten Kapazitäten werden erreicht mit Elektrolytkondensatoren, welche jedoch nur bei relativ geringen Spannungen verwendet werden können.

Ein weiteres wichtiges Kriterium ist der Verlustfaktor. Dieser spielt insbesondere bei hohen Leistungen und hohen Frequenzen eine wichtige Rolle.

In Schaltplänen werden die unterschiedlichen Typen mit unterschiedlichen Symbolen bezeichnet. Abbildung 2.46 fasst die wichtigsten zusammen.

Die Beschriftung von Kondensatoren ist nicht einheitlich und deshalb oft verwirrend. So bedeutet die Zahl "473" $47 \cdot 10^3 \text{ pF} = 47 \text{ nF}$ und der Ausdruck

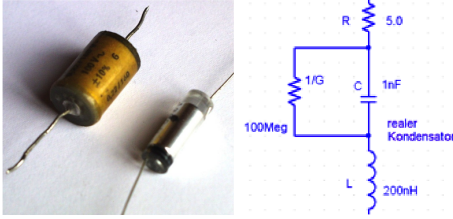


Abbildung 2.41: Realer Kondensator und passendes Ersatzschaltbild.

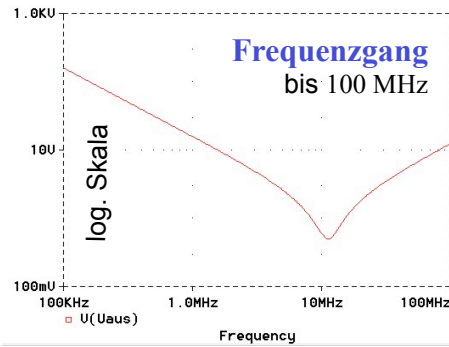


Abbildung 2.42: Frequenzgang eines realen Kondensators.

„.33 K 250“ steht für eine Kapazität von $0,33 \mu\text{F} = 330 \text{ nF}$, K bezeichnet eine Toleranz von 10%, und 250 die Spitzenspannung in Volt.

2.7.3 Reale Spulen

Spulen besitzen einen endlichen Widerstand, welcher ausserdem frequenzabhängig ist, aufgrund des Skin-Effektes: Ströme dringen nur bis zu einer Tiefe

$$\delta_{\text{skin}} = \frac{2}{\omega \mu \sigma}$$

in das Metall ein. Außerdem erhält man Verluste aufgrund der induzierten Magnetisierung und Wirbelströme.

Im Ersatzschaltbild 2.47 können diese Verluste durch einen in Reihe geschalteten Widerstand berücksichtigt werden. Zwischen den Windungen einer Spule existieren außerdem Streukapazitäten, welche als parallel geschalteter Kondensator beschrieben werden können. Die Kombination von Kapazität und Induktivität ergibt einen Schwingkreis. Da

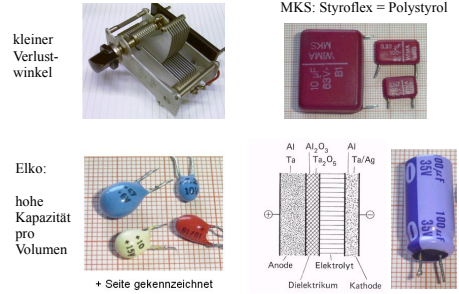


Abbildung 2.43: Bauformen für unterschiedliche Kondensatortypen.

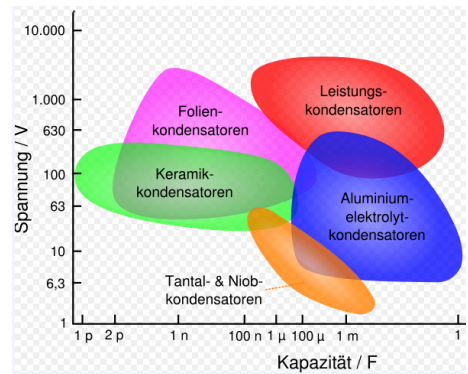


Abbildung 2.44: Spannungs- und Kapazitätsbereiche für unterschiedliche Arten von Kondensatoren.

die beiden Elemente parallel geschaltet sind, geht die Impedanz bei der Resonanz gegen unendlich.

Diese Resonanz ist im Frequenzgang gut erkennbar.

Abbildung 2.49 zeigt einige unterschiedliche Typen von Spulen.

Verlustfaktor $\tan \delta$ in 10^{-3}

Material	100 Hz	1 kHz	10 kHz	100 kHz
Keramik NP0				< 1
Keramik X7R		> 10		
Polypropylen (PP)	0,2	0,2	0,2	0,3
Polyester (PET)	1,5	4	10	20
Polyphenylensulfid (PPS)	1	1	1,5	3,5
(Metall)papier		8	12	30

Abbildung 2.45: Verlustfaktoren für unterschiedliche Arten von Kondensatoren.



Abbildung 2.46: Symbole für unterschiedliche Arten von Kondensatoren.

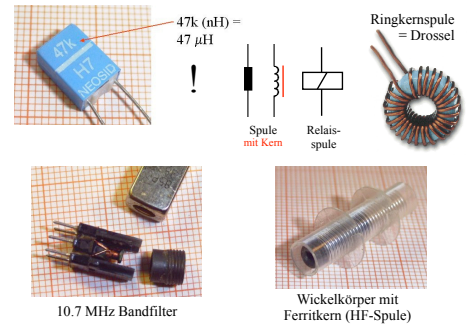


Abbildung 2.49: Unterschiedliche Spulentypen.

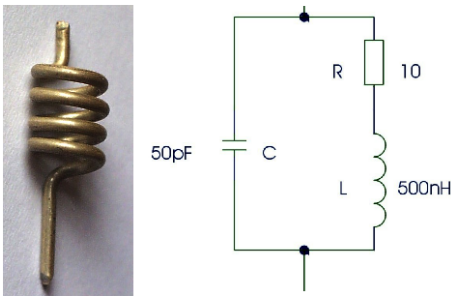


Abbildung 2.47: Ersatzschaltbild für reale Spule.

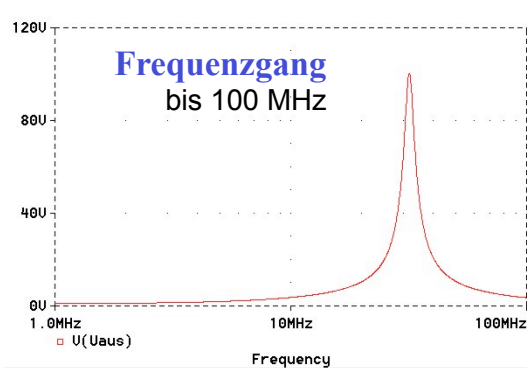


Abbildung 2.48: Frequenzgang einer realen Spule.